

تحلیل سازه ها (ویژه کنکور کارشناسی ارشد عمران)

- ۱- استاتیک خرپا ۳
- ۲- پایداری ۱۲
- ۲-۱- درجه نامعینی ۲۲
- ۲-۲- درجه نامعین سازه های سه بعدی ۳۵
- ۳- استاتیک تیرها ۳۷
- ۴- خط تاثیر ۴۸
- ۵- تغییر شکل سازه های معین ۷۰
- ۵-۱- نشست تکیه گاهی ۸۴
- ۶- روش نیروها ۸۶
- ۶-۱- فنرهای معین و نامعین ۸۷
- ۷- تقارن ۹۰
- ۸- لنگر سطح ۹۶
- ۹- کار مجازی ۱۰۳
- ۹-۱- خرپا ۱۰۴
- ۹-۲- خطای ساخت ۱۰۸
- ۹-۳- تیر ۱۱۳
- ۹-۴- حرارت ۱۲۵
- ۹-۵- نشست تکیه گاهی ۱۳۱
- ۹-۶- کار داخلی در فنرهای معین ۱۳۶
- ۹-۷- تغییر شکل سازه های دایروی ۱۳۷
- ۱۰- تیر مزدوج ۱۴۵
- ۱۰-۱- محاسبه تغییر شکل سازه ها با استفاده از روش تیر مزدوج ۱۵۱
- ۱۱- بتی- ماکسول ۱۵۷
- ۱۲- شیب افت ۱۶۵
- ۱۲-۱- روش اصلاح شده ۱۷۰
- ۱۲-۲- تقارن در شیب افت ۱۷۲
- ۱۲-۳- میله صلب در شیب افت ۱۷۷
- ۱۲-۴- فنر پیچشی در شیب افت ۱۷۹
- ۱۳- پخش لنگر ۱۸۶
- ۱۴- مدل سازی با فنر ۱۹۳
- ۱۵- انرژی ۲۰۲
- ۱۵-۱- قضیه کاستلیانو ۲۱۲

مقدمه

- داوطلب گرامی ضمن آرزوی پیروزی برای شما قبل از استفاده از جزوه مطالب زیر را مطالعه بفرمایید:
- ✓ این جزوه جهت تدریس سرکلاسی و افزایش سرعت تدریس تهیه شده و بنابراین کامل نیست. برخی از مطالب توضیح داده نشده و پاسخ برخی تستها ناقص است. داوطلبان کنکور بهتر است از منابع مختلفی که موجود است نیز استفاده کنند کتاب مرجع مناسب: کتاب تحلیل سازه طاحونی.
 - کتاب تست مناسب: ۱- تحلیل سازه سری عمران، مهندس صباغیان (دو جلد) ۲- تحلیل سازه دکتر فنایی انتشارات سیمای دانش.
 - ✓ این جزوه در فرصت های مناسب ویرایش و کامل تر خواهد شد (تاریخ ویرایش جزوه در قسمت فوقانی صفحات درج شده است).
 - ✓ استفاده از جزوه با ذکر منبع آن (www.hoseinzadeh.net) بلامانع است.
 - ✓ مسلما جزوه خالی از اشتباه نیست. در صورتی که به اشتباهی برخوردید، ممنون می شوم که از طریق hoseinzadeh.m@gmail.com اطلاع دهید تا در ویرایش بعدی اصلاح شود.

حسین زاده اصل

hoseinzadeh.m@gmail.com

www.hoseinzadeh.net

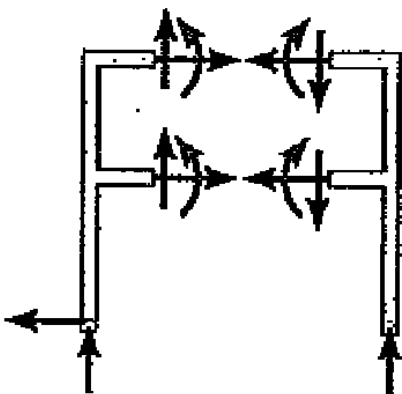
۱۳۹۳/۳/۱۷

۱- استاتیک خرپا

انواع تکیه گاهها:

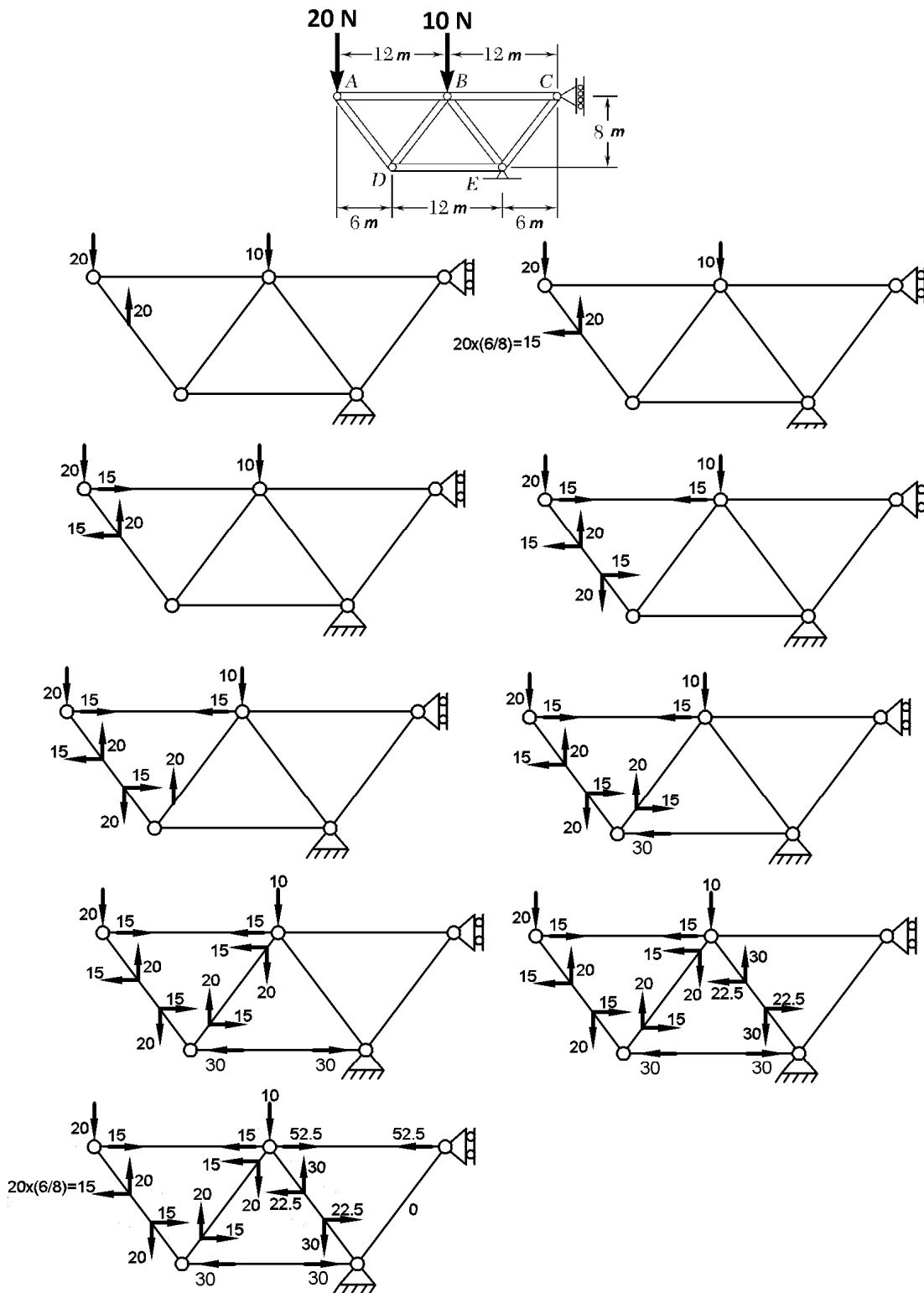
منظور از نیروی داخلی؟

منظور از نیروی خارجی؟

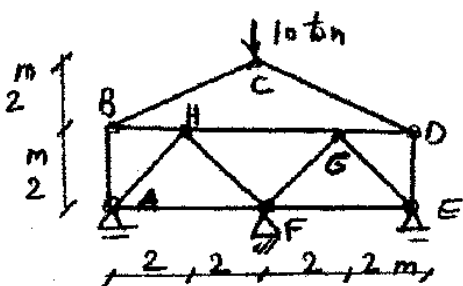


تعریف عضو خرپایی؟

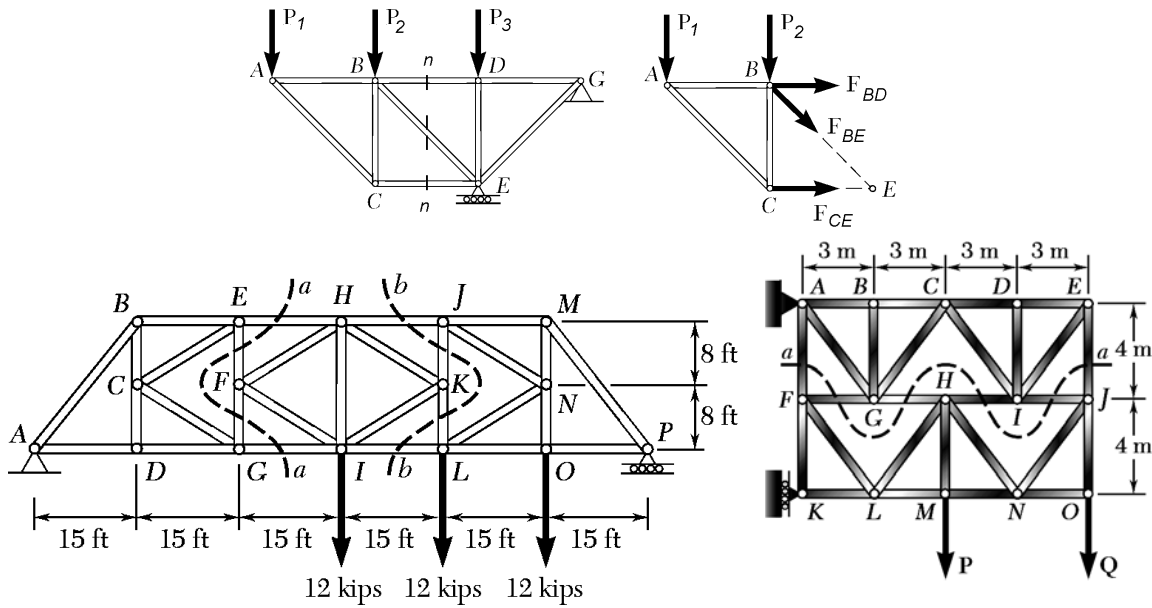
روش مفاصل:



نیروی DE?



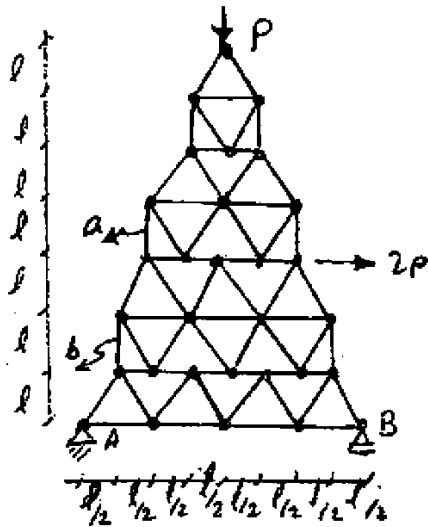
روش مقاطع:



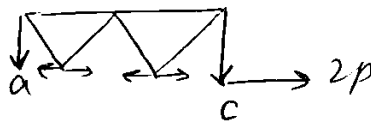
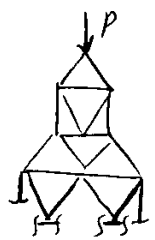
سراسری ۸۸

- در سازه مفصلی (خریای) متقارن شکل مقابل، دو نیروی P و $2P$ به آن اعمال شده است، نیروی داخلی عضو b چند برابر عضو a است؟ (ارتفاع

برج $7l$ و قاعده آن $8 \frac{l}{3}$ می باشد و سازه بدون اعمال نیرو متقارن است.)

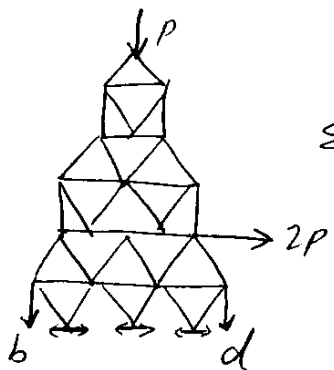


- (۱) $-\frac{2}{3}$
- (۲) $-\frac{5}{3}$
- (۳) $-\frac{4}{3}$
- (۴) $-\frac{7}{3}$



$$\sum M_c = 0 \rightarrow P \times l + a \times 2l = 0$$

$$\rightarrow a = -\frac{P}{2}$$



$$\sum M_d = 0 \rightarrow -b \times 3l - P \times 1.5l + 2P \times 2l = 0$$

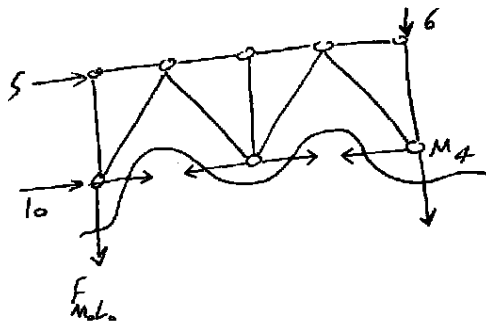
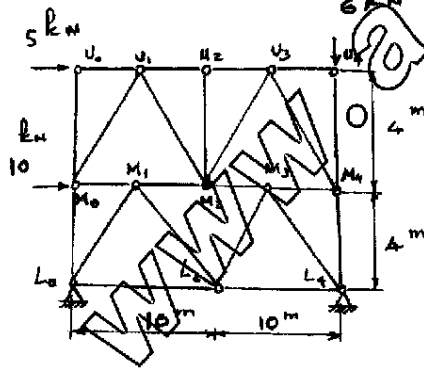
$$\rightarrow b = \frac{5P}{6}$$

$$\rightarrow \frac{b}{a} = -\frac{5}{3}$$

سراسری ۹۱

۶۵- نیروی داخلی در عضو M_0L_0 خرابای شکل مقابل، بر حسب kN چقدر است؟

- (۱) فشاری ۱۰
- (۲) کششی ۱
- (۳) فشاری ۵
- (۴) صفر

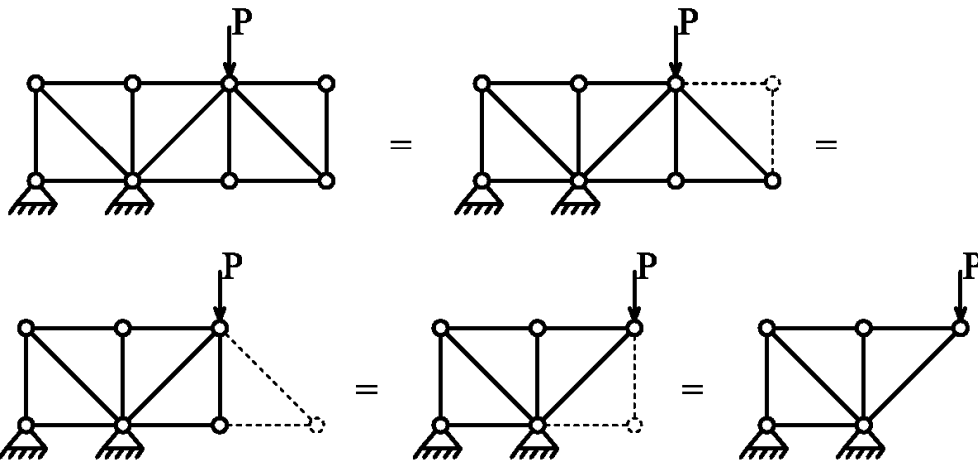


$$\sum M_{L_0}^+ = 0 \rightarrow -F_{M_0L_0} \times 20 + 5 \times 4 = 0$$

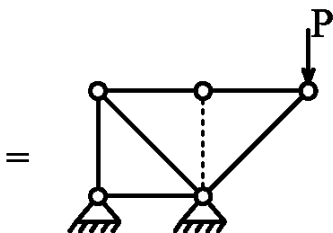
$$\rightarrow \boxed{F_{M_0L_0} = +1}$$

اعضای صفر نیرویی در خرپاها:

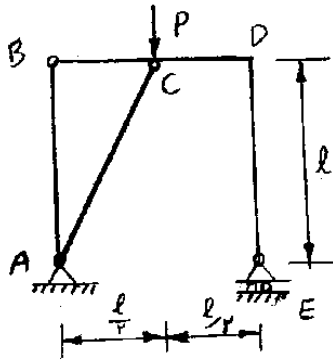
اتصال دو میله دوسر مفصل بدون بار (به شرطی که دو میله همراستا نباشند):



میله سوم متصل به دو میله هم راستا:

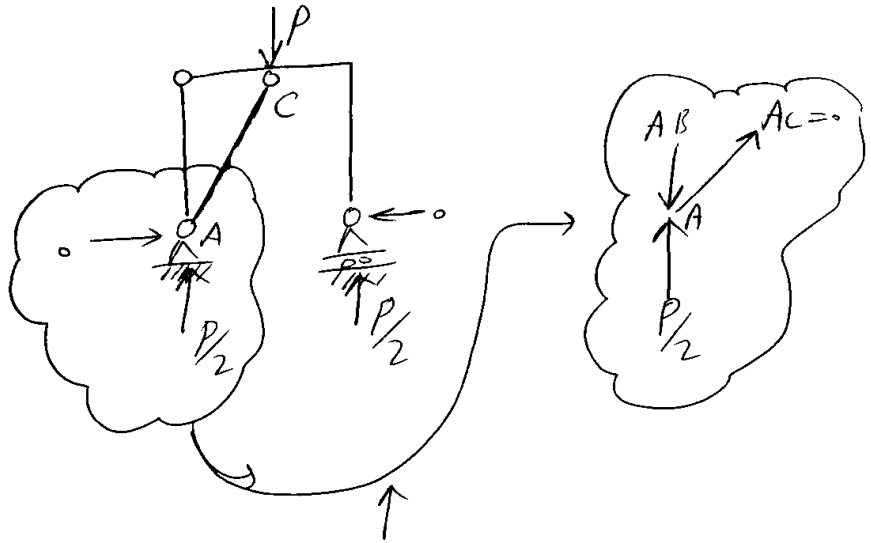


۸۲- در قاب شکل مقابل نیروی محوری عضو AC چقدر است؟

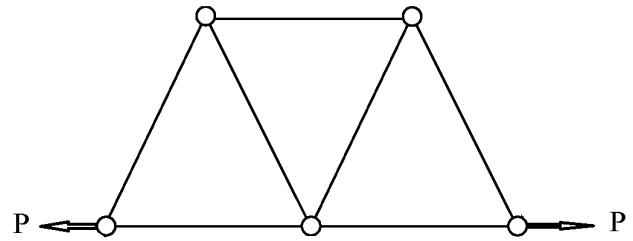


- (۱) صفر
- (۲) $\frac{P\sqrt{5}}{2}$
- (۳) $\frac{P\sqrt{2}}{2}$
- (۴) $\frac{P\sqrt{3}}{2}$

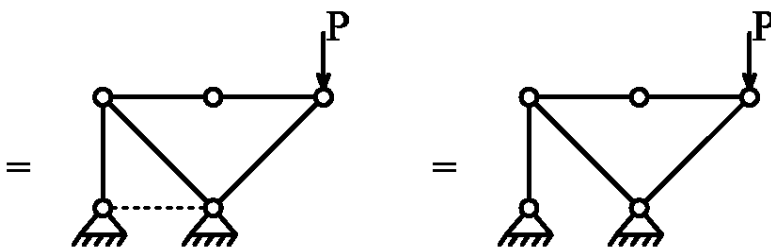
نکته: گره A یک گره خرابی است.



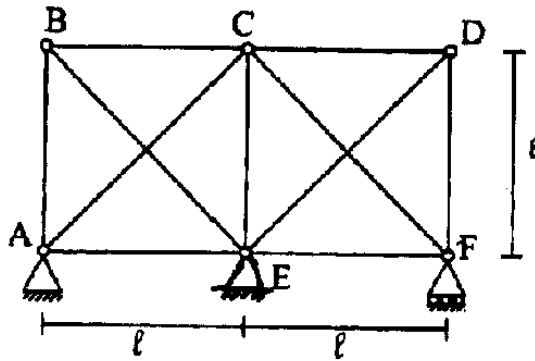
مثال: نیروی اعضای خراب را مشخص کنید



میله ای که تغییر طول ندارد نیرویش صفر است:



۶۱- خرابی شکل زیر، تحت اثر نوعی بارگذاری خارجی قرار گرفته است (بارگذاری در شکل نشان داده نشده است). صلبیت محوری همه اعضا برابر EA است. اگر بر اثر آن بارگذاری، تغییر مکان افقی نقطه D برابر صفر باشد، نسبت نیروی محوری عضو DF به نیروی محوری عضو DE کدام است؟

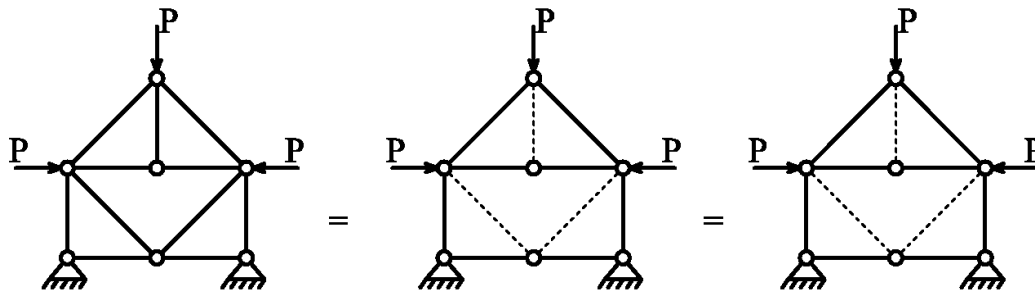


(۱) ۲

(۲) ۱

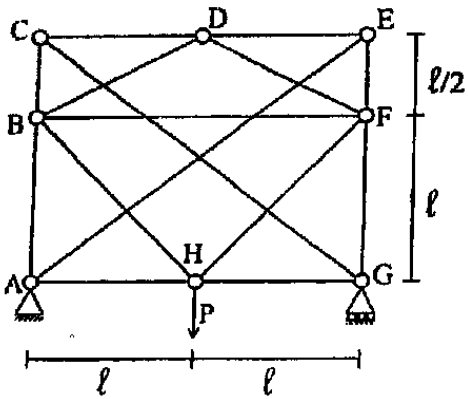
(۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

اعضای صفر نیرویی در سازه های متقارن:

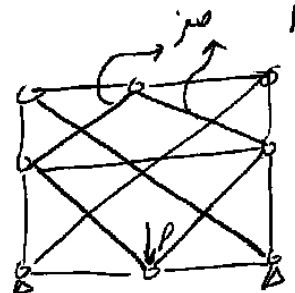


۶۴- در خریای شکل مقابل اگر EA تمام اعضا یکسان باشد نیروی عضو BF چقدر است؟

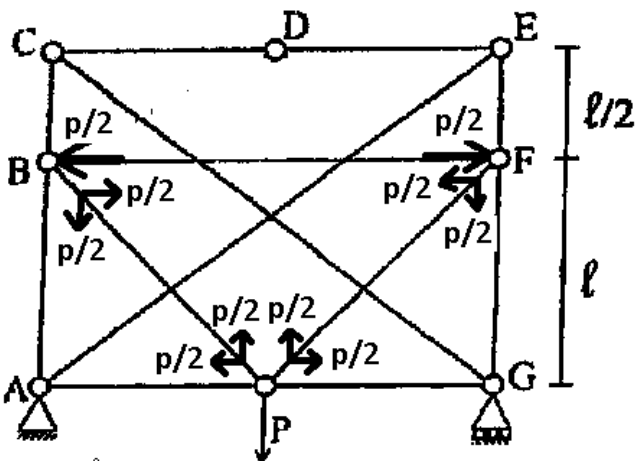
- (۱) صفر
- (۲) $\frac{P}{2}$
- (۳) $\frac{P}{4}$
- (۴) $\frac{P}{2}$



۶۳) نکته: در سازه‌های که هم بارگذارد و هم خود سازه متقارنند (مانند همین تست) اگر در محل تقارن را داشته باشیم و بار هم به گونه وارز شود

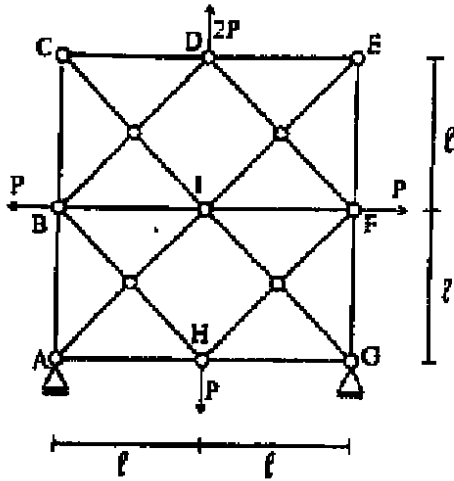


نیوس هر دو عضو مایل متقارن صفر است
 و اگر نیروی وارد شود
 باید در مایل به صورت نصف نصف باید دراز
 عمل کنند.



دکتری ۹۲

۱۲- در خرپای شکل روبه‌رو، اگر صلبیت معوری تمام اعضا EA باشد، نیروی میله BI کدام است؟



(۱) صفر

(۲) P (۳) $\frac{P}{2}$ (۴) $2P$

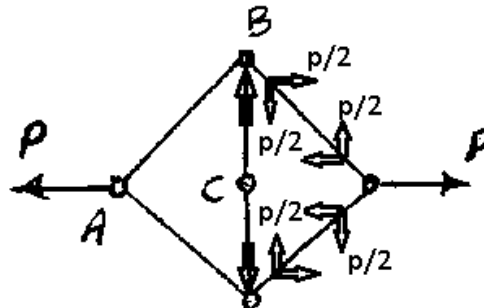
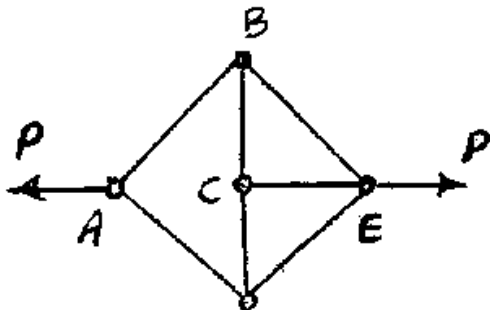
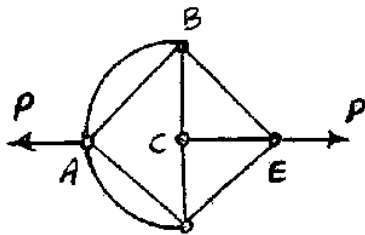
استفاده از اعضای میله ای به جای سازه های دو سر مفصل غیر مستقیم:

سراسری ۸۷

۸۰- سازه شکل مقابل تحت تأثیر نیروی P قرار گرفته است. نیروی محوری عضو BC چقدر است؟ چهار ضلعی $ABED$ مربع است.

(۱) P (۲) $2P$ (۳) $P\sqrt{2}$

(۴) صفر



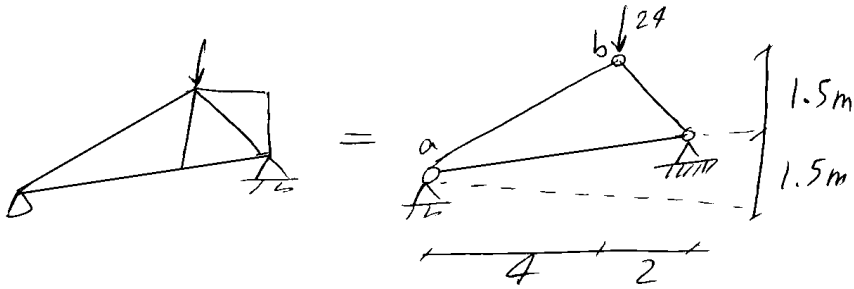
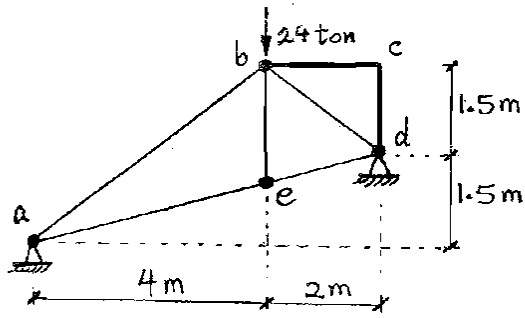
با توجه به گره B و تقارن، نیروی BC برابر P می باشد.

سراسری ۸۶

۶۷- در سازه‌ی شکل مقابل قطعه پیوسته bed صلب می‌باشد و مفصل‌های خمشی نیز با گره توپر مشخص شده‌اند. نیرو در میله ab بر حسب ton

چقدر است؟

- ۰ (۱)
- ۱۵ (۲)
- ۱۷٫۵ (۳)
- ۲۰ (۴)

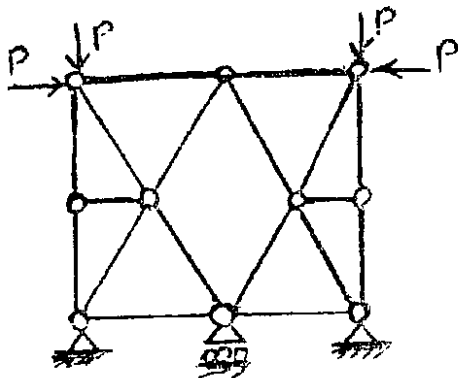


$$\left. \begin{aligned} \sum F_y = 0 \rightarrow \frac{24 \times 5}{3} = ab + bd \\ \sum F_x = 0 \rightarrow ab = bd \end{aligned} \right\}$$

$$\rightarrow ab = \frac{24 \times 5}{3 \times 2} = 20 \text{ ton}$$

آزاد ۹۰

۶۱- در خرابی مقابل تحت بارگذاری نشان داده شده تعداد اعضاء صفر نیرویی کدام است؟

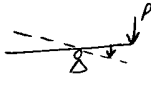


- ۶ (۲)
- ۴ (۱)
- ۱۰ (۴)
- ۸ (۳)

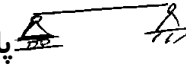
۲- پایداری

اگر سازه ای تحت اثر بارگذاری دلخواه نتواند پایداری خود را حفظ کند، به آن سازه ناپایدار گویند.

برای مثال سازه ناپایدار است و تیر در اثر بار شروع به دوران می کند.



ولی سازه پایدار است و تحت هر نوع بارگذاری موقعیت خود را حفظ می کند.

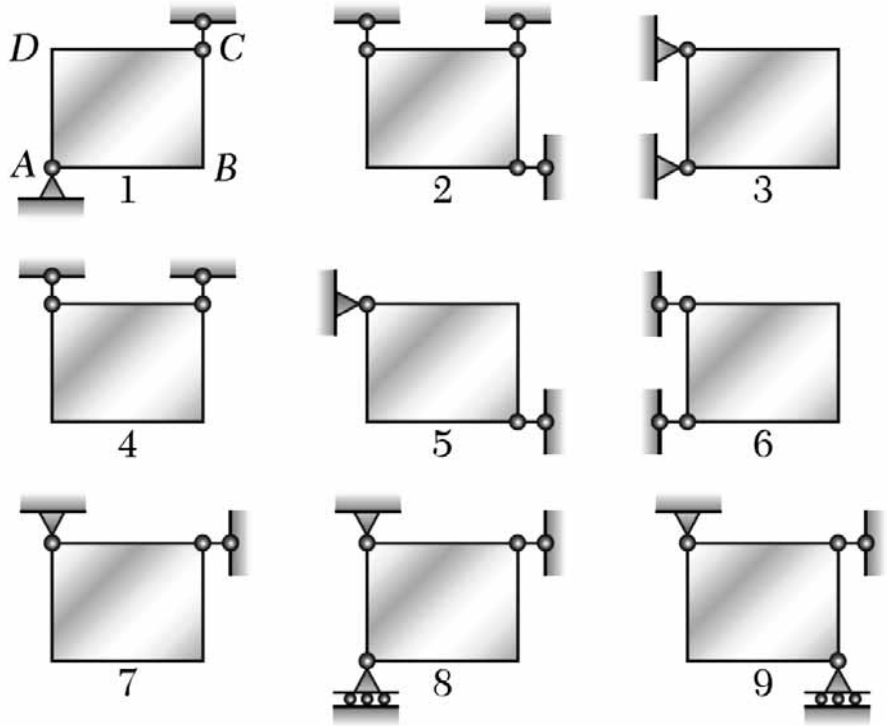


انواع ناپایداری:

۱- خارجی

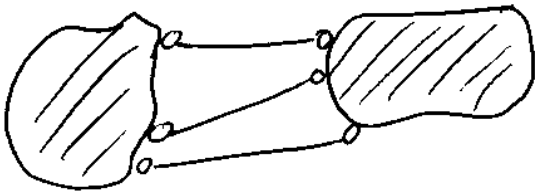
۲- داخلی

در کدام شکل تکیه گاهها هم رسند؟

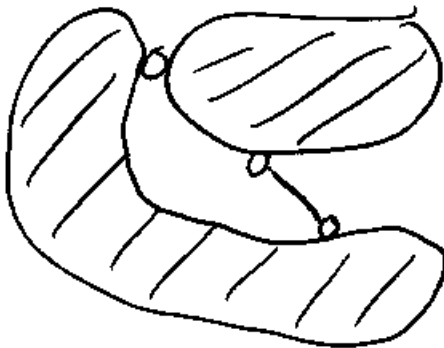


اتصال دو جسم به هم:

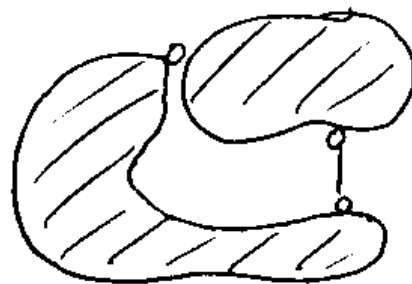
۱- توسط سه میله غیر هم‌رس و غیر موازی:



۲- توسط یک میله و یک مفصل:

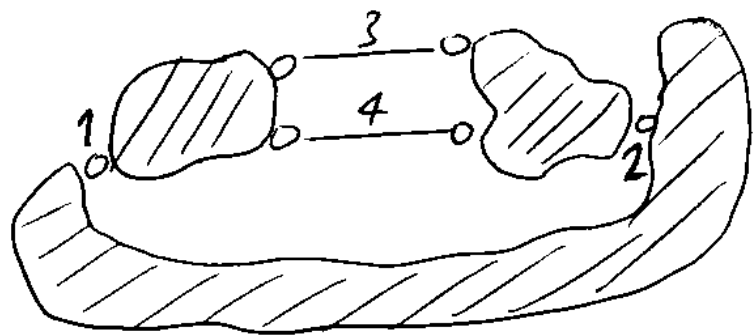
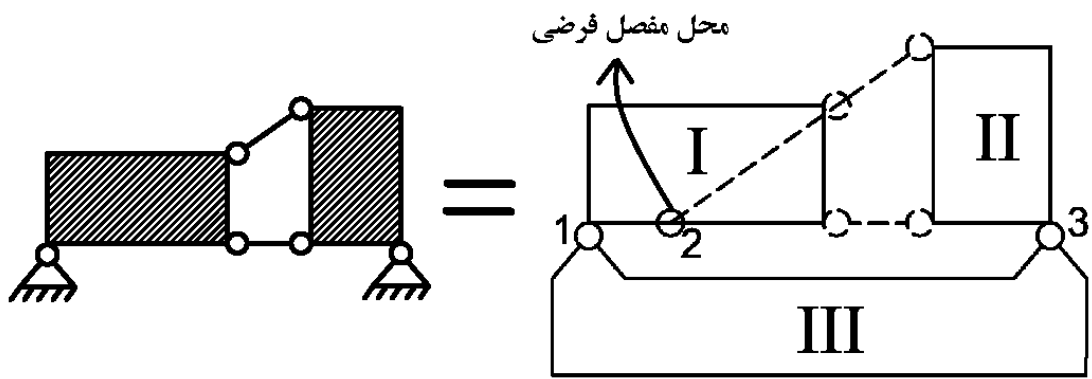
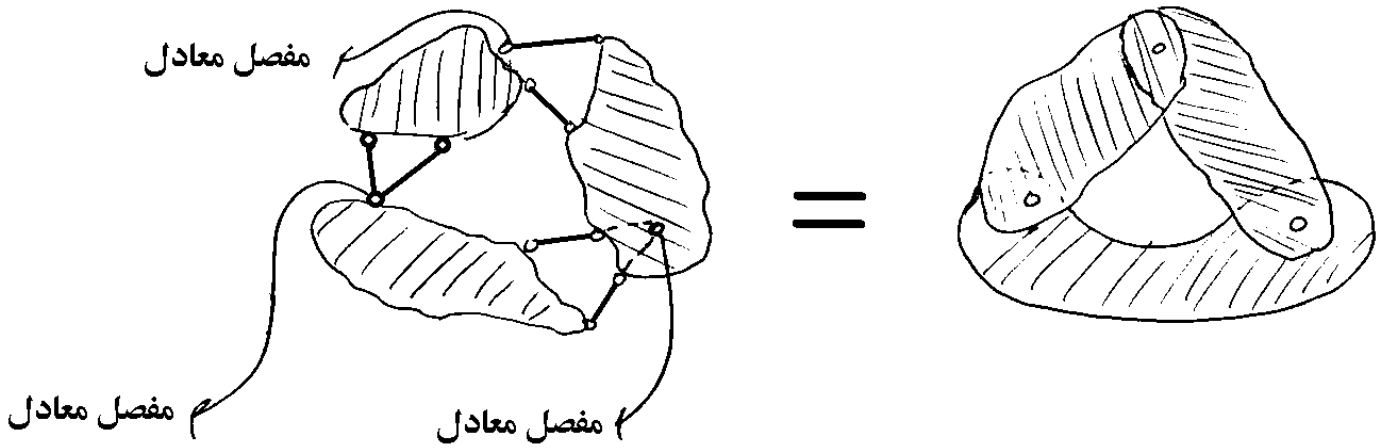


ناپایدار

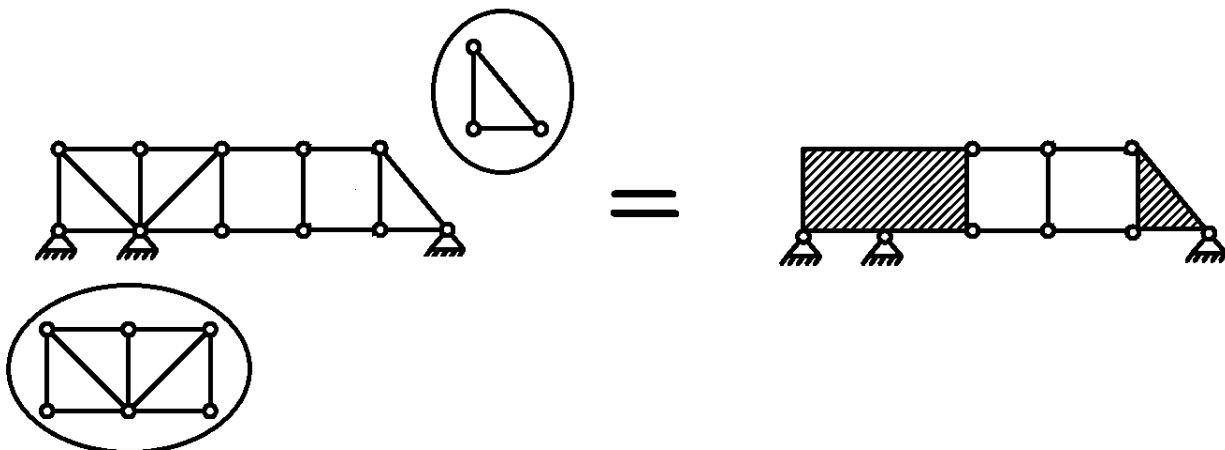


پایدار

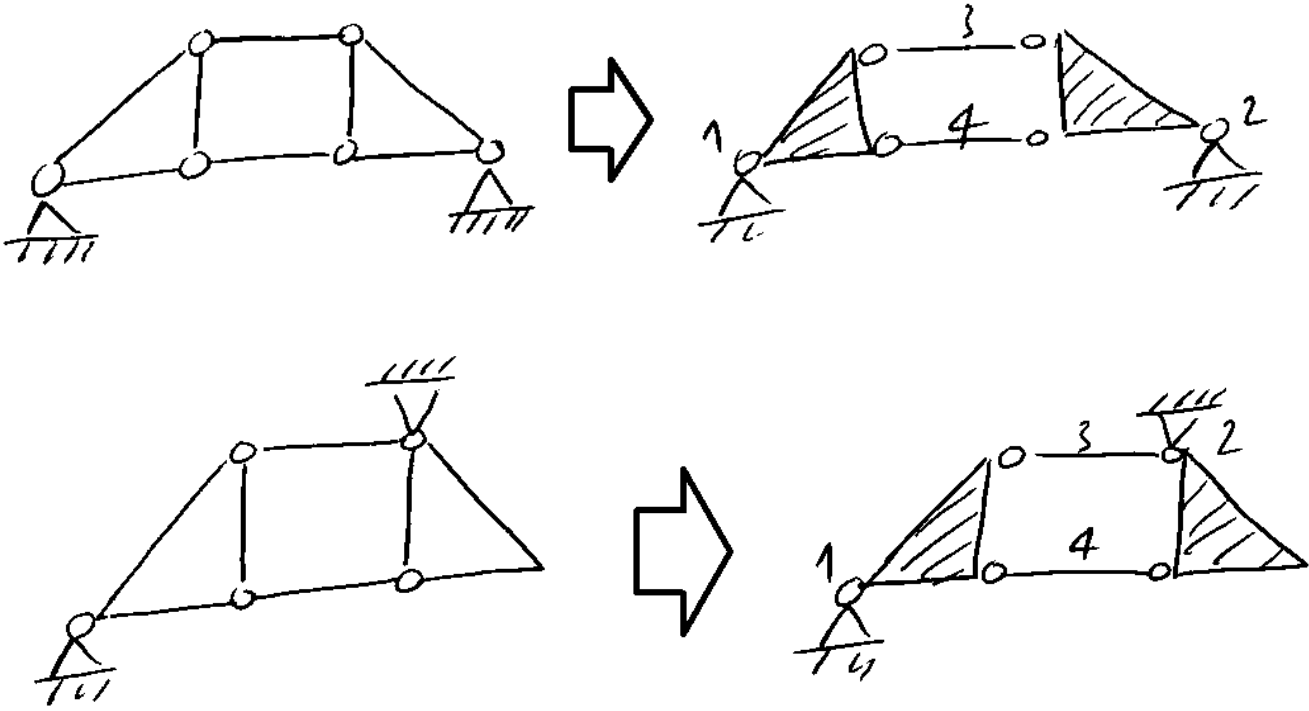
اتصال سه جسم به هم



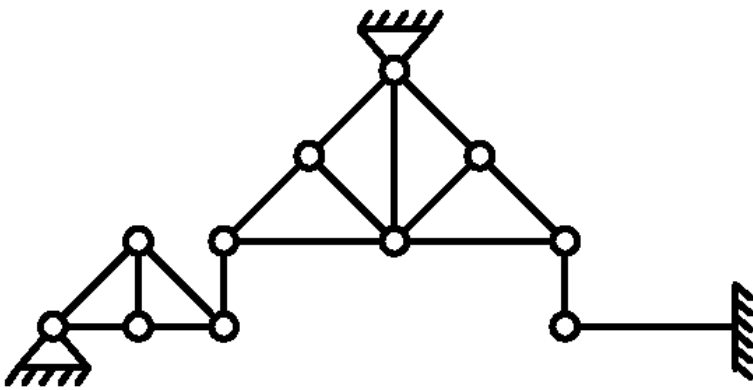
نکته: قسمت هایی از خرپاها که از مثلث ساده تشکیل شده اند، به تنهایی پایدار هستند:



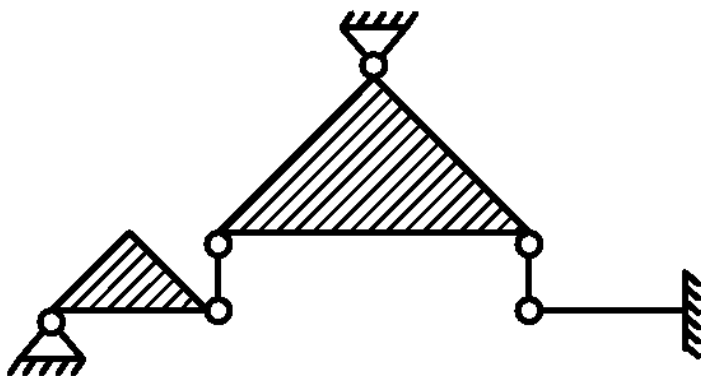
مثال: پایداری سازه زیر را بررسی کنید:



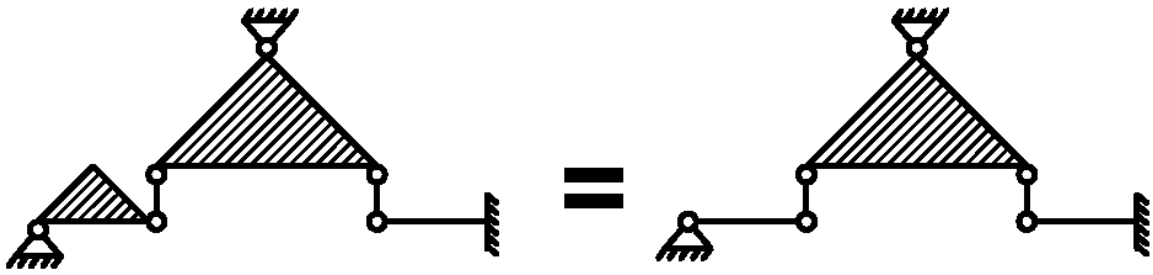
روش گام به گام تعیین پایداری:



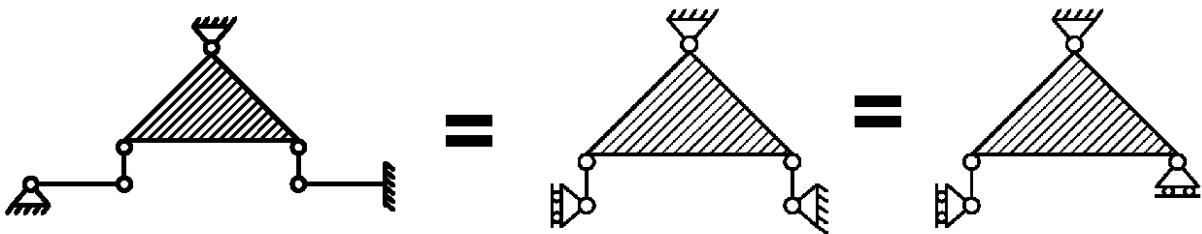
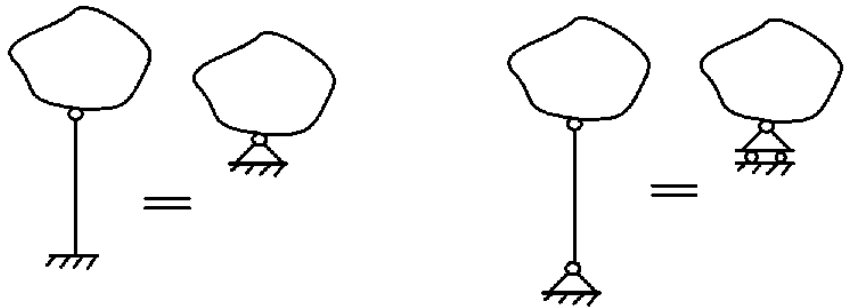
۱- قسمت هایی از سازه را که به تنهایی پایدار است هاشور می زنیم:



۲- هاشورهایی که تنها دو نقطه اتصال دارند را با یک میله مستقیم معادل سازی می کنیم:



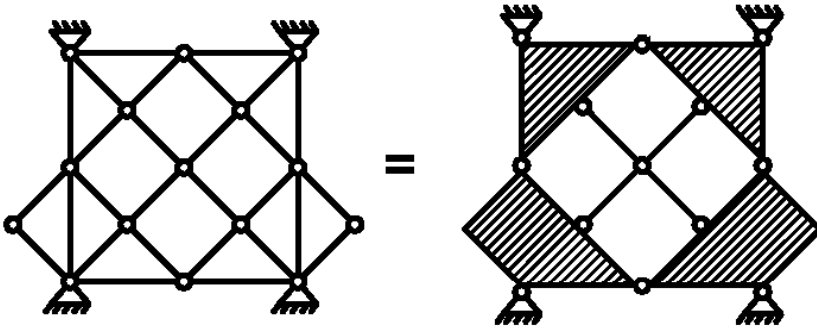
۳- تبدیل تکیه گاهها:



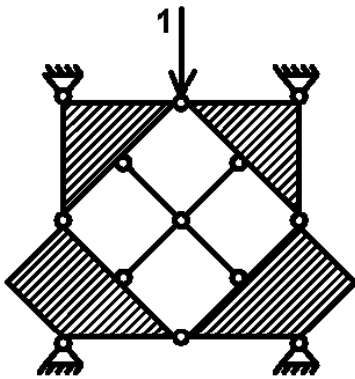
۴- قسمت هایی که به تنهایی پایدار هستند جزئی از زمین فرض کرده و حذف می کنیم. در سازه فوق قسمت



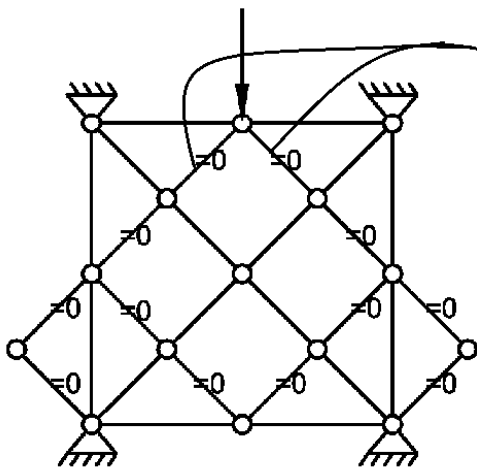
۵- در برخی از سازه ها با روش های فوق به نتیجه نمی رسیم. در این صورت باید از روش بار واحد استفاده کنیم:
مثال: سازه زیر را در نظر بگیرید. اگر گامهای فوق را انجام دهیم به نتیجه مطمئنی نمی رسیم:



در جهتی که احتمال ناپایداری داریم، یک بار واحد اعمال می کنیم:
(سوال: محل اعمال بار واحد را چگونه تشخیص دهیم؟)



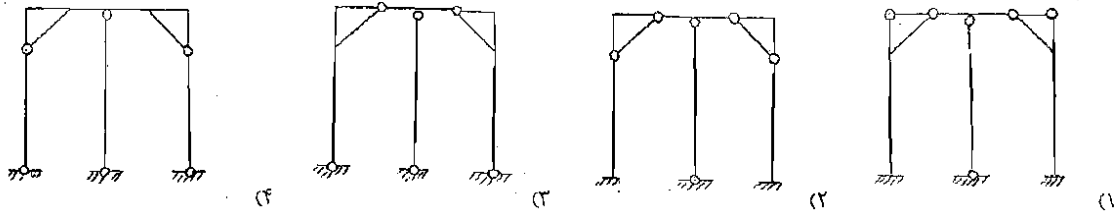
سازه را تحت بار واحد تحلیل می کنیم. اگر سازه ناپایدار باشد، به تناقض می رسیم:



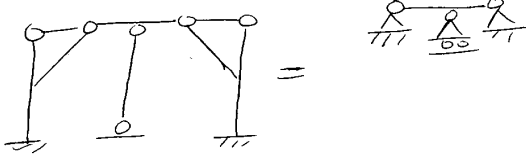
اگر اعضا صفر نیروی را منتقل کنیم، این
سازه صفر خواهند شد و در حالتی که باید صفر باشد
بنابراین سازه نمی تواند بار واحد را تحمل کند و ناپایدار است

سراسری ۸۶

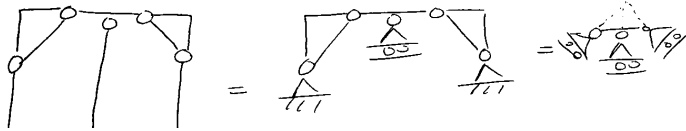
۶۵- کدام یک از سازه‌های زیر پایدار است؟ (کلیه سازه‌ها متقارن هستند).



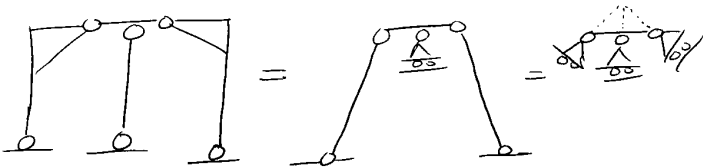
گزینه ۱ پایدار است:



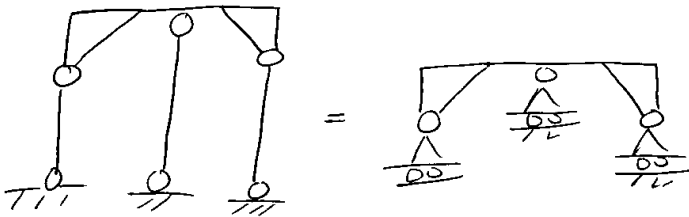
گزینه ۲ به دلیل هم رس بودن مولفه‌ها ناپایدار است



گزینه ۳ به دلیل هم رس بودن مولفه‌ها ناپایدار است

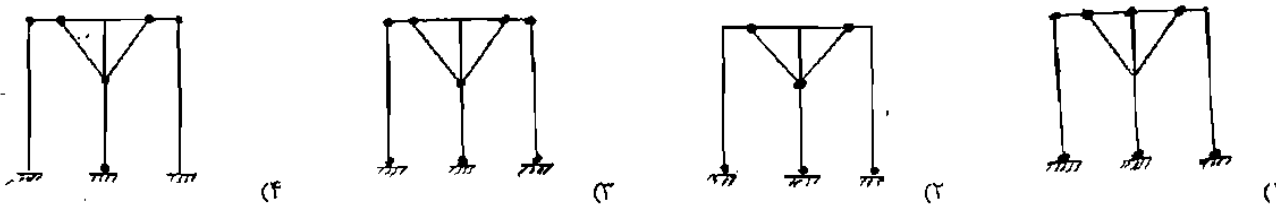


گزینه ۴ بدلیل موازی بودن مولفه‌ها ناپایدار است



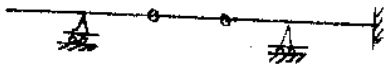
تمرین: سراسری ۸۲

۴۹- کدام یک از قابهای متقارن روبرو پایدار است؟



آزاد ۸۹

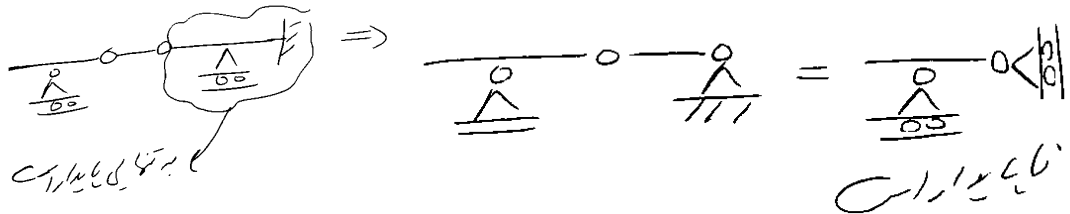
۶۱- کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟



- (۱) تیر ناپایدار هندسی است. (۲) تیر پایدار و معین است.
- (۳) تیر ناپایدار استاتیکی است. (۴) تیر پایدار و نامعین است.

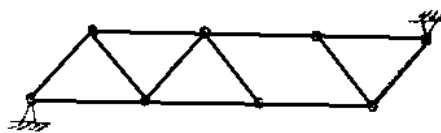
پاسخ: گزینه ۱

درجه نامعینی سازه برابر $n=0$ است بنابراین تعداد تکیه گاه‌های آن کافی می‌باشد و ناپایداری سازه از نوع استاتیکی نیست بلکه به علت چیدمان نامناسب اعضا می‌باشد (ناپایداری هندسی)

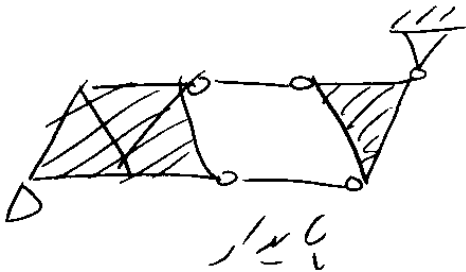


آزاد ۸۹

۶۸- کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

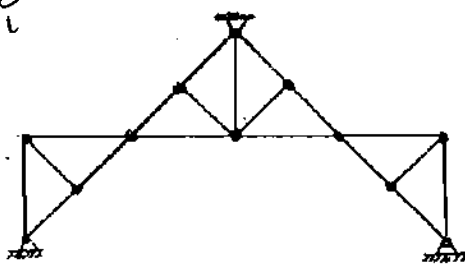


- (۱) خرپا پایدار و معین است.
- (۲) خرپا پایدار و نامعین است.
- (۳) خرپا ناپایدار است.
- (۴) هیچکدام



تمرین سراسری ۸۳

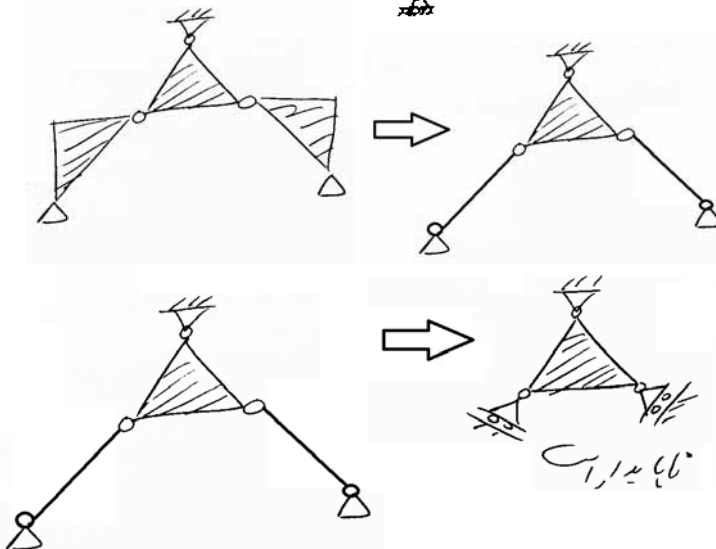
۶۹- خریای مقابل:



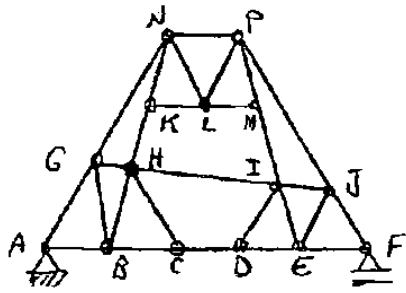
- (۱) ناپایدار است.
- (۲) پایدار و معین است.
- (۳) پایدار و ۲ درجه نامعین است.
- (۴) پایدار و ۳ درجه نامعین است.

پاسخ: گزینه ۱ است.

ابتدا قسمت‌های پایدار را هاشور می‌زنیم. دو مثلث پایینی تنها دو نقطه اتصال دارند بنابراین آنها را با میله جایگزین می‌کنیم:



از طرفی میله‌های مایل را می‌توان به تکیه‌گاه غلتکی در راستای میله تبدیل کرد:



۶۲- خرپای شکل زیر یک سازه:

(۱) معین و پایدار است.

(۲) نامعین و پایدار است.

(۳) به علت داشتن شبکه‌های چهار ضلعی ناپایدار است.

(۴) یک خرپای مرکب است که به صورت ناپایدار از ترکیب چند خرپای ساده تشکیل شده است.

پاسخ: گزینه ۱

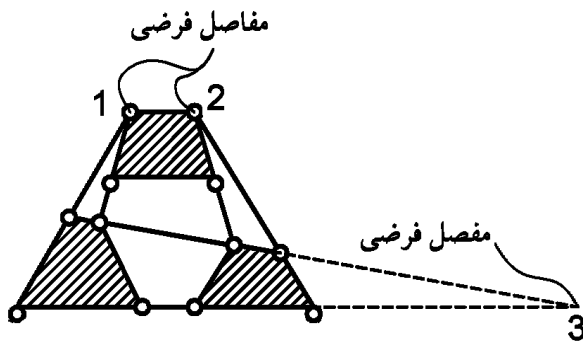
ابتدا قسمت های پایدار را هاشور میزنیم.

در واقع سه جسم توسط ۶ میله به هم متصل شده اند.

به جای میله ها مفاصل فرضی آنها در نظر می گیریم.

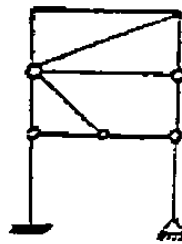
اگر ۳ مفاصل فرضی در یک امتداد نباشند، سازه پایدار است.

مفاصل ۱، ۲ و ۳ در یک امتداد نیستند و جسم پایدار است.



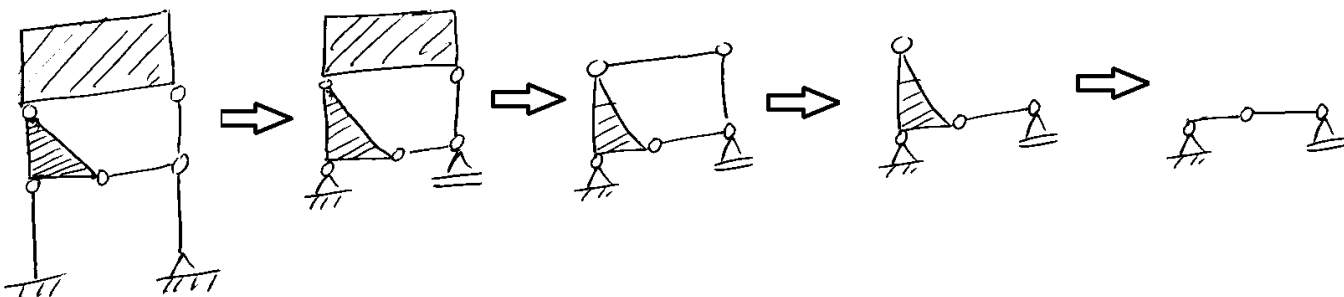
تمرین آزاد ۸۷

۱- کدام گزینه در ورد قاب شکل زیر صحیح است؟



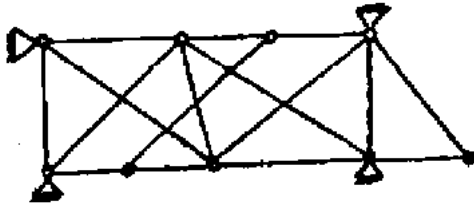
(۱) ناپایدار و دو درجه نامعین (۲) پایدار و دو درجه نامعین (۳) ناپایدار و سه درجه نامعین (۴) پایدار و معین

پاسخ: گزینه ۱

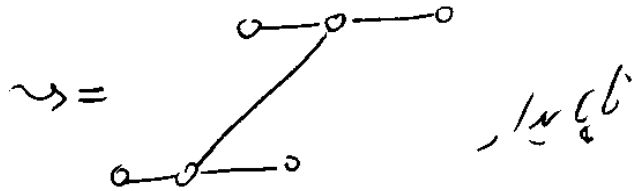
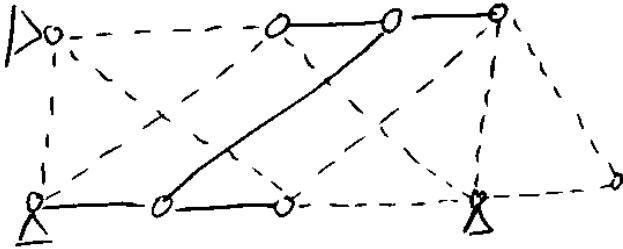


آزاد ۸۸

۶۷- کدام گزینه در مورد خریای نشان داده شده صحیح می باشد.

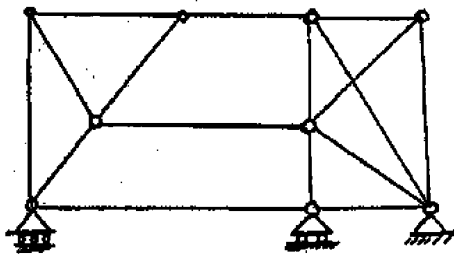


- (۱) پایدار و معین
- (۲) ناپایدار داخلی
- (۳) پایدار و نامعین
- (۴) ناپایدار خارجی



آزاد ۹۱

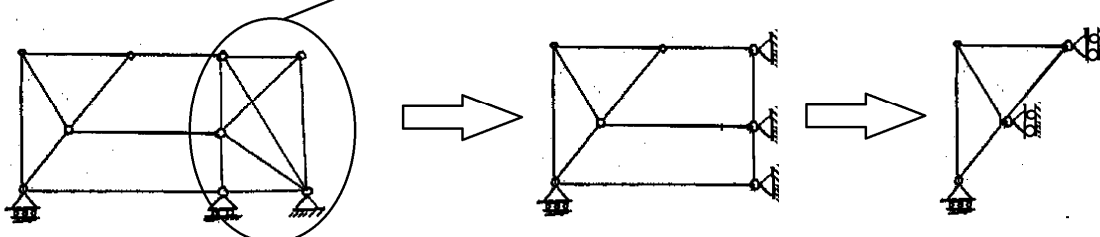
۶۲- خریای نشان داده شده



- (۱) پایدار است.
- (۲) ناپایدار است.
- (۳) معین است.
- (۴) بستگی به ابعاد سازه می تواند پایدار و یا ناپایدار باشد.

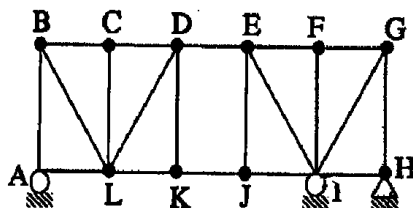
پاسخ: گزینه ۱:

این قسمت به تنهایی پایدار است



تمرین: آزاد ۹۳

۷۷- در مورد خریای مقابل:



- (۱) معین - پایدار
- (۲) نامعین - پایدار
- (۳) معین - ناپایدار
- (۴) نامعین - ناپایدار

۲-۱-درجه نامعینی

لکھین درجه نامعینی:

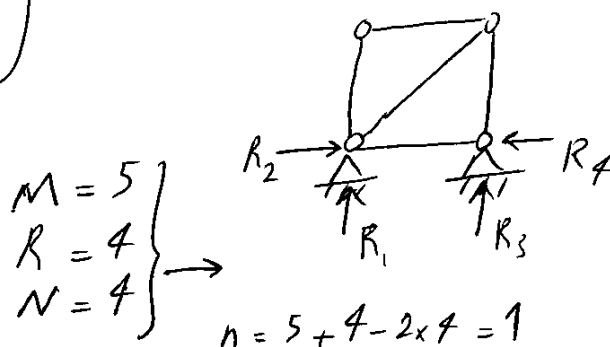
سازه که رای می توان به دو بخش معین و نامعین تقسیم کرد.
در صورتی که بتوان با استفاده از روابط استاتیکی نیروهای داخلی اعضاء یکس العمل کی
تکیه گاه سازه را بدست آورد، سازه معین نامیده می شود در غیر این صورت
نامعین خواهد بود.

درجه نامعین از واقع تعداد مجهولاتی را که نمی توان با استاتیکی بدست آورد، نشان می دهد.
در تعین درجه نامعین سازه که را به 4 بخش تقسیم می کنیم:

1 خرکای دو بعدی (که در آن تمامی اتصالات مفصلی است)
2 قاب دو بعدی
3 خرکای سه بعدی
4 قاب سه بعدی

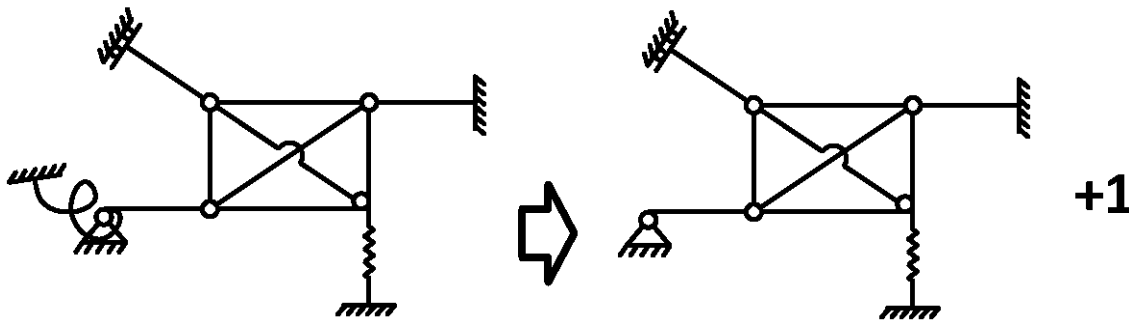
1 درجه نامعین خرکای دو بعدی از رابطه زیر بدست می آید:

$n = M + R - 2N$
 n ← تعداد اعضاء خرکای
 M ← تعداد اتصالات یکس العمل کی
 R ← تعداد مفصلات
 N ← تکیه گاه کی

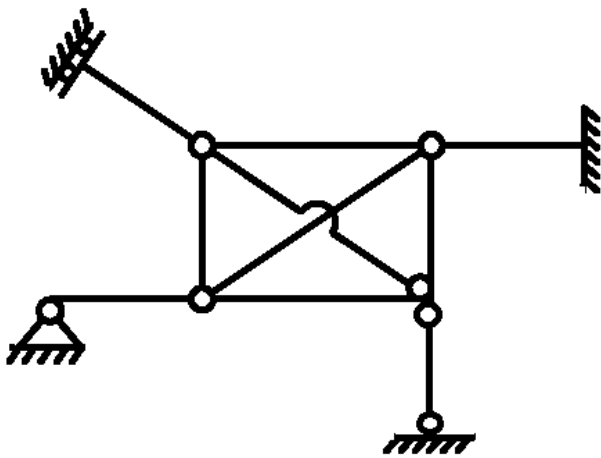


درجه نامعینی قابها:

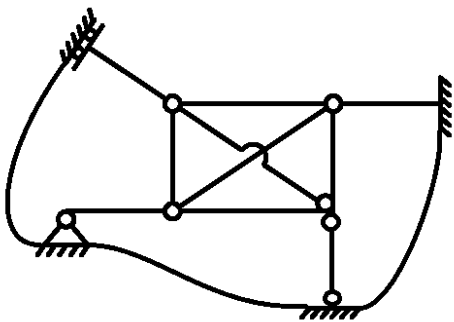
گام ۱: تمامی فنرهای پیچشی را حذف می کنیم و در عوض به تعداد فنرهای پیچشی حذف شده به درجه نامعینی می افزاییم



گام ۲: فنرهای محوری (و کابلها) را با میله های دو سر مفصل جایگزین می کنیم:

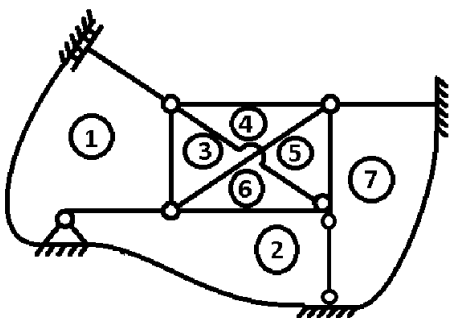


گام ۳: از آنجا که زمین یک جسم پیوسته می باشد، تکیه گاهها را به هم متصل می کنیم. دقت شود که آخرین تکیه گاه را به اولین تکیه گاه متصل نکنید:

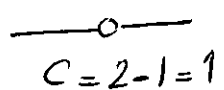
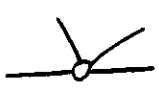


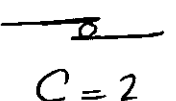
گام ۴: تعداد نواحی بسته را می شماریم:

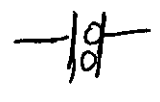
$$= 6 \text{ (تعداد تقاطع غیرواقعی - 7)}$$

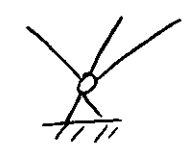



گام ۵: تعداد درجات آزادی مفاصل را کنار آنها می نویسیم:


 $C = 2 - 1 = 1$

 $C = 4 - 1 = 3$
 $C = (1 - \text{تعداد اعضایی که مفصل شده اند})$

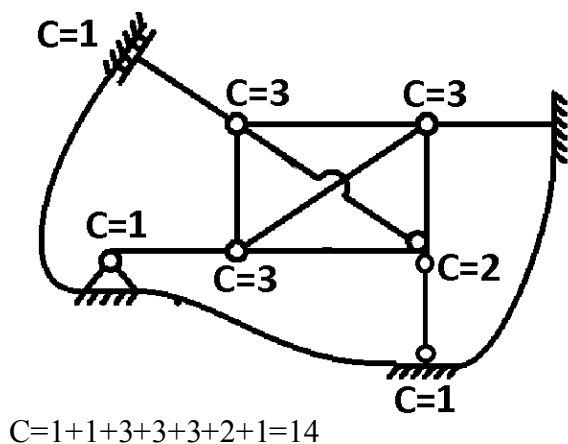

 $C = 2$
 این مفصل فقط برش منتقل می کند و چون M و P در آن موازی است $C = 2$


 $C = 1$
 این اتصال برش نمی تواند منتقل کند به این جهت $V = 0$ است


 $C = 4 - 1 = 3$
 در وقت شود که زمین به تنهایی یک عضو محسوب می شود و تعداد کل اعضا 4 است


 $C = 5 - 1 = 4$
 در وقت شود که زمین ۲ عضو محسوب می شود


 $C = 1$
 این اتصال لنگر و برش منتقل می کند ولی نیروی محوری در آن صفر است



$C=1+1+3+3+3+2+1=14$

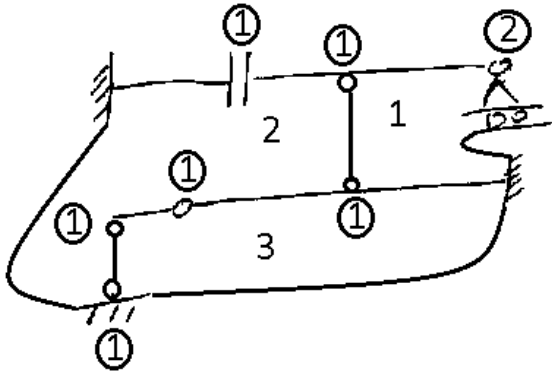
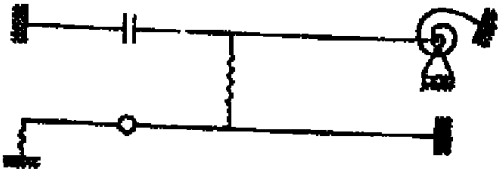
گام ۶: درجه نامعینی برابر خواهد بود با:

$n = 3 \times R - \sum C + \text{تعداد فنرهای پیچشی حذف شده} = 3 \times 6 - 14 + 1 = 5$

سراسری ۹۰

۶۲- درجه نامعینی سازه شکل مقابل چند است؟

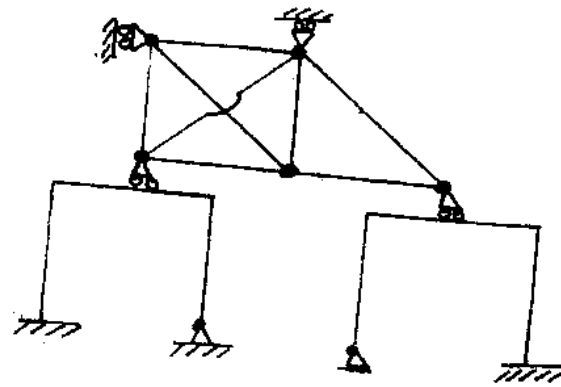
- ۵ (۱)
- ۴ (۲)
- ۲ (۳)
- ۶ (۴)



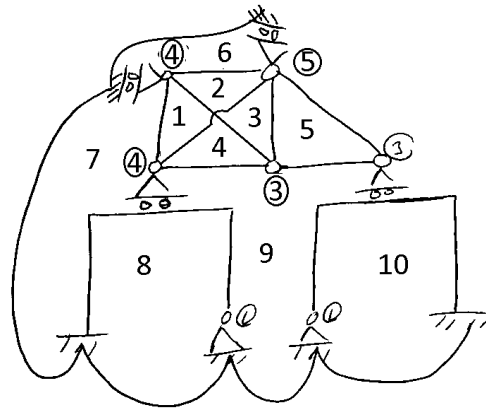
$$n = 3 \times 3 - (6 \times 1 + 2) + 1 = 2$$

آزاد ۸۹

۷۷- درجه نامعینی سازهی شکل زیر کدام است؟

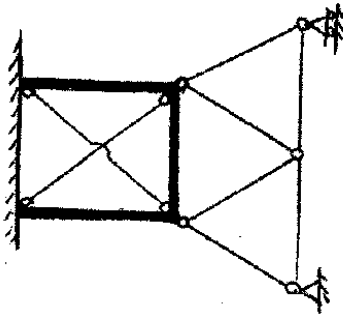


- ۴ (۱)
- ۵ (۲)
- ۶ (۳)
- ۷ (۴)



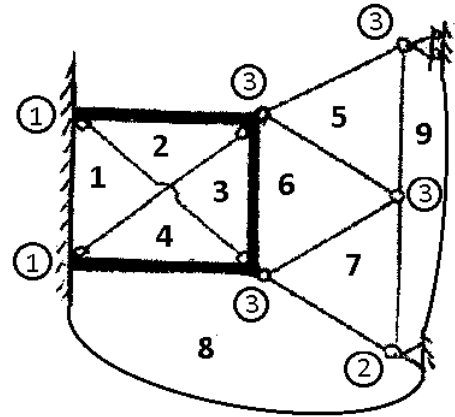
$$n = (10 - 1) \times 3 - (4 + 5 + 4 + 3 + 3 + 1 + 1) = 6$$

سراسری ۸۹



۵۶ تعداد درجات نامعین سازه مقابل کدام است؟

- ۹ (۱)
- ۸ (۲)
- ۱۳ (۳)
- ۱۵ (۴)

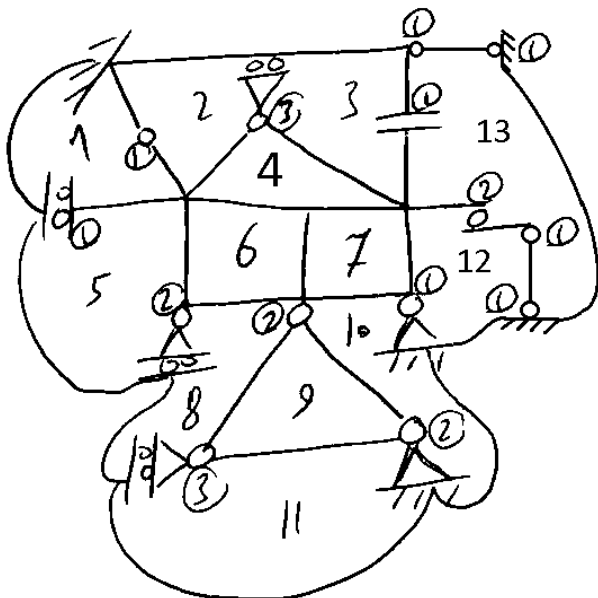
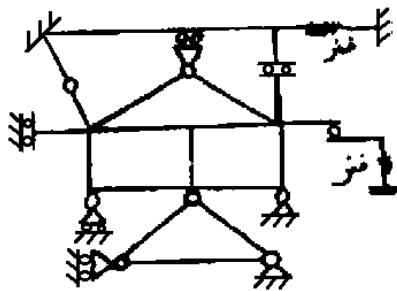


$$n = (9 - 1) \times 3 - (1 + 1 + 4 \times 3 + 2) = 24 - 16 = 8$$

آزاد ۸۸

۶۱- درجه نامعین سازه نشان داده شده کدام است؟

- ۱۸ (۱) درجه
- ۱۶ (۲) درجه
- ۱۹ (۳) درجه
- ۱۷ (۴) درجه

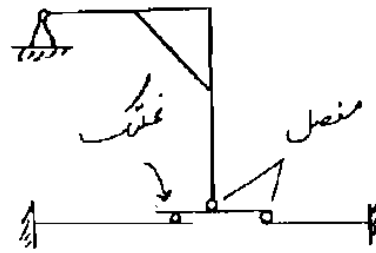


$$n = 3 \times R - \sum C$$

$$= 3 \times 13 - (8 \times 1 + 3 + 3 + 2 + 2 + 2 + 2) = 17$$

نکته: در محاسبه درجه آزادی تکیه گاه داخلی غلتکی بین نواحی ۲ و ۳، همانطور که زمین را ۲ عضو فرض می‌کنیم، میله افقی را نیز به دلیل غلتکی بودن تکیه گاه دو عضو فرض می‌کنیم.

سراسری ۸۳

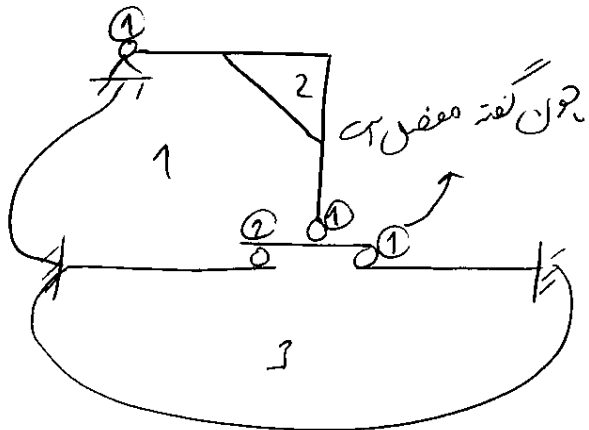


۷۳. درجه نامعینی سازه مقابل را تعیین کنید؟

- ۳ (۱)
- ۴ (۲)
- ۵ (۳)
- ۶ (۴)

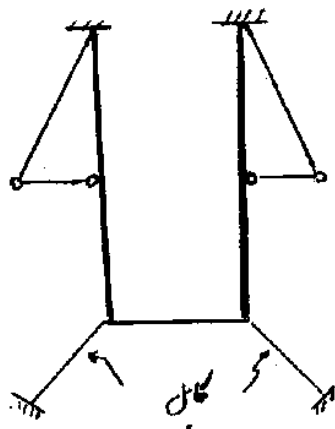
دقت شود که مفصل سمت راست که در شکل نیز به آن اشاره شده، به صورت مفصل غلتکی رسم شده و باید درجه آزادی آنرا برابر $c=2$ در نظر میگیریم و لی چون در صورت مسئله تاکید شده که این مفصل است (نه غلتک!) مقدار درجه آزادی آنرا $c=1$

در نظر میگیریم:



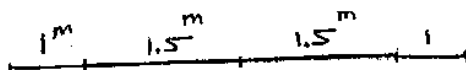
چون نکته مفصل است $n = 3 \times 3 - (1 + 2 + 1 + 1) = 4$

سراسری ۸۷

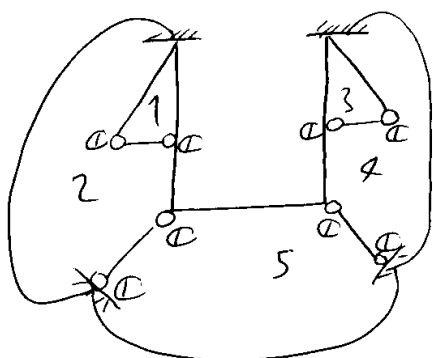


۷۴. درجات نامعینی سازه شکل مقابل را حساب کنید؟

- (۱) سه درجه
- (۲) شش درجه
- (۳) هفت درجه
- (۴) یازده درجه



دقت شود که اعضای کابلی باید به اعضای دوسر مفصل تبدیل شوند ولی افزودن مفصل به انتهای اعضای کابلی تنها شامل خود کابل خواهد بود و بقیه سازه در نقطه اتصال به کابل مفصلی نمی شود:

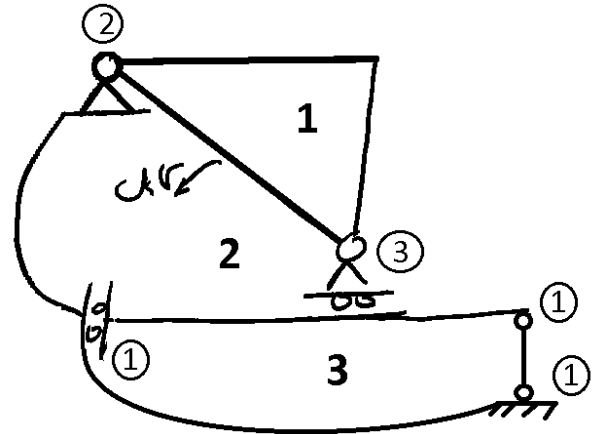
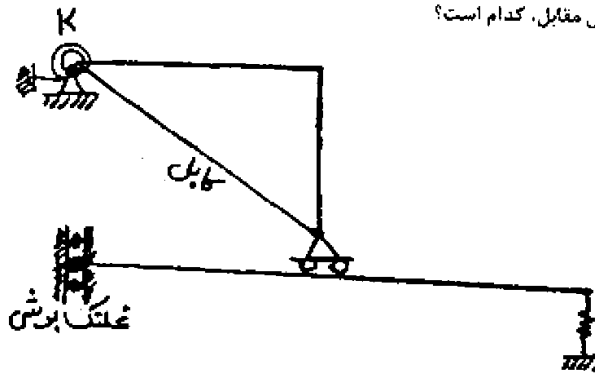


$$n = 5 \times 3 - (1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1) = 7$$

سراسری ۸۸

۷۱- درجات نامعینی سازه شکل مقابل، کدام است؟

- ۴ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۱ (۴)



$$n = 3 \times 3 - (2 + 3 + 1 + 1 + 1) + 1 = 9 - 8 + 1 = 2$$

سراسری ۸۳

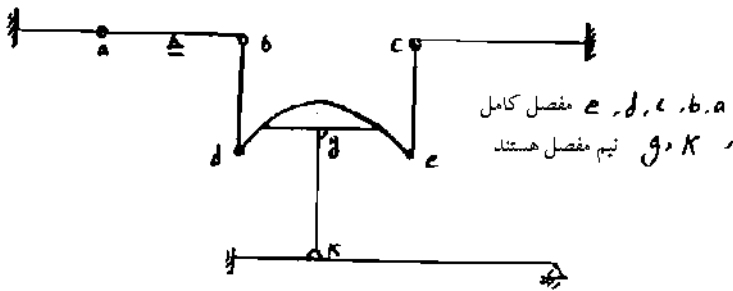
۷۸- در مورد پایداری و معین بودن سازه شکل زیر می توان گفت :

(۱) سازه ناپایدار است .

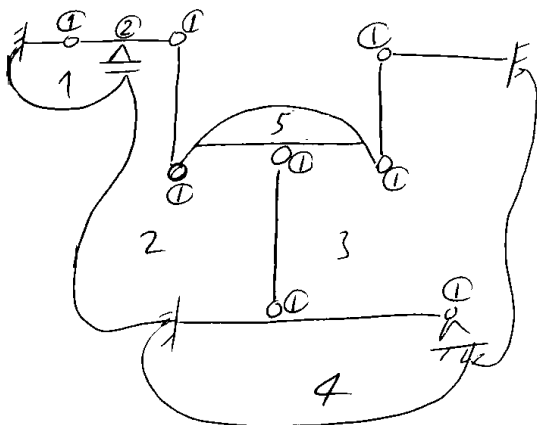
(۲) سازه معین است .

(۳) سازه ۲ درجه نامعین است .

(۴) سازه پایدار و ۵ درجه نامعین است .



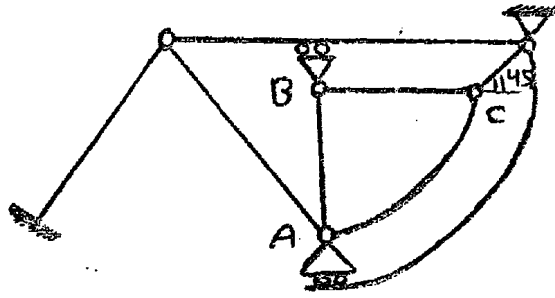
مفصل کامل e, d, c, b, a
مفصل نیم k



$$n = 5 \times 3 - (1 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1) = 5$$

آزاد ۸۹

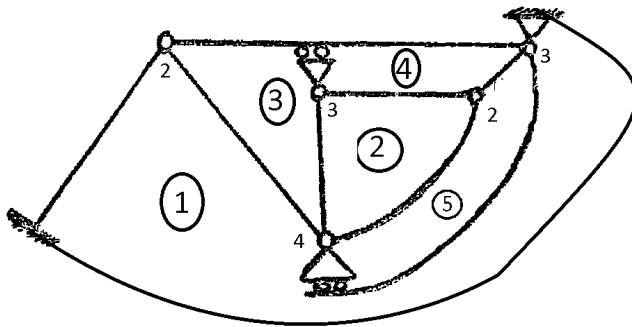
۶۱- کدام گزینه در مورد معینی و پایداری سازه نشان داده شده صحیح است؟ (ABC ربع دایره می باشد)



- (۱) ناپایدار
- (۲) معین و پایدار
- (۳) نامعین و پایدار
- (۴) سه درجه نامعین است

گزینه ۱ (قسمت داخلی ناپایدار هندسی است)

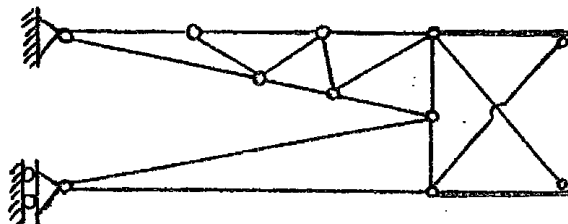
البته درجه نامعینی سازه فوق به صورت زیر محاسبه می شود:



$$n = 3 \times 5 - 4 - 2 - 3 - 2 - 3 = 1$$

آزاد ۸۹

۶۲- کدام گزینه در مورد سازه روبرو صحیح است؟

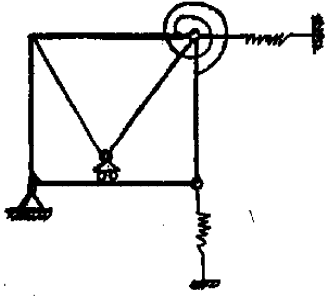


- (۱) پایدار و شش درجه نامعین
- (۲) معین
- (۳) پایدار و یک درجه نامعین
- (۴) ناپایدار

گزینه ۴

آزاد ۹۱

۶۱- درجه نامعینی سازه نشان داده شده کدام است؟



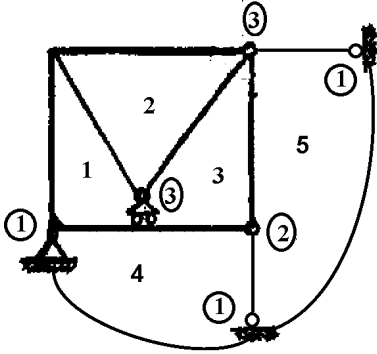
4 (۱)

6 (۳)

گزینه ۲

مطابق شکل فنر پیچشی را حذف کرده و بر اساس نواحی

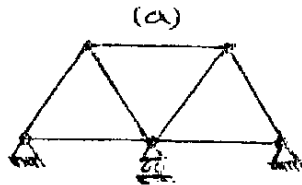
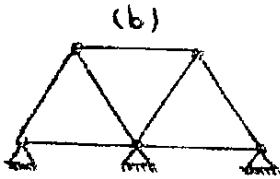
و درجات آزادی درجه نامعینی را محاسبه می کنیم:



$$n = 3R - (1 + 1 + 1 + 3 + 3 + 2) + springs = 15 - 11 + 1 = 5$$

آزاد ۹۰

۶۹- کدام گزینه در مورد خرابیهای a و b صحیح می باشد. (بارهای وارد شده فقط به صورت گره ای می باشد)



(۱) خرابی a یک درجه نامعین و خرابی b دو درجه نامعین است.

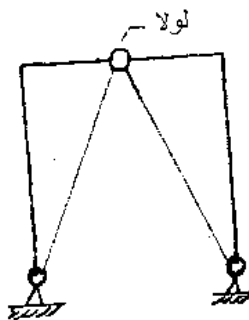
(۲) خرابی a دو درجه نامعین و خرابی b سه درجه نامعین است.

(۳) خرابی a یک درجه نامعین و سازه b معین است.

(۴) خرابی a دو درجه نامعین و خرابی b یک درجه نامعین است.

تمرین آزاد ۸۹

۷۶- قاب روبرو چند درجه نامعین است؟

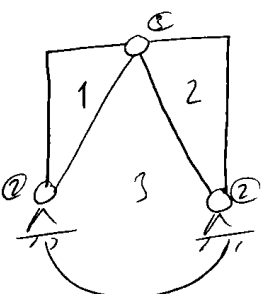


(۱) یک درجه (۳) ۲ درجه

(۲) ۳ درجه (۴) ۴ درجه

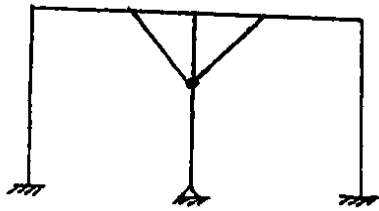
پاسخ: گزینه ۳

منظور از لولا در شکل همان مفصل است.



$$n = 3 \times 3 - (3 + 2 + 2) = 2$$

تمرین آزاد ۸۵



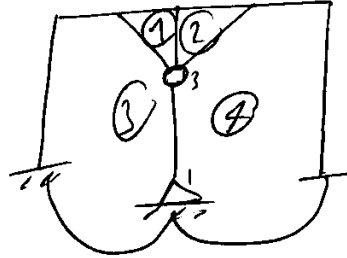
۸۱- درجه نامعینی فاب زیر چند است؟

۸ (۱)

۶ (۲)

۱۲ (۳)

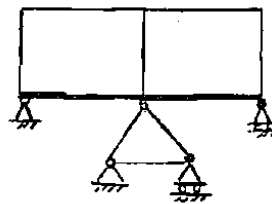
۹ (۴)



$$n = 4 \times 3 - 3 - 1 = 8$$

تمرین سراسری ۸۵

درجات نامعینی سازه را حساب کنید.



۶ (۱)

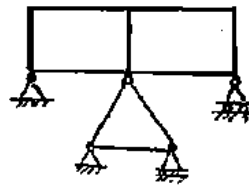
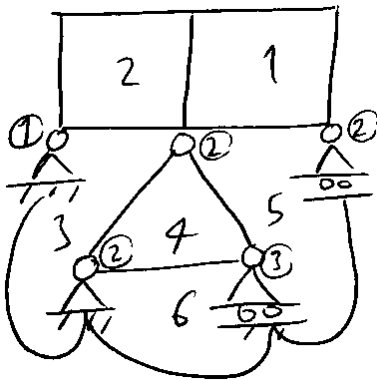
۷ (۲)

۸ (۳)

۹ (۴)

تمرین سراسری ۸۲

۵۷- سازه شکل مقابل چند درجه نامعین است؟



۶ (۱) درجه

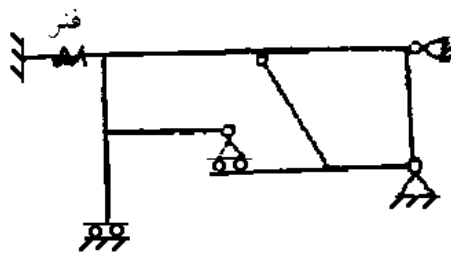
۷ (۲) درجه

۸ (۳) درجه

۱۰ (۴) درجه

$$n = 6 \times 3 - (1 + 2 + 2 + 2 + 3) = 8$$

تمرین آزاد ۸۷



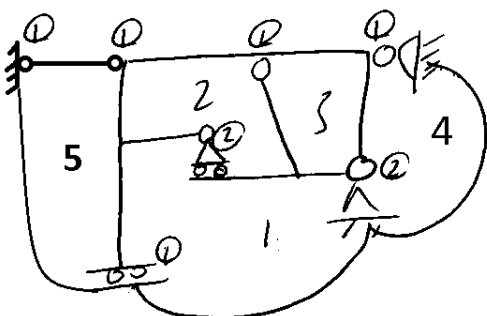
۶۰- سازه مقابل چند درجه نامعین است؟

۷ (۱) درجه

۶ (۲) درجه

۵ (۳) درجه

۴ (۴) درجه

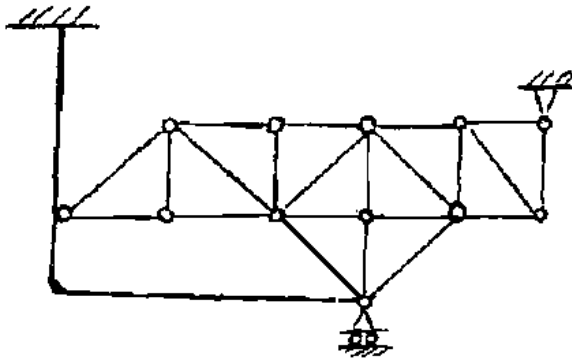


$$n = 5 \times 3 - (5 \times 1 + 2 + 2) = 6$$

تمرین سراسری ۸۱

۵۶. درجه نامعینی سازه زیر کدام گزینه است؟

- (۱) - سه
- (۲) - چهار
- (۳) - پنج
- (۴) - شش

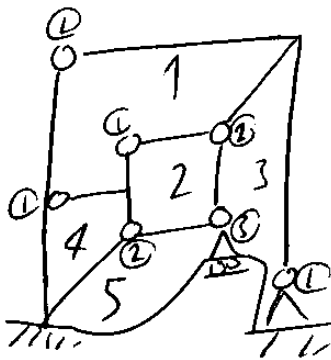
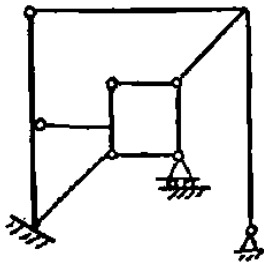


گزینه ۳

تمرین سراسری ۸۱

۴۹. درجه نامعینی شکل روپرو کدام است؟

- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۴
- (۴) ۵

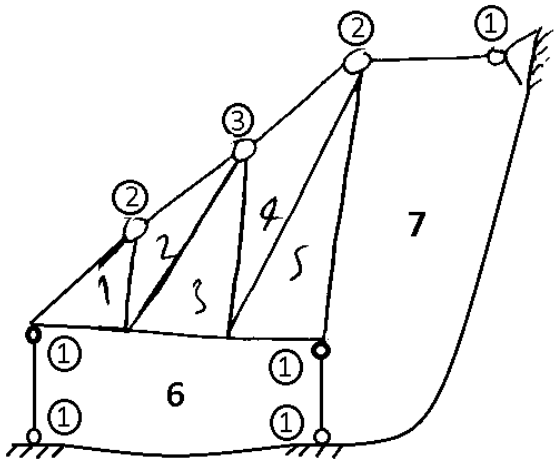
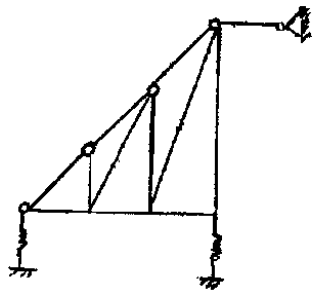


$$n = 5 \times 3 - (4 + 4 + 2 + 2 + 3 + 1) = 4$$

تمرین سراسری ۸۷

۷۸. درجات نامعینی سازه شکل مقابل را تعیین کنید؟

- (۱) ۳ درجه
- (۲) ۱۵ درجه
- (۳) ۹ درجه
- (۴) ۷ درجه



$$n = 7 \times 3 - (5 \times 1 + 2 + 2 + 3) = 21 - 12 = 9$$

تمرین سراسری ۸۶

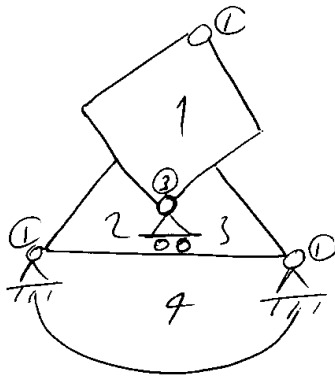
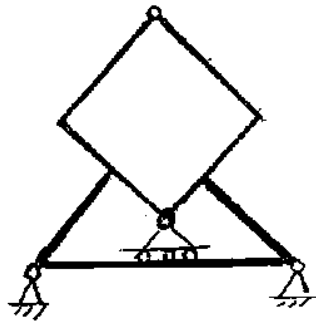
۷۵- تعداد درجات نامعینی سازه مقابل را حساب کنید.

(۱) ۴ درجه

(۲) ۵ درجه

(۳) ۶ درجه

(۴) ۷ درجه



$$n = 4 \times 3 - (1 + 3 + 1 + 1) = 6$$

تمرین سراسری ۸۴

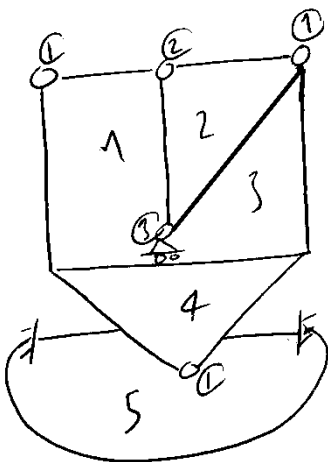
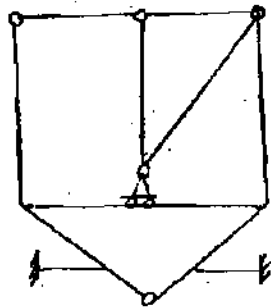
۷۸- درجه نامعینی سازه مقابل چقدر است؟

(۱) ۶

(۲) ۷

(۳) ۸

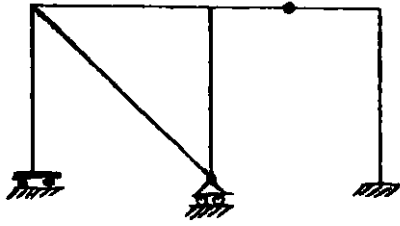
(۴) ۹



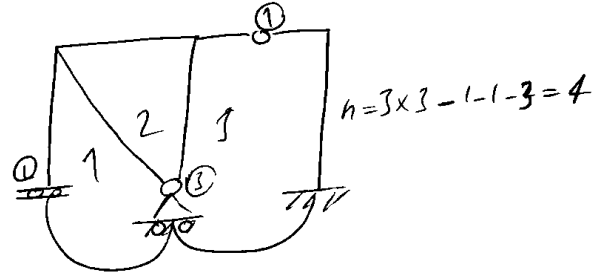
$$n = 5 \times 3 - (1 + 2 + 1 + 3 + 1) = 7$$

تمرین آزاد ۸۳

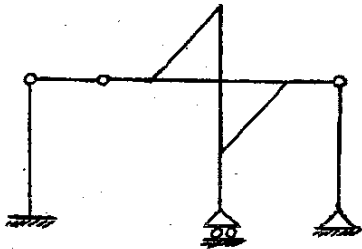
۳۹- سازه نشان داده شده در شکل چند درجه نامعین است؟



- (۱) ۲ درجه
- (۲) ۳ درجه
- (۳) ۴ درجه
- (۴) هیچکدام



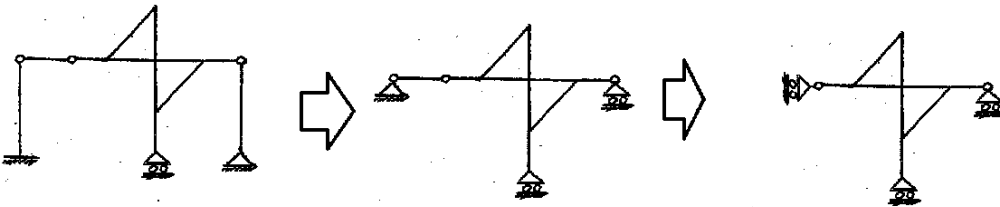
تمرین آزاد ۹۲



۶۷- کدام گزینه در ارتباط با قاب نشان داده شده صحیح است؟

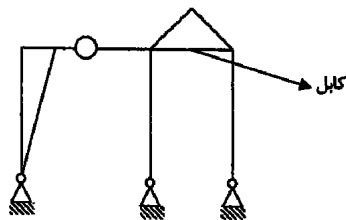
- (۱) معین و پایدار
- (۲) نامعین و پایدار
- (۳) معین و ناپایدار
- (۴) نامعین و ناپایدار

گزینه ۲:



تمرین: آزاد ۹۳

۷۴- درجه نامعینی سازه زیر کدام است؟



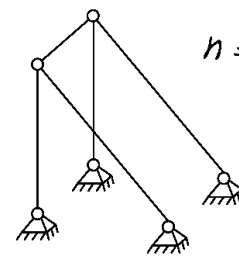
- (۱) 6
- (۲) 4
- (۳) 9
- (۴) 7

۲-۲- درجه نامعین سازه های سه بعدی

گی خرابی سه بعدی: درجه نامعین خرابی سه بعدی است به خرابی دو بعدی است
 با این تفاوت که تعداد گره ها را برابر در نظر می گیریم:

$n = M + R - 3N$

تعداد مفاصل
 عکس العمل
 کم تعداد اعضا

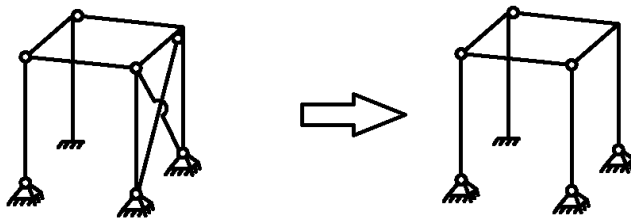


$n = (5) + (4 \times 3) - 3(6) = -1$

بنابراین خراب ناماییدار است.

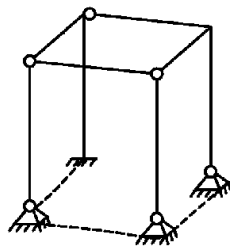
۴ قاب سه بعدی: برای محاسبه درجه نامعین قاب های سه بعدی به شرح زیر عمل می کنیم:

گام ۱: بار بندگی و ترک را حذف می کنیم:



گام ۲: مشابه قاب های دو بعدی تک گره ها را به هم وصل می کنیم و یک تکیه گاه آفرز

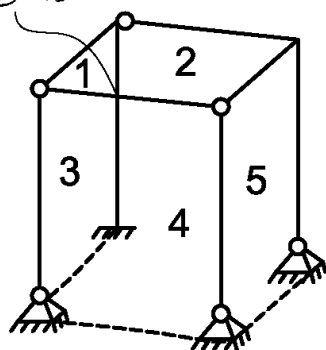
به تکیه گاه اول وصل نمی کنیم



گام ۳: فرض می کنیم سازه یک سازه دو بعدی است و تعداد نواحی بتدریج شماریم ولی

به تعداد تقاطع های غیر واقعی از تعداد نواحی کم می کنیم

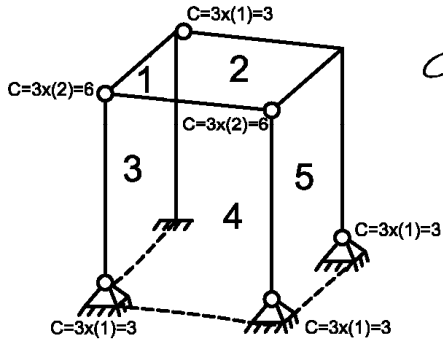
این تقاطع غیر واقعی است



$R = 5 - 1 = 4$

در شکل مقابل تنها یک تقاطع غیر واقعی داریم

گام ۴: مقادیر روابط آزادی C را گام به گام می‌کنیم:
 تفاوت ضرب C در قاب سه بعدی با قاب دو بعدی همان است که
 ✓ ضرب گام به گام را سر برابر می‌کنیم
 ✓ پس از سر برابر کردن مقدار C به تعداد اضافی دوسر مقلز را آن گامیم



$$C = [6+6+3+3+3+3] - [3] = 21$$

تعداد اضافی دوسر مقلز

گام ۵: درجه نامعینی برابر خواهد بود با:

$$n = 6 \times R - C + \text{تعداد بار بند} + \text{تعداد زنجیر}$$

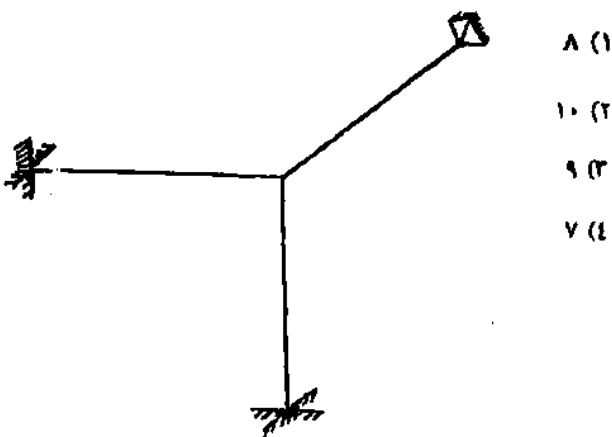
$$= 6 \times 4 - 21 + 0 + 2 = 5$$

نحوه محاسبه درجه آزادی حرکتی تکیه گاه غلتکی در سه بعدی: تفاوت غلتکی با مفصلی ثابت در این است که تنها دو حرکت افقی در آن آزاد است. بنابراین تکیه گاه را مفصلی ثابت فرض کرده و پس از محاسبه، دو واحد به آن می‌افزاییم. برای مثال اگر تکیه گاههای فوق غلتکی باشند مقدار C آنها برابر ۵ خواهد بود.

آزاد ۸۴

آزاد ۸۵

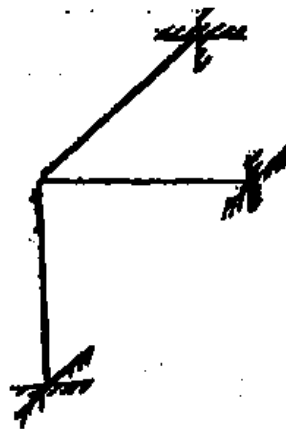
۳۴- درجه نامعینی قاب فضایی زیر چقدر است؟



- ۸ (۱)
- ۱۰ (۲)
- ۹ (۳)
- ۷ (۴)

گزینه ۳

۹۱- درجه نامعینی قاب فضایی زیر چند است؟



- ۶ (۱)
- ۳ (۲)
- ۹ (۳)
- صفر (۴)

۱۲ درجه نامعین است (پاسخ در گزینه ها نیست)

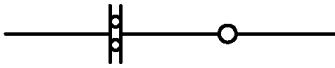
۳- استاتیک تیرها انواع مفصل و ترکیب آنها

$$\text{---} \circ \text{---} \quad M=0$$

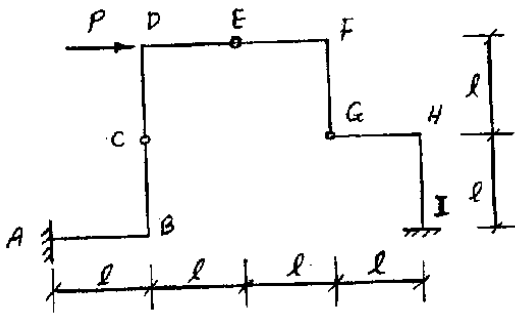
$$\text{---} \text{---} \circ \circ \text{---} \quad P=0$$

$$\text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \quad V=0$$

$$\text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \quad P=0, M=0$$

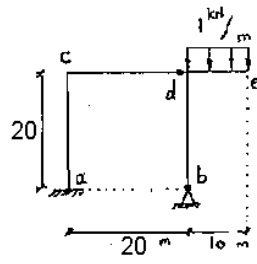


در چه مواردی می توان تیرهای غیرمستقیم را با یک میله خرنایی جایگزین نمود؟



نحوه استفاده از مفاصلی که سازه را دو قسمت می کنند (مفصل جدا کننده)

در سازه شکل مقابل، عکس العمل افقی تکیه گاه a کدام است؟

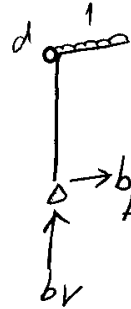
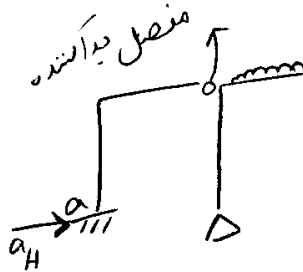


(۱) ۷٫۵ kN

(۲) ۵ kN

(۳) ۲٫۵ kN

(۴) ۰

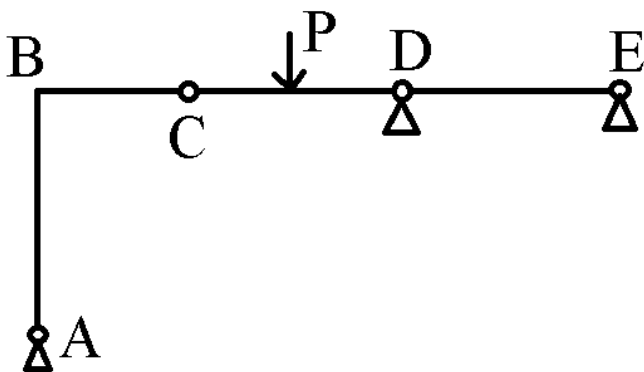


$$\sum M_d = 0 \rightarrow b_H = \frac{1 \times 10^2 / 2}{20}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow a_H + b_H = 0 \rightarrow a_H = -2.5$$

۱- قسمتی از تیر که دوسر مفصل است می توان به راحتی جدا گانه تحلیل کرد:

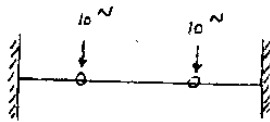
لنگر در B چقدر است؟



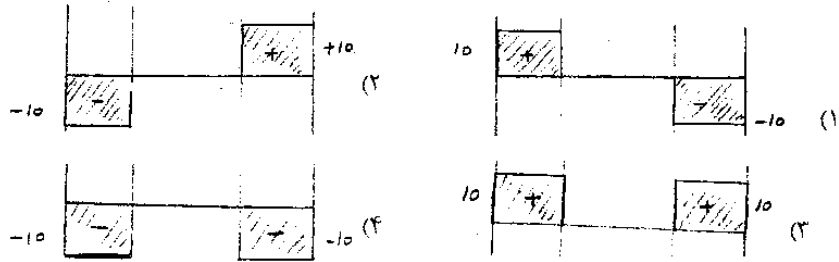
۲- نحوه رسم سریع دیاگرام برش

۳- نحوه رسم سریع دیاگرام خمش

آزاد ۸۹

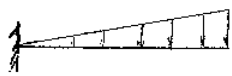


۷۴- کدامیک از گزینه‌های زیر، نمودار نیروی برشی را در طول تیر روبرو تحت بار رسم شده نشان می‌دهد؟

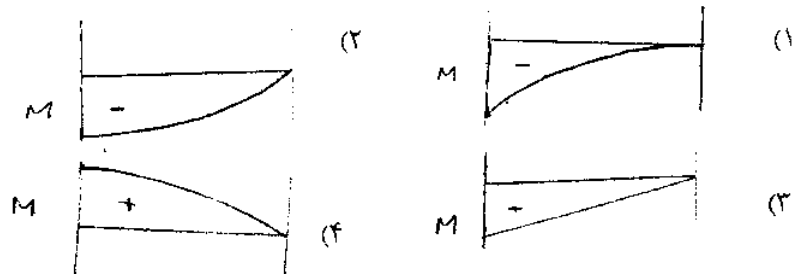


گزینه ۱

آزاد ۸۹



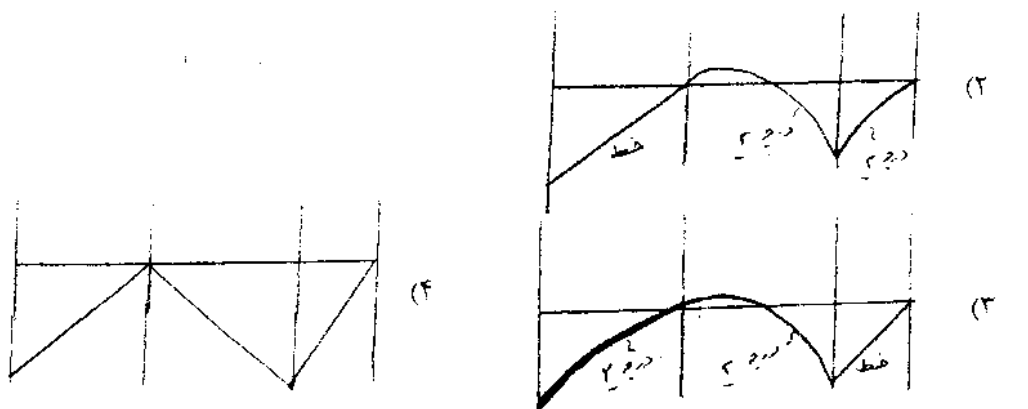
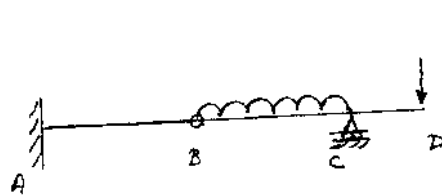
۷۵- کدامیک از گزینه‌های زیر نمودار نیروی خمشی را در طول تیر روبرو با بار مثلثی نشان می‌دهد؟



گزینه ۱

آزاد ۸۹

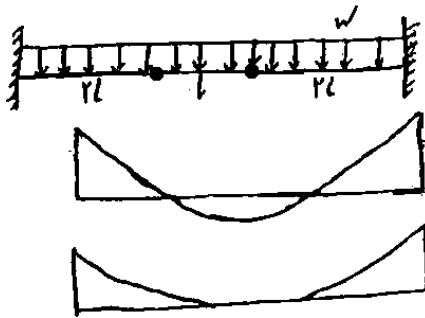
۶۹- کدامیک از گزینه‌های زیر می‌تواند نمودار لنگر خمشی تحت بارهای نشان داده شده باشد.



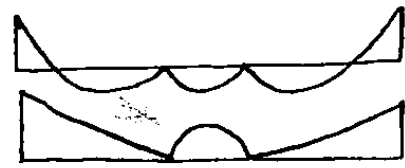
گزینه ۱

آزاد ۸۵

منحنی لنگر خمشی تیر زیر کدام است؟



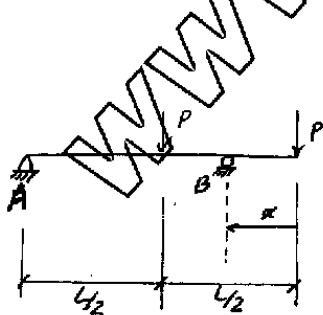
(۲)
(۱)



گزینه ۲

سراسری ۹۱

۵۸- تیر نشان داده شده در شکل تحت بارهای متمرکز P قرار دارد. در این تیر، می توان تکیه گاه B را در هر نقطه دیگری از تیر قرار داد. فاصله x تکیه گاه B را طوری تعیین کنید که لنگر حداکثر خمشی تیر به حداقل مقدار خود برسد؟

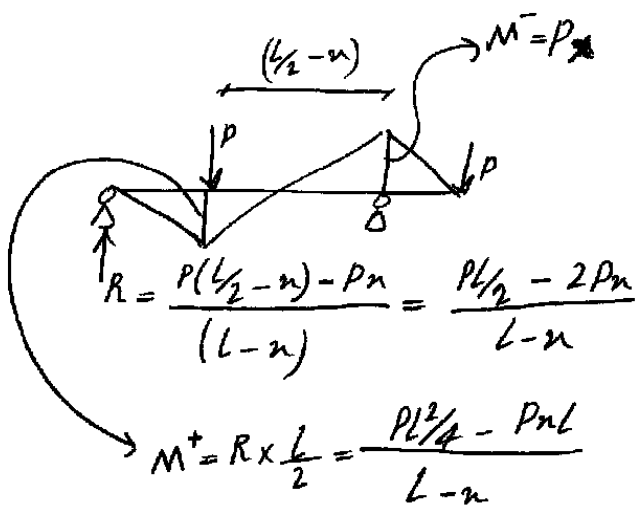


(۱) $\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)L$

(۲) $\frac{L}{2}$

(۳) $\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)L$

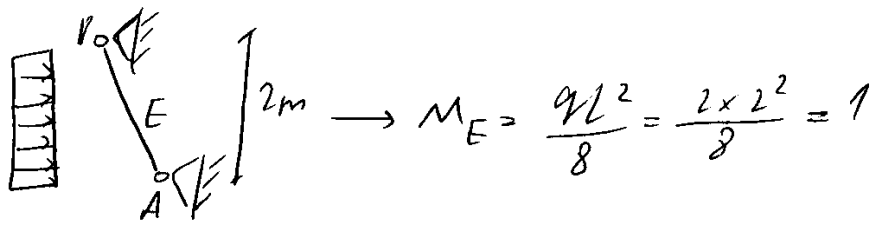
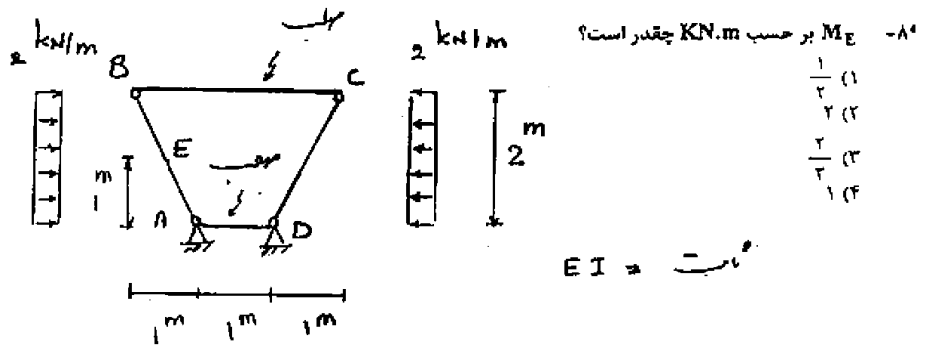
(۴) صفر



$$M^- = M^+ \Rightarrow Px = \frac{PL^2/4 - Pnx}{L-x} \rightarrow Px^2 - 2Pnx + \frac{PL^2}{4} = 0$$

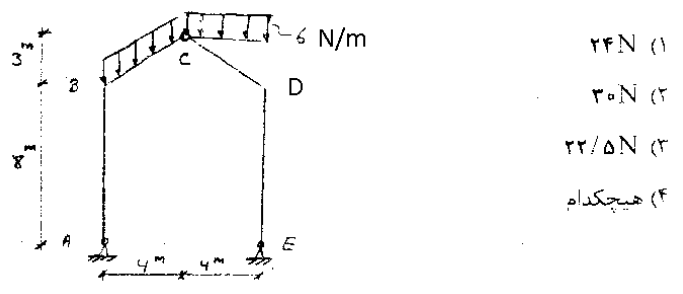
$$\rightarrow x = \frac{2L \pm \sqrt{4L^2 - L^2}}{2} \Rightarrow x = \begin{cases} \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)L \checkmark \\ \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)L \times \end{cases}$$

سراسری ۸۸



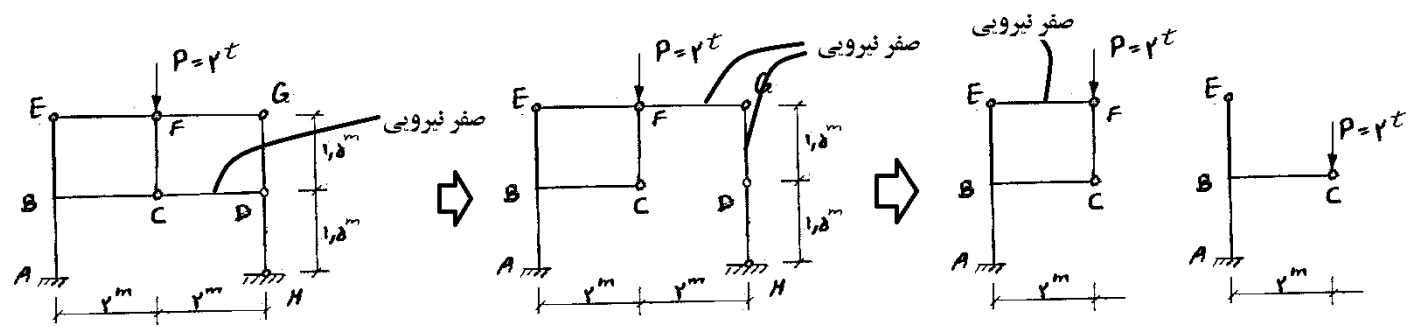
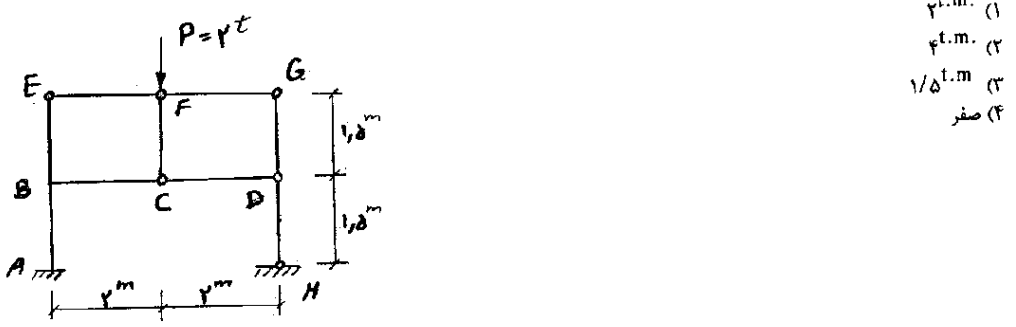
آزاد ۸۹

۶۶- مولفه قائم عکس العمل تکیه گاهی E (Ey) چقدر است؟



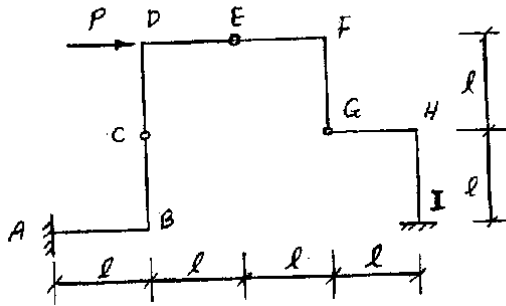
سراسری ۸۷

۸۱- بار ۲ تن در سازه شکل مقابل اثر می کند. لنگر خمشی در نقطه B مربوط به انتهای عضو BC چقدر است؟

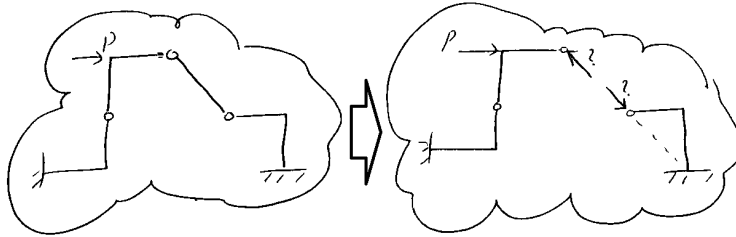
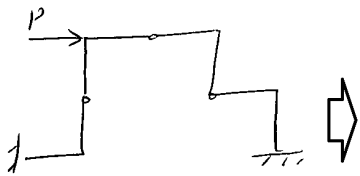


سراسری ۸۷

۸۴- لنگر خمشی در تکیه گاه I سازه شکل مقابل را محاسبه کنید.



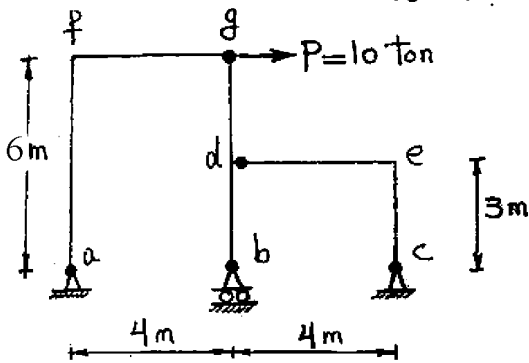
- ۱) Pl
- ۲) $2Pl$
- ۳) $3Pl$
- ۴) صفر



اندازه نیروی مجهول از I می‌تواند و $M_I = -$

سراسری ۸۸

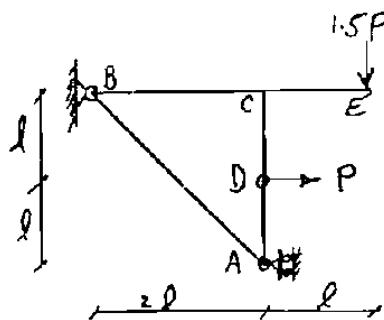
۷۳- در سازه شکل مقابل که مفصل‌ها با گره توپر مشخص شده‌اند در اتصالات صلب f و e، ممان چند k.m است؟



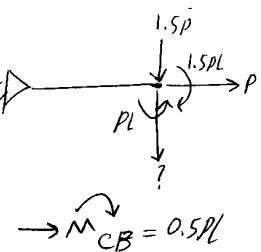
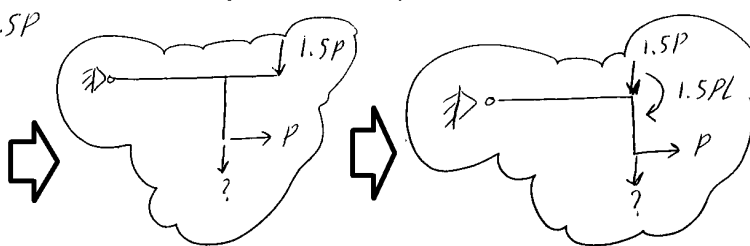
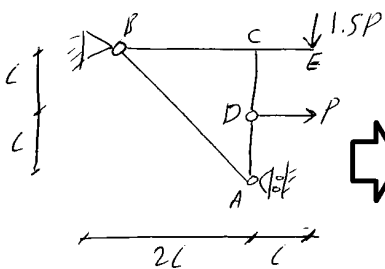
- ۱) $M_e = 0, M_f = 60$
- ۲) $M_e = 30, M_f = 0$
- ۳) $M_e = 15, M_f = 30$
- ۴) $M_e = 0, M_f = 0$

سراسری ۸۲

۵۹- مقدار لنگر M_{CB} چقدر است؟

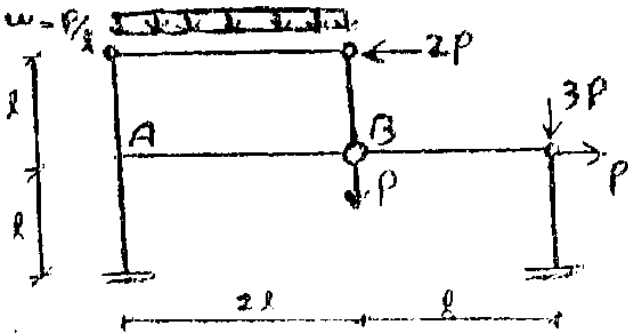


- ۱) صفر
- ۲) $\frac{Pl}{2}$ در جهت عقربه های ساعت
- ۳) $1.5Pl$ در جهت عقربه های ساعت
- ۴) Pl در جهت عکس حرکت عقربه های ساعت



آزاد ۹۰

۶۴- لنگر خمشی در گره A از عضو AB کدام است؟ (M_{AB})



- (۲) $4Pl$
- (۴) صفر

- (۱) $2Pl$
- (۳) Pl

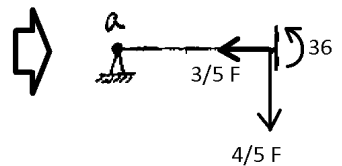
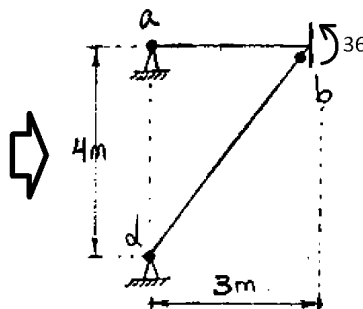
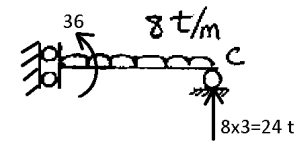
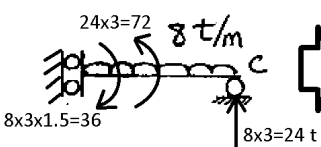
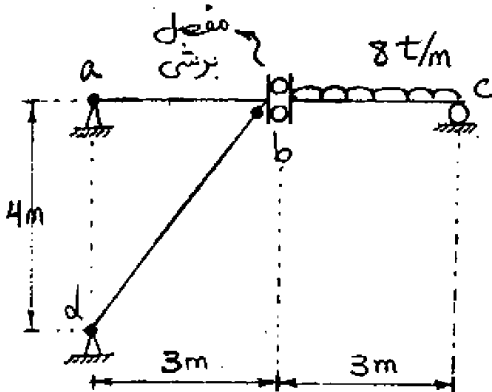
گزینه ۲

ترکیب مفصل برشی و خمشی:

سراسری ۸۸

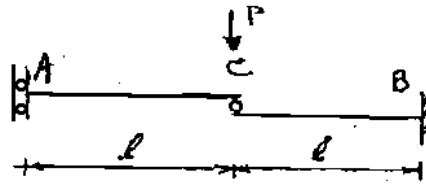
۷۴- در سازه شکل مقابل، نیرو در میله bd چند ton است؟

- (۱) ۲۰
- (۲) ۱۰
- (۳) ۱۵
- (۴) ۰



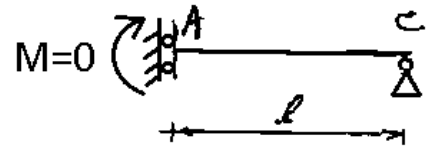
$$\frac{4}{5} F \times 3 = 36 \rightarrow F = 15$$

سراسری ۸۵



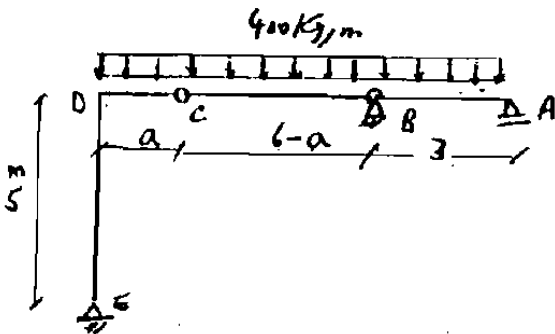
$M_A = ?$

- (۱) $\frac{Pl}{4}$
- (۲) $\frac{Pl}{2}$
- (۳) $\frac{Pl}{4}$
- (۴) صفر



سراسری ۸۲

در سازه شکل زیر موقعیت مفصل C را طوری بدست آورید که قدر مطلق لنگر ماکزیمم منفی و مثبت در طول DB یکسان شود؟



(۱) $a = 2m$

(۲) $a = 2m$

(۳) مقدار a از معادله $a^2 - 2a + 1 = 0$ محاسبه می شود.

(۴) مقدار a از معادله $a^2 - 26a + 26 = 0$ محاسبه می شود.

سراسری ۸۸

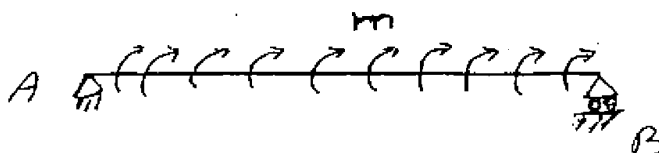
۸۱- تیر AB به طول l تحت اثر لنگر خمشی گسترده یکنواخت به شدت m قرار گرفته است اگر صلیبیت خمشی و برشی تیر در طول آن ثابت فرض شود، تغییر مکان ناشی از خمش و ناشی از برش است.

(۱) غیر صفر - صفر

(۲) صفر - غیر صفر

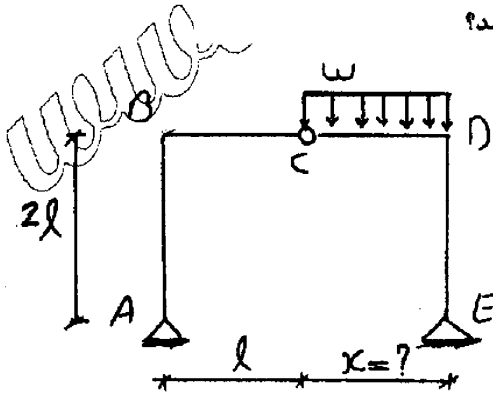
(۳) غیر صفر - غیر صفر

(۴) صفر - صفر



آزاد ۹۲

۶۴- مقدار x چقدر باشد تا لنگر خمشی در نقاط B, D با هم برابر باشد؟



(۱) $x = l$

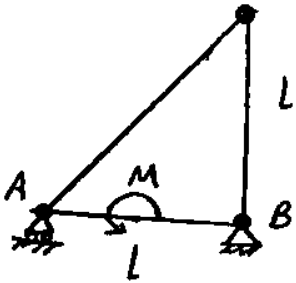
(۲) $x = \frac{l}{2}$

(۳) به ازاء هر مقدار از $x \neq 0$ همواره لنگر این نقاط با هم برابر می‌باشد.

(۴) هیچگاه لنگر این دو نقطه با هم برابر نمی‌شود.

آزاد ۸۵

۸۵- نیروی محوری عضو AB چقدر است؟



(۱) 0

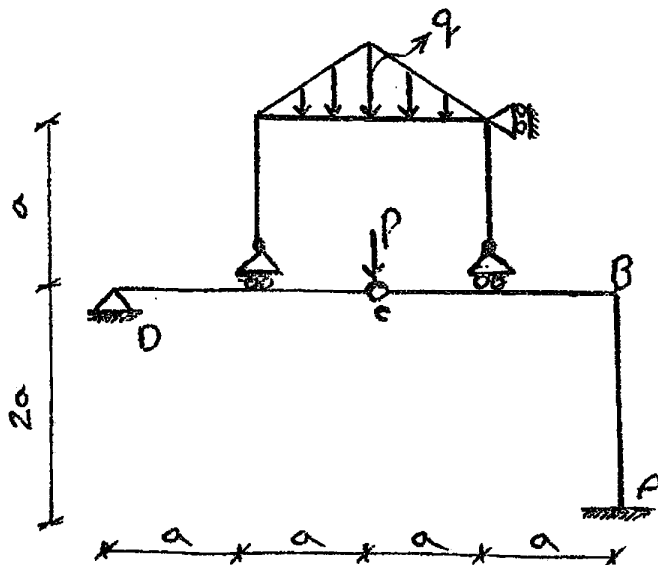
(۲) غیر قابل محاسبه است.

(۳) $\frac{M\sqrt{2}}{2l}$

(۴) $\frac{M}{l}$

آزاد ۸۹

۸۹- لنگر خمشی داخلی در گره B کدام است؟



(۱) $2Pa + \frac{qa^2}{2}$

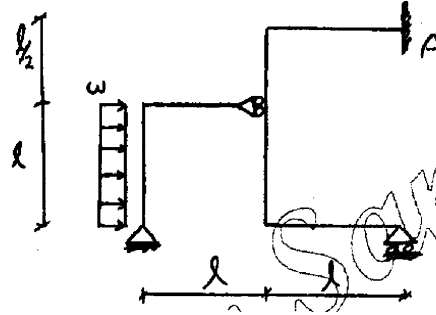
(۲) $Pa + \frac{qa^2}{2}$

(۳) $2Pa + qa^2$

(۴) $Pa + qa^2$

آزاد ۹۱

۶۳- لنگر خمشی تکیه‌گاه گیردار A در قاب شکل نشان داده شده کدام است؟



(۲) $\frac{wl^2}{4}$

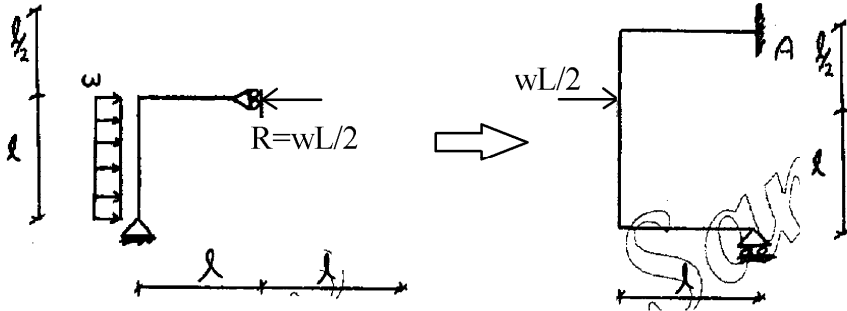
(۱) $\frac{wl^2}{8}$

(۴) wl^2

(۳) $\frac{wl^2}{2}$

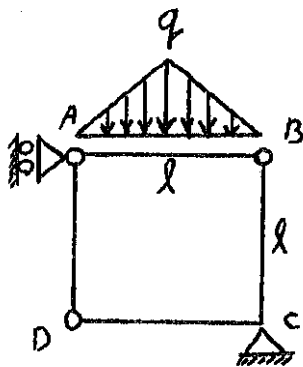
گزینه ۲

با توجه به شکل زیر مقدار لنگر در نقطه A برابر است با: $MA = wL^2/4$



آزاد ۹۲

۷۸- در قاب مربعی نشان داده شده لنگر در C کدام است؟



(۲) $\frac{ql^2}{4}$

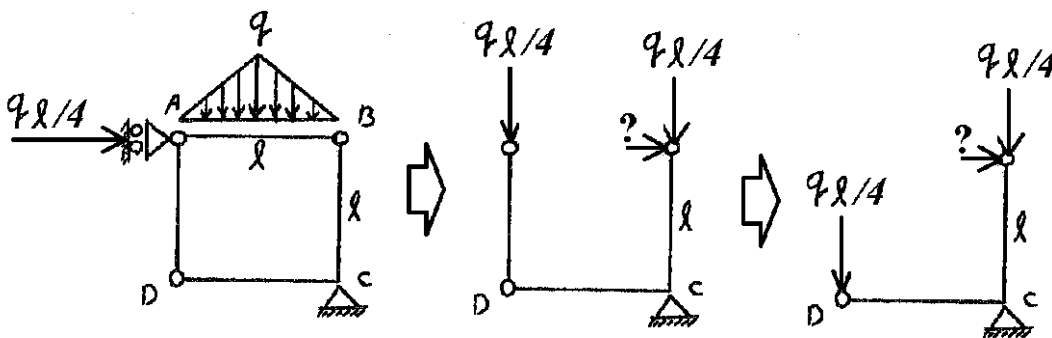
(۱) $\frac{ql^2}{8}$

(۴) صفر

(۳) $\frac{ql^2}{2}$

گزینه ۲ - با توجه به شکل، لنگر در نقطه C برابر است با: $ql^2/4$

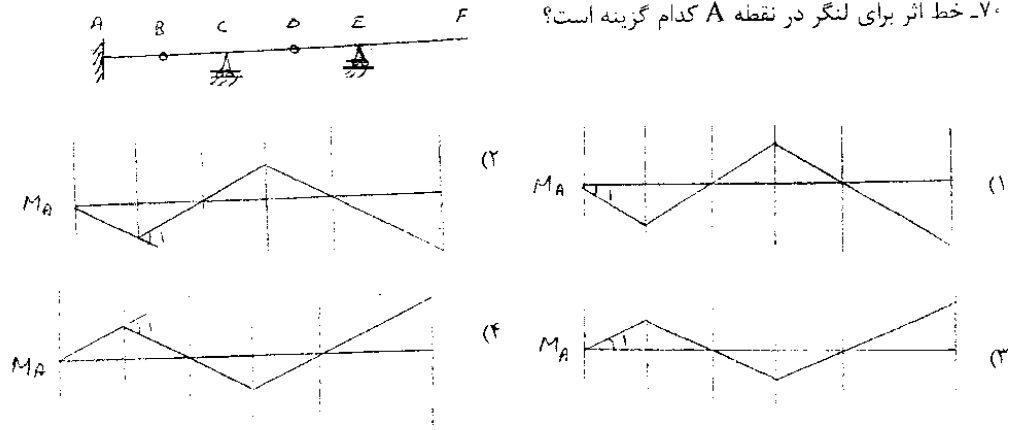
سوال: مقدار علامت سوال در شکل چقدر است؟



۴- خط تأثیر

آزاد ۸۹

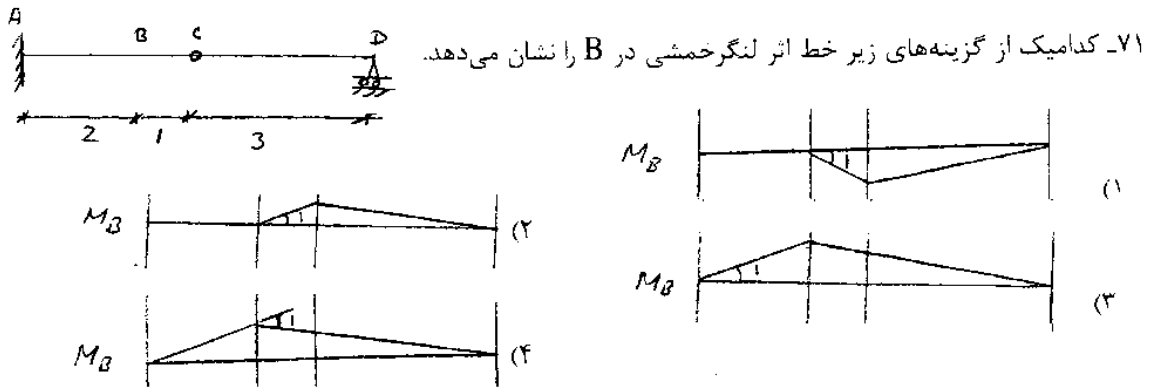
۷۰- خط اثر برای لنگر در نقطه A کدام گزینه است؟



گزینه ۱

آزاد ۸۹

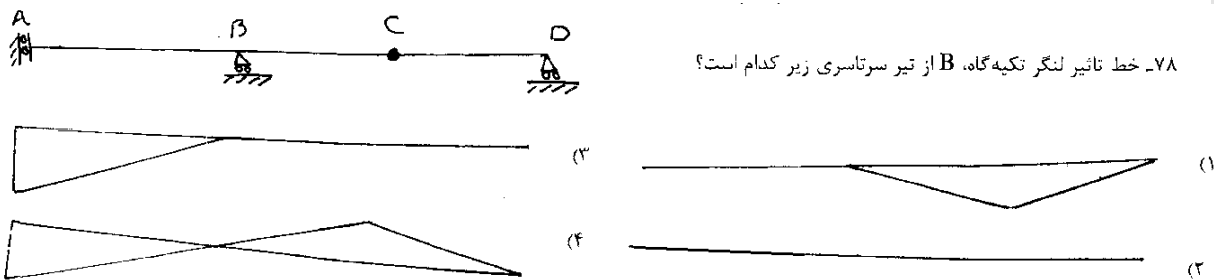
۷۱- کدامیک از گزینه‌های زیر خط اثر لنگر خمشی در B را نشان می‌دهد.



گزینه ۱

آزاد ۸۹

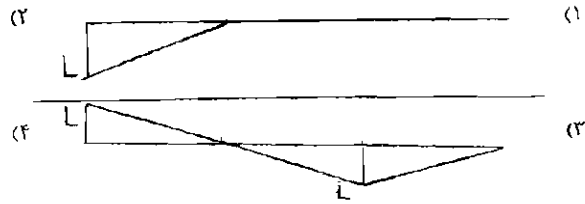
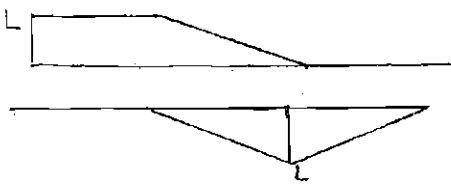
۷۸- خط تاثیر لنگر تکیه‌گاه، B از تیر سرتاسری زیر کدام است؟



اگر منظور لنگر تیر در نقطه B باشد گزینه ۱ پاسخ خواهد بود ولی لنگر تیکه گاه همیشه صفر بوده و گزینه ۲ صحیح است.

سراسری ۸۶

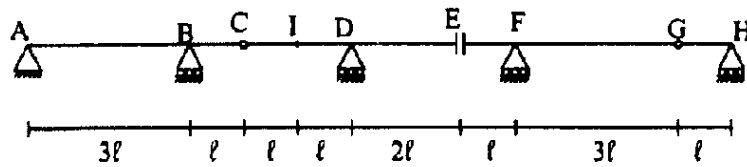
۷۹- خط تأثیر نمان در نقطه B کدام است؟



گزینه ۴

سراسری ۹۳

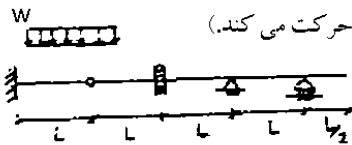
۶۵- اگر خط تأثیر لنگر خمشی در نقطه I (وسط دهانه CD) رسم شود، ارتفاع خط تأثیر در نقطه G چقدر است؟



- (۱) $-\frac{3l}{2}$
- (۲) $-l$
- (۳) $-\frac{l}{2}$
- (۴) $-2l$

آزاد ۸۷

حداکثر لنگر در مفصل برشی چقدر است؟ (بار گسترده یکنواخت به طول 2L و شدت W از ابتدا تا انتهای سازه حرکت می کند.)

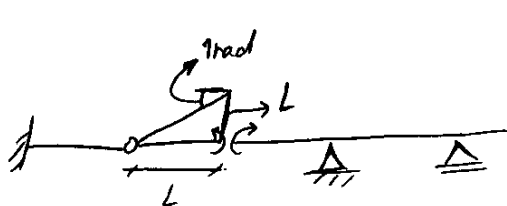


$2WL^2$

WL^2

0

$\frac{WL^2}{2}$

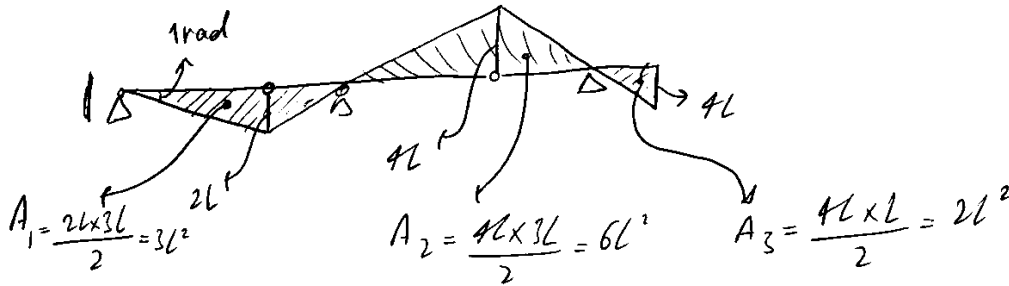
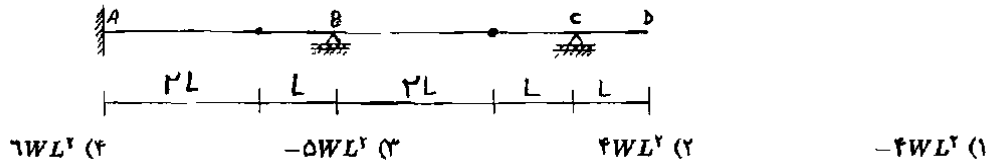


ابتدا خط تأثیر لنگر را رسم می کنیم

$$M = (\text{مساحت زیر نمودار}) \times (\text{مقدار بار گسترده}) = \frac{L \times L}{2} \times W = \frac{WL^2}{2}$$

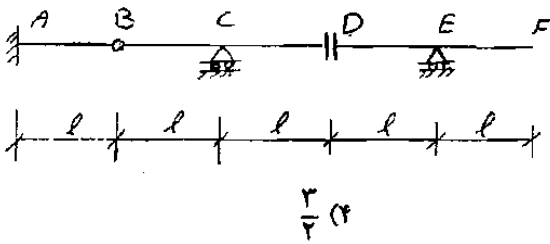
سراسری ۸۳

۷۹. بار گسترده یکنواختی با طول متغییر به شدت W بر تیر AD اثر می‌کند، حداکثر لنگر در نقطه A چقدر است؟



سراسری ۸۳

۶۵. با در نظر گرفتن خط تأثیر نیروی برشی در مفصل B ، اختلاف ارتفاع در محل مفصل برشی D در آن خط تأثیر چقدر است؟

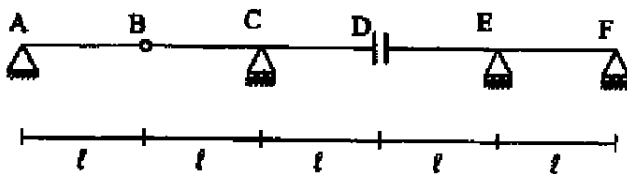


گزینه ۳

دکتری ۹۱

۱۵- اگر بار گسترده یکنواخت به شدت W بتواند در دهانه‌های مختلف تیر شکل مقابل قرار گیرد، حداکثر مقدار عکس‌العمل C

کدام است؟



(۱) $\frac{2WI}{2}$

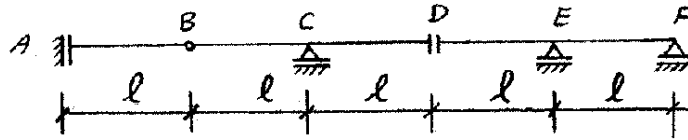
(۲) $\frac{\Delta WI}{2}$

(۳) $\frac{3WI}{2}$

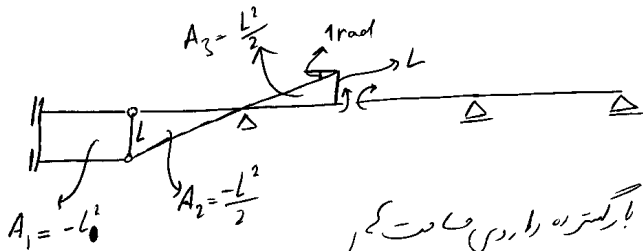
(۴) $3WI$

سراسری ۸۹

۵۷- اگر بار گسترده یکنواخت به شدت w بتواند به طور اختیاری در دهانه‌های مختلف (تیر مطابق شکل) قرار گیرد، حداکثر لنگر خمشی در مفصل برشی D چقدر است؟



$3wl^2$ (۴) $\frac{wl^2}{2}$ (۳) wl^2 (۲) $\frac{3wl^2}{2}$ (۱)



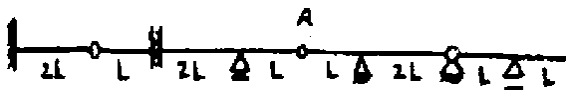
بار حداکثر شدن M_D بار گسترده را در این حالت کمر
منفی قرار می‌دهیم چون مقلان بیشتر است

$M = (A_1 + A_2) \times w = \frac{-3wl^2}{2}$

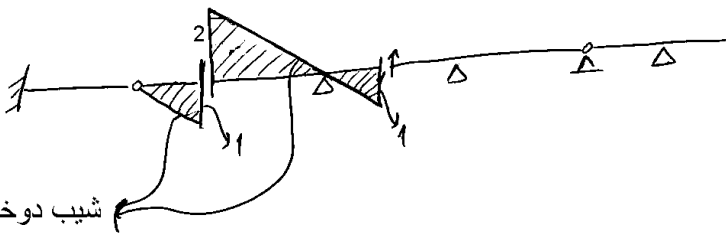
اگر بار را در این تیر قرار دهیم $M = (A_1 + A_2 + A_3) w = (-l^2 - \frac{l^2}{2} + \frac{l^2}{2}) w = -wl^2$

آزاد ۸۸

۶۳- اگر بار گسترده یکنواختی به شدت w و طول متغیر در تیر نشان داده شده حرکت کند حداکثر برش در مفصل خمشی A کدام است؟



$0.5wL$ (۴) $3wL$ (۳) wL (۲) $2wL$ (۱)

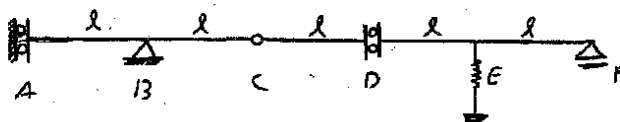


شیب دوخط باید برابر باشد

$V_A = \frac{2 \times 2L}{2} w = 2Lw$

آزاد ۹۲

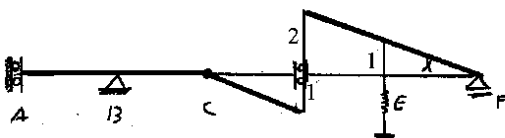
۶۶- حداکثر نیروی فنر E در اثر حرکت بار گسترده یکنواخت به شدت w و طول l کدام است؟



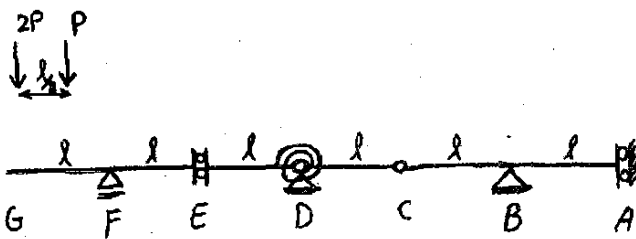
$\frac{3}{2}w\ell$ (۲) $\frac{w\ell}{3}$ (۳) $w\ell$ (۲) $\frac{w\ell}{2}$ (۱)

گزینه ۴: خط تاثیر نیروی فنر به صورت زیر خواهد بود. در صورتی که بار گسترده در دهانه DE قرار گیرد:

$F = (\frac{2+1}{2} \times l) w = \frac{3}{2}wl$



۶۴- دو نیروی متمرکز P و $2P$ به فاصله ثابت $\frac{\ell}{2}$ مطابق شکل از روی تیر نشان داده شده عبور می کنند حداکثر برش در محل مفصل خمشی C کدام است؟

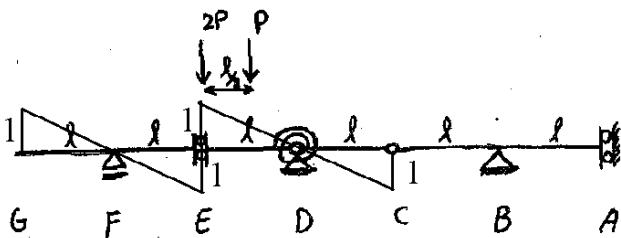


- (۱) $2P$
- (۲) $3P$
- (۳) $\frac{2}{5}P$
- (۴) $\frac{5}{2}P$

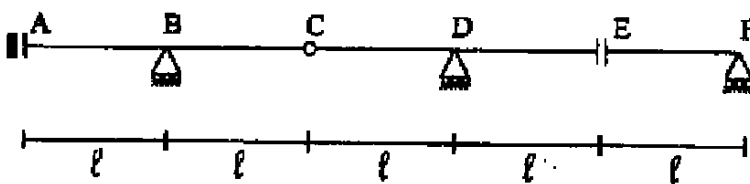
گزینه ۴:

خط تاثیر برش در گره C به صورت زیر می باشد. و در صورتی که بارها مطابق شکل قرار گیرند، برش در نقطه C برابر خواهد بود با:

$$V_C = 2P \times 1 + P \times \frac{1}{2} = \frac{5}{2}P$$



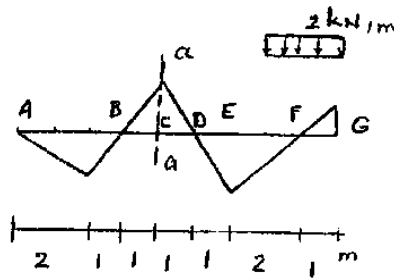
۱۶- اگر بار گسترده یکنواخت به شدت W بتواند به طور اختیاری در قسمت‌های مختلف تیر $ABCDEF$ قرار گیرد، حداکثر عکس‌العمل تکیه‌گاه B کدام است؟



- (۱) Wl
- (۲) $2Wl$
- (۳) $3Wl$
- (۴) $4Wl$

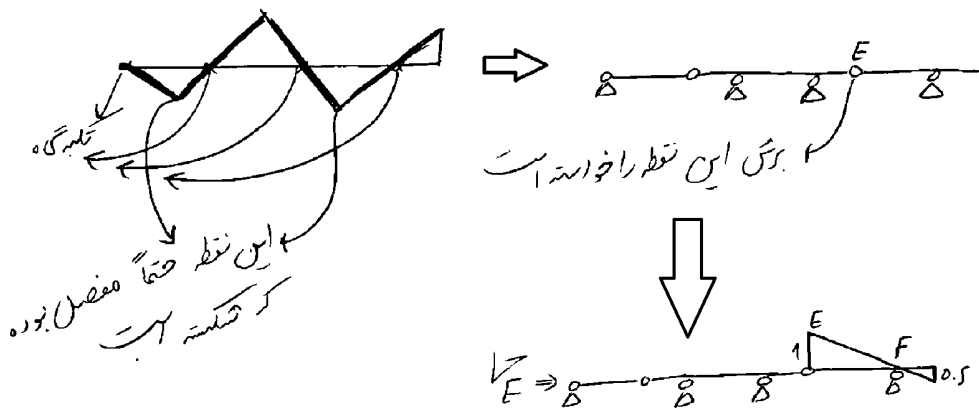
سراسری ۹۰

۵۷- خط تأثیر لنگر خمشی در مقطع a-a از یک تیر معین در شکل نشان داده شده است. در صورتی که به این تیر بار گسترده یکنواختی به شدت $2 \frac{kN}{m}$ و با طول متغیر اثر کند، حداکثر برش در نقطه E چند kN است؟



- (۱) ۰٫۵
- (۲) ۲
- (۳) ۱
- (۴) ۴

۵۷ از شکل دوم خط تأثیر خمشی در تیران محل تکیه گاه های سازه را تشخیص دار
ارتفاع که ارتفاع صورت تکیه گاه در ربع



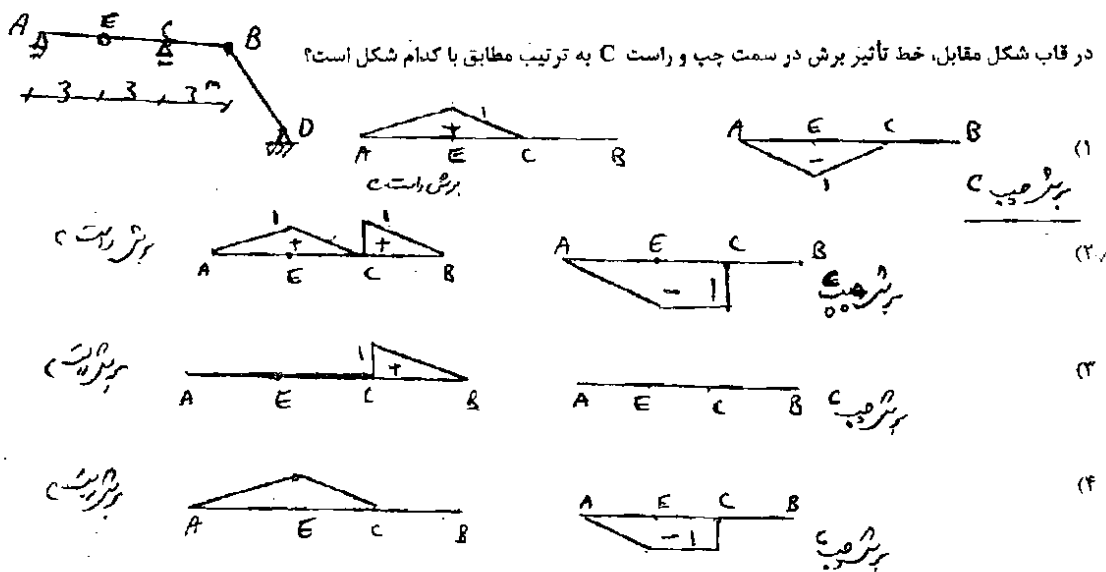
حجم بار با طول متغیر است تنها رکن EF را با اندازه گیری کنیم

$$V_E = A \times 2 = \frac{2 \times 1}{2} \times 2 = 2$$

شدت بار گسترده یکنواختی تا جایی که شکسته است

سراسری ۸۴

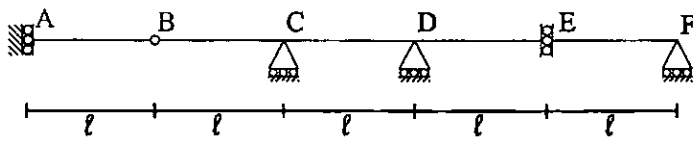
۷۶- در قاب شکل مقابل، خط تأثیر برش در سمت چپ و راست C به ترتیب مطابق با کدام شکل است؟



گزینه ۲

سراسری ۹۲

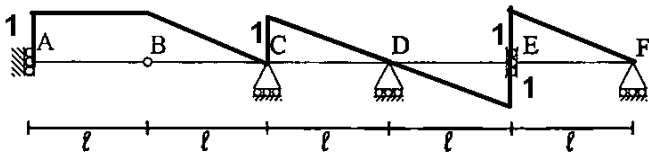
۶۱- بار گسترده یکنواخت به شدت w ، به طول دلخواه، بر روی دهانه‌های تیر زیر قرار می‌گیرد. حداکثر نیروی برشی سمت راست تکیه‌گاه C، چقدر است؟



- (۱) $\frac{7wl}{2}$
- (۲) $\frac{5wl}{2}$
- (۳) $3wl$
- (۴) $2wl$

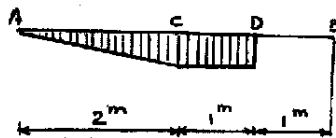
خط تاثیر برش سمت راست تکیه گاه مطابق شکل می باشد. مقدار برش برابر مساحت زیر نمودار خط تاثیر در دهانه هایی می باشد که در آنها بار گسترده قرار خواهد گرفت. مساحت دهانه های مثبت بیشتر می باشد. دهانه های مثبت شامل دهانه های AB، BC، CD، و EF می باشد.

حال اگر بار گسترده یکپارچه باشد تنها باید دهانه های AB، BC، و CD بارگذاری شوند که در این صورت گزینه ۴ صحیح خواهد بود. ولی اگر بار w از نوع زنده و بوده و بتواند در هر دهانه دلخواهی بار گذاری شود، گزینه ۲ صحیح خواهد بود.



سراسری ۹۱

۶۰- خط تاثیر نیروی برشی در یک نقطه از یک تیر معین مطابق شکل رسم شده است. اگر این تیر تحت اثر بار گسترده یکنواخت به شدت $2 \frac{kN}{m}$ قرار گیرد، مقدار لنگر خمشی در همان نقطه چند کیلو نیوتن متر است؟



- (۱) ۴
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۱

باتوجه به خط تاثیر رسم شده، سازه اصلی به صورت زیر است

خط تاثیر لنگر درست به تکیه‌گاه D به صورت زیر است

$M_D = \left(\frac{1 \times 3}{2}\right) \times 2 = 3 \text{ kN.m}$

تغییر مکان
میزان
این تکیه‌گاه
داریم

۶۳- اگر بار منفرود ۵ تنی از روی ae عبور کند حداکثر عکس العمل فشاری A و B به ترتیب برابر است با:

(۱) $\frac{10}{3}$ و ۵

(۲) ۵ و $\frac{20}{3}$

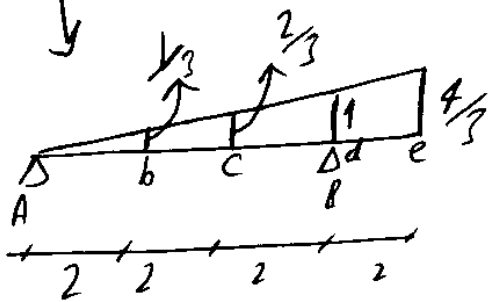
(۳) $\frac{5}{3}$ و $\frac{10}{3}$

(۴) $\frac{10}{3}$ و $\frac{20}{3}$

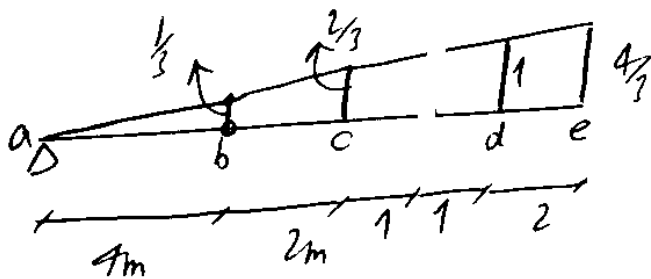


R_B

گام ۱: خط تاثیر تیر یا سیم کش شود



گام ۲: نقاط اتصال مشخص شود

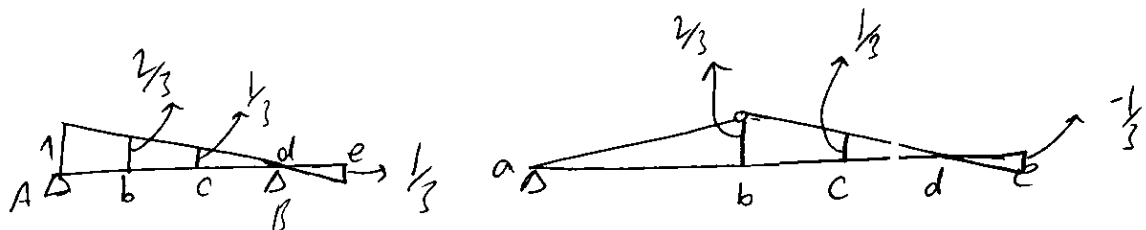


گام ۳: تیر بالا

بزرگترین عکس العمل R_B با ۵ بار ۵ تنی در آنجا قرار بگیرد

$R_B = 5 \times \frac{4}{3} = \frac{20}{3}$

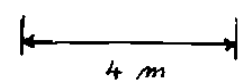
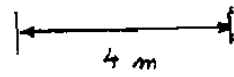
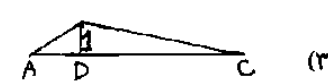
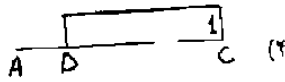
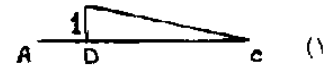
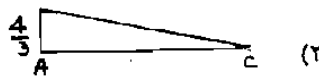
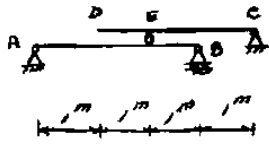
R_A



$R_A = \frac{2}{3} \times 5 = \frac{10}{3}$

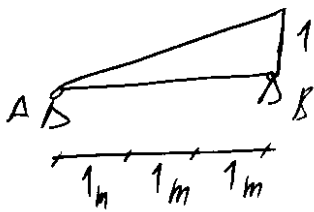
سراسری ۸۱

۵۱- خط تأثیر R_B کدام است؟ بار روی DC جابجا می شود.

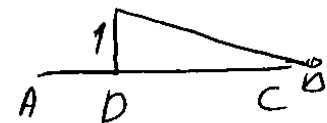
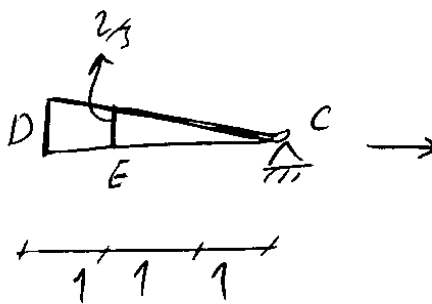
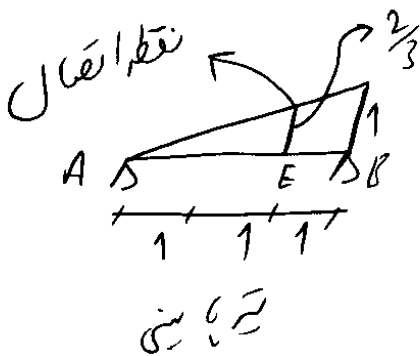


گزینه ۱

گام ۱: خط تأثیر تیر پایینی را بدون توجه به قسمت فوقانی رسم می کنیم:

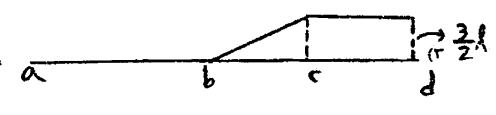
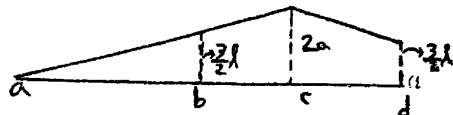
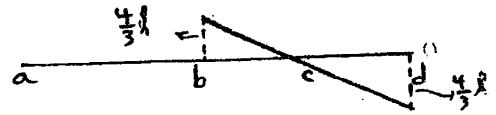
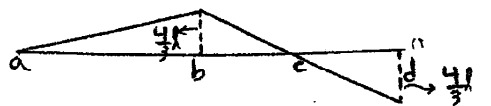
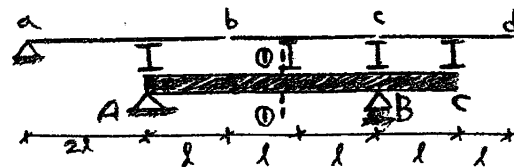


گام ۲: نقاط اتصال خط تأثیر تیر پایینی و تیر بالایی را مشخص می کنیم:



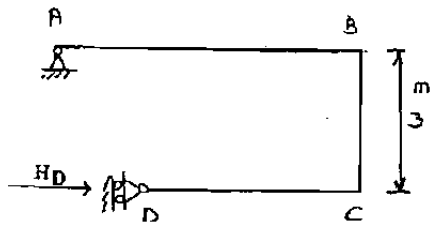
آزاد ۸۹

۶۱- بار واحد روی دهانه های a تا d حرکت می کند. نیروی ایجاد شده در اثر این حرکت، توسط تیرهای فرعی به تیر اصلی ABC می رسد. خط تأثیر لنگر خمشی در مقطع ①-② از تیر اصلی به کدام صورت است؟

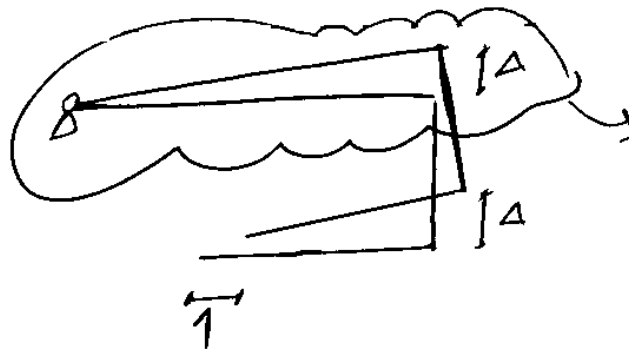
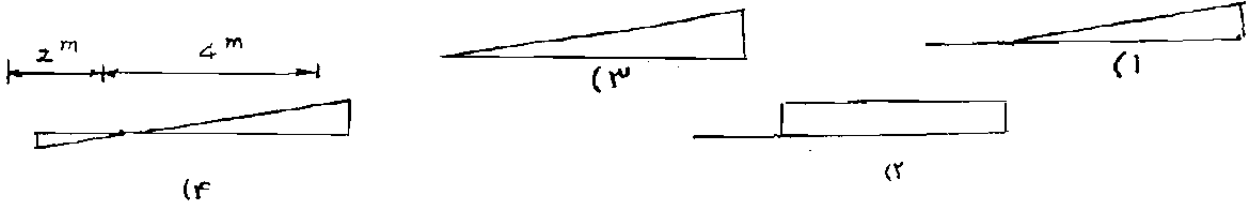


گزینه ۱

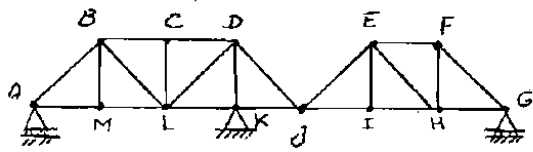
سراسری ۸۴



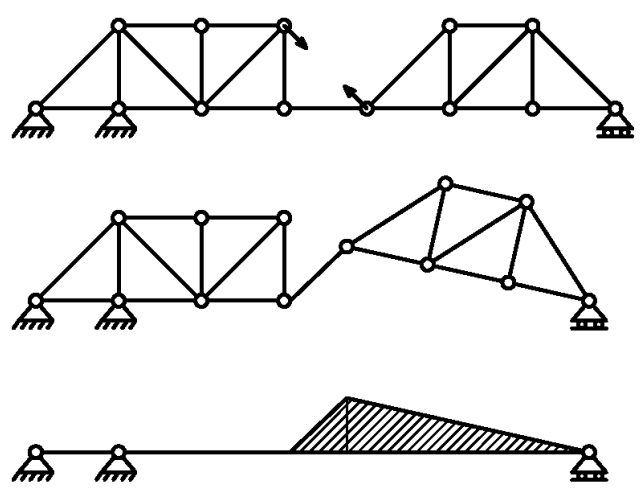
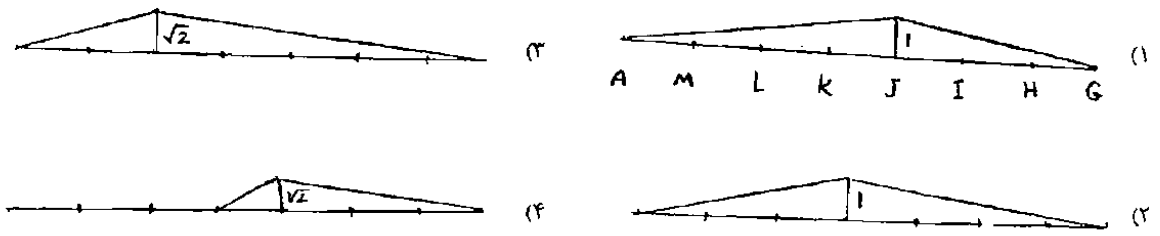
۷۷- با توجه به شکل مقابل، خط تأثیر H_D کدام است؟
(بار روی AB حرکت می‌کند.)



سراسری ۸۲

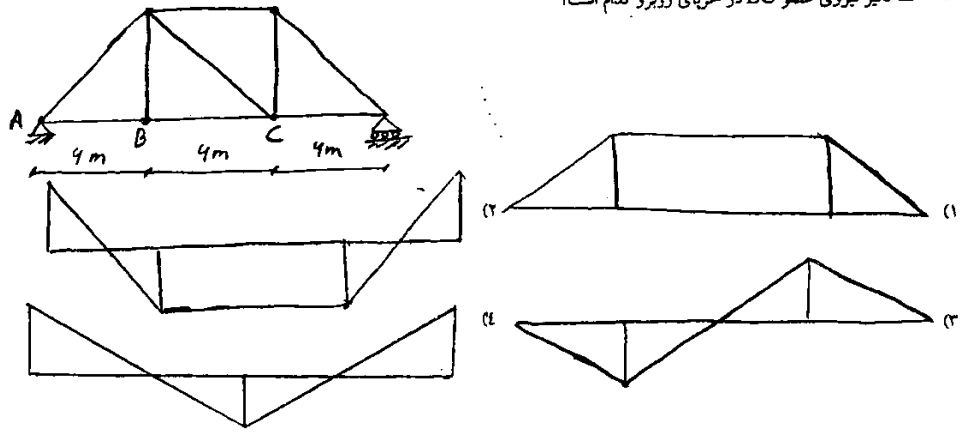


۶۰- خط تأثیر F_{DJ} را رسم کنید:



آزاد ۸۵

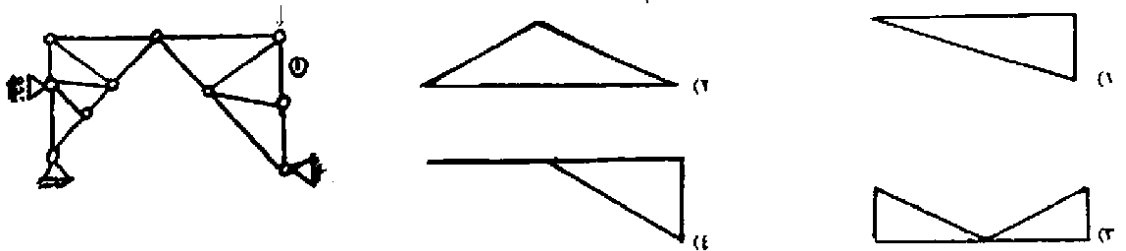
۹۸- خط تأثیر نیروی عضو BC در خرابی روبرو کدام است؟



پاسخ در گزینه ها نیست.

آزاد ۸۸

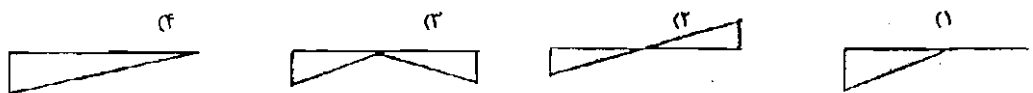
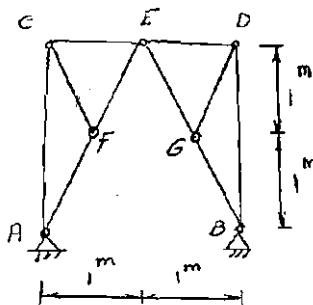
۶۶- خط تأثیر نیروی عضو ① در خرابی نشان داده شده کدام است؟



گزینه ۴

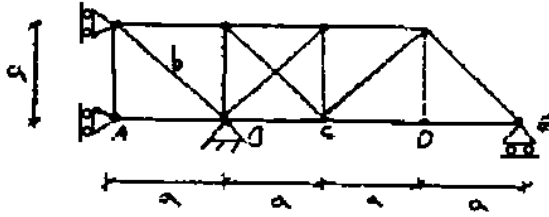
سراسری ۸۴

۷۹- خط تأثیر FAC مطابق با کدام یک از اشکال می باشد؟
(بار روی CD حرکت می کند.)



گزینه ۱

۶۷- خط تأثیر نیروی عضو b را در نظر گرفت ارتفاع آن در A کدام است؟ (بار روی تار نواحی خرابا حرکت می کند.)



(۱) $\sqrt{2}$ فشاری

(۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ کششی

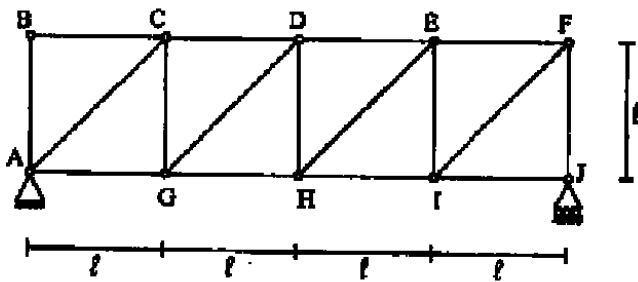
(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ فشاری

(۴) $\sqrt{2}$ کششی

گزینه ۴

دکتری ۹۱

۱۷- اگر بار روی تار پائین خرابای مطابق شکل حرکت کنند، ارتفاع خط تأثیر نیروی محوری عضو GD در نقطه I کدام است؟



(۱) $-\sqrt{2}$

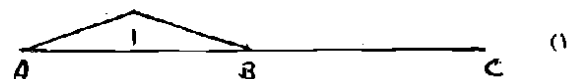
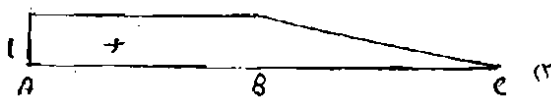
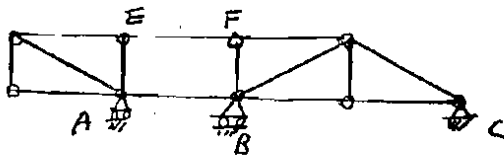
(۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۳) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$

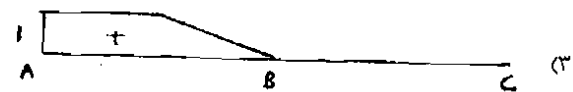
(۴) $-\frac{\sqrt{2}}{8}$

سراسری ۸۵

در خرابای شکل زیر خط تأثیر عکس العمل A کدام است؟



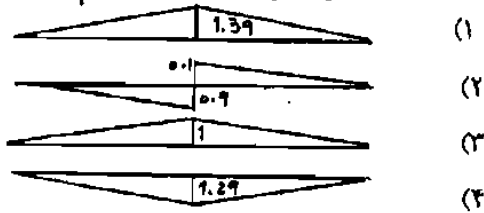
(۲) چون خرابا در قسمت $ABEF$ ناپایدار است خط تأثیر آن را نمی توان رسم کرد.



گزینه ۳

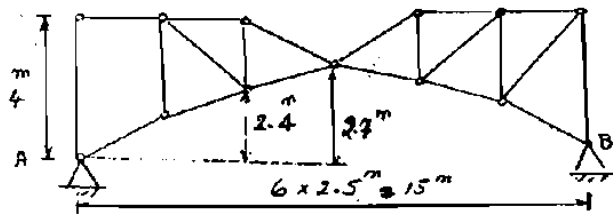
سراسری ۸۳

۷۵. خط تأثیر واکنش افقی تکیه گاه A را رسم کنید؟



سازه ناپایدار است.

با فرض وجود عضو قطری در پانل انتهایی سمت چپ، گزینه صحیح است.



آزاد ۸۹

۶۵- در خرابای نشان داده شده بار واحد در تار نحتانی خرابا حرکت می کند.

کدام یک از عبارتهای زیر در مورد ارتفاع خط تأثیر نیروی عضو ① در گره

A صحیح است؟

الف) اگر عضو ① کابل باشد ارتفاع خط تأثیر در گره A، صفر است.

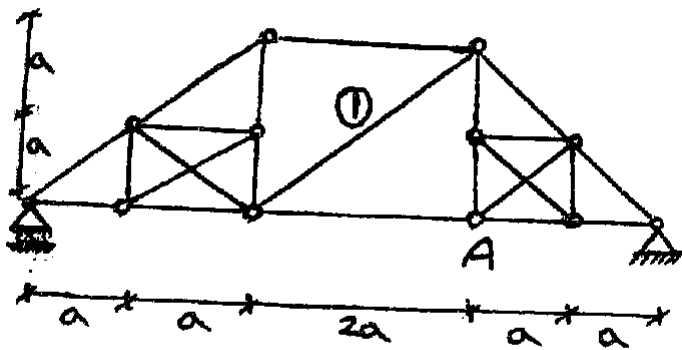
ب) اگر عضو ① کابل باشد خرابا ناپایدار است.

ج) اگر عضو ① کابل نباشد ارتفاع خط تأثیر در گره A، $\frac{\sqrt{2}}{3}$ است.

د) اگر عضو ① کابل نباشد ارتفاع خط تأثیر در گره A، $\frac{\sqrt{2}}{6}$ است.

(۲) ب و ج

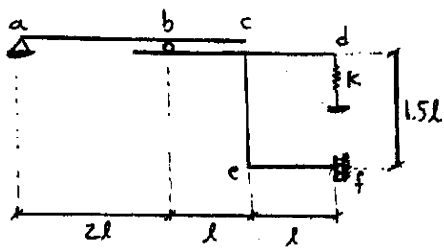
(۱) ب و د



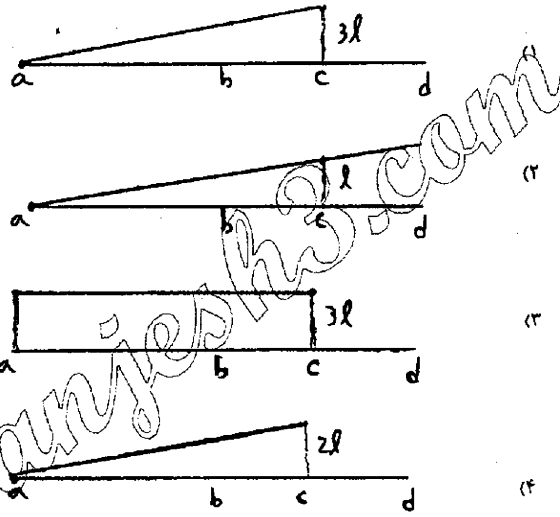
(۴) خرابا نامعین است و لذا ارتفاع خط تأثیر نیروی عضو ① قابل محاسبه نمی باشد.

(۳) الف و ج

گزینه ۲



۶۵- نمودار خط تأثیر لنگر تکیه‌گاه غلتکی برشی f کدام گزینه می‌باشد؟ (بار واحد در فاصله a تا c حرکت می‌کند)



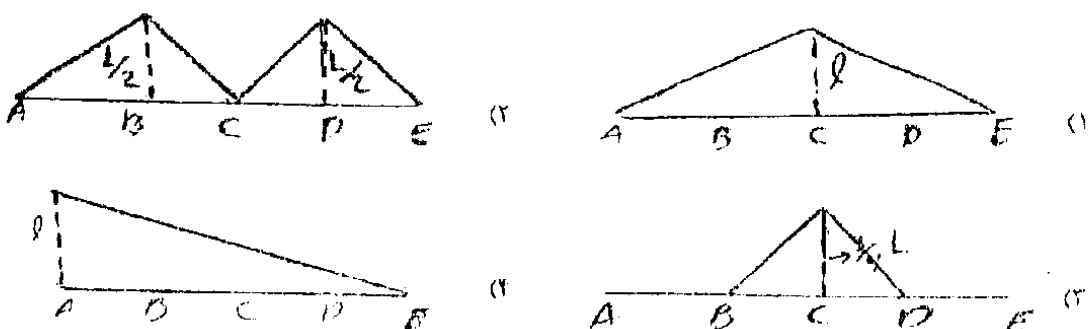
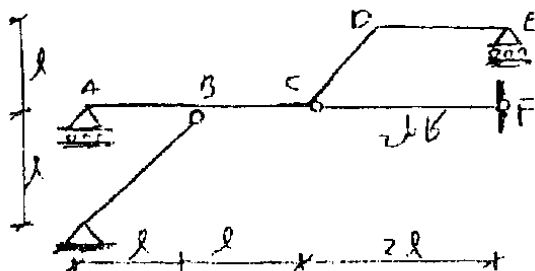
گزینه ۱:

گزینه ۳: در نقطه a تکیه‌گاه داریم و ارتفاع خط تأثیر باید صفر باشد.

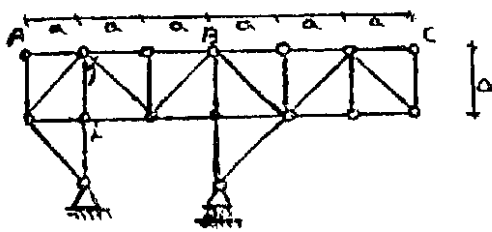
گزینه ۲: بار روی abc حرکت می‌کند و برای قسمت cd نباید خط تأثیر رسم شود.

برای تشخیص اینکه کدامیک از گزینه‌های ۱ یا ۴ صحیح است، یک بار واحد در نقطه b قرار می‌دهیم و مقدار لنگر تکیه‌گاه f را می‌یابیم که در این صورت لنگر تکیه‌گاه f برابر 2L خواهد بود و گزینه ۱ صحیح است.

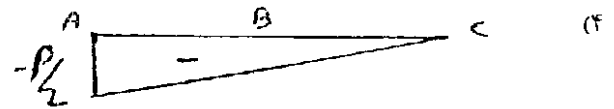
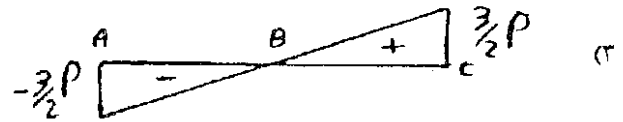
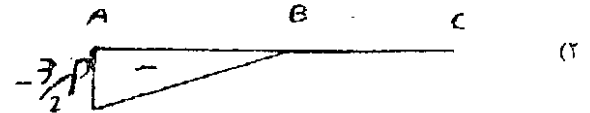
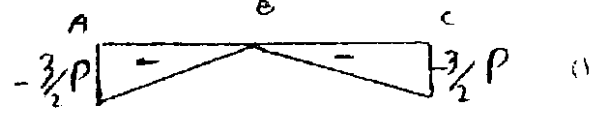
۶۷- بار واحد در قسمت ABCDE حرکت می‌کند خط تأثیر لنگر C کدام است؟ (عضو CF کابل می‌باشد)



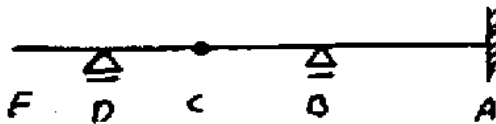
آزاد ۹۰



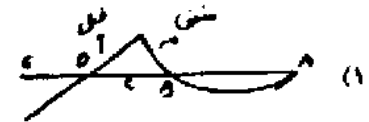
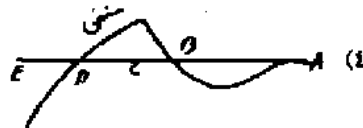
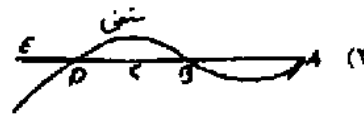
۶- در صورتیکه نیروی قائم بر P بر یال فوقانی خرپا در راست طول آن حرکت کند خط تأثیر نیروی محوری عضو AC کدام است؟ (کشش مثبت و فشار منفی فرض می شود)



آزاد ۸۸



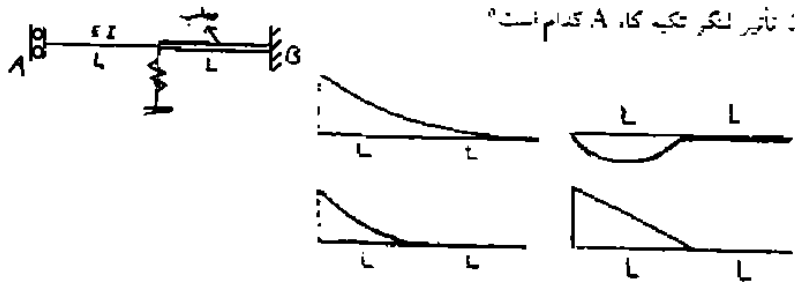
۷۱- خط تأثیر لنگر تکیه گاه گیردار کدام است؟



گزینه ۳

آزاد ۸۷

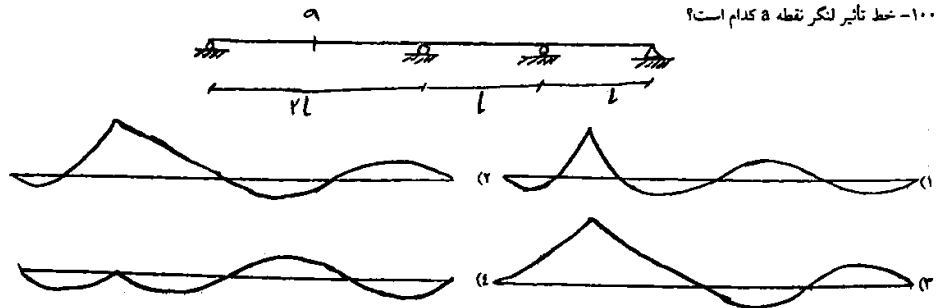
۷۷- خط تأثیر لنگر تنگه کا، A کدام است؟



گزینه ۴

آزاد ۸۵

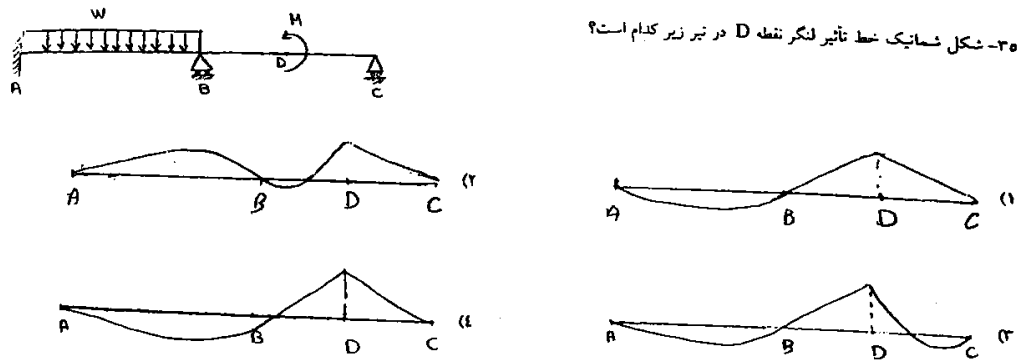
۱۰۰- خط تأثیر لنگر نقطه a کدام است؟



گزینه ۳- گزینه ۲ به این دلیل نادرست است که قسمت انتهایی سمت چپ را منفی کشیده اند

آزاد ۸۴

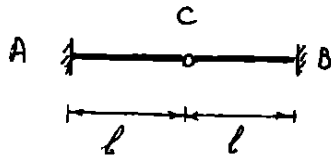
۳۰- شکل شماتیک خط تأثیر لنگر نقطه D در تیر زیر کدام است؟



گزینه ۴- دقت شود که خط تأثیر ربطی به بارگذاری ندارد.

سراسری ۹۲

۵۸- مساحت زیر خط تأثیر M_A ، کدام است؟



(۱) $\frac{1}{2}l^2$

(۲) l^2

(۳) $2l^2$

(۴) هیچ کدام

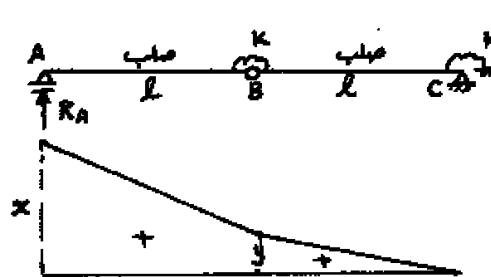
گزینه ۱.

می دانیم اگر کل تیر تحت اثر بار گسترده یکنواخت قرار گیرد، لنگر تکیه گاه A برابر است با مقدار بار گسترده ضرب در مساحت زیر نمودار خط تأثیر. پس برای بدست آوردن مساحت زیر نمودار خط تأثیر یک بار گسترده بر تیر اعمال کرده و لنگر تکیه گاه A را محاسبه می کنیم. با توجه به وجود مفصل و تقارن لنگر تکیه گاه A برابر $\frac{WL^2}{2}$ می باشد و مساحت زیر منحنی برابر $\frac{L^2}{2}$ می باشد.

دکتری ۹۳

۱۴- اگر منحنی تأثیر عکس العمل R_A از تیر زیر مطابق شکل باشد، آنگاه نسبت $\frac{x}{y}$

چه مقدار می باشد؟



(۱) $\frac{2}{2}$

(۲) $\frac{5}{2}$

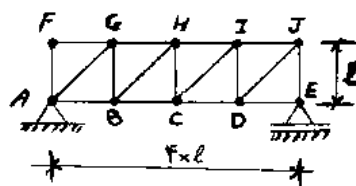
(۳) ۲

(۴) $\frac{5}{3}$

سراسری ۹۴

۶۴- بار متمرکز قائم P روی تار پایین خرپای شکل حرکت می کند. این بار در چه فاصله‌ای بین C و D قرار گیرد

تا نیروی محوری عضو CI صفر شود؟



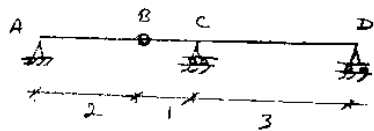
(۱) از $\frac{l}{3}$ D

(۲) از $\frac{l}{3}$ C

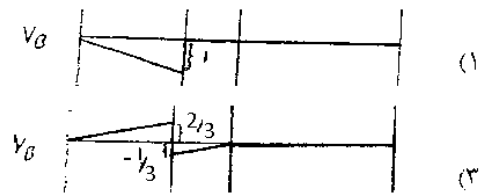
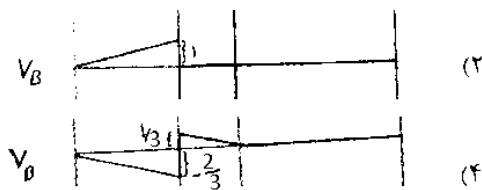
(۳) از $\frac{l}{4}$ D

(۴) از $\frac{l}{4}$ C

تمرین آزاد ۸۹



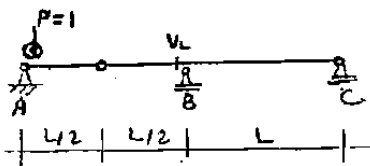
۷۲- کدامیک از گزینه‌های زیر خط اثر نیروی برشی در نقطه B را نشان می‌دهد؟



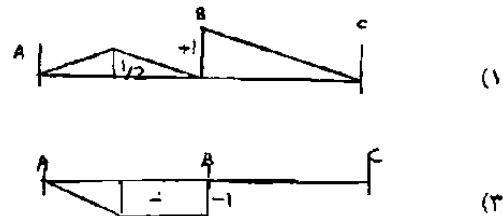
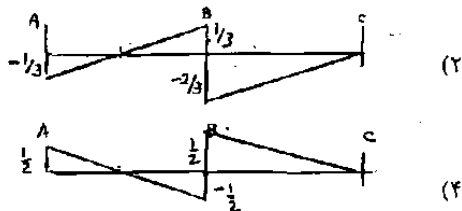
گزینه ۱

نحوه محاسبه نیروهای داخلی با استفاده از خط تاثیر (بار گسترده و متمرکز)

تمرین سراسری ۸۱



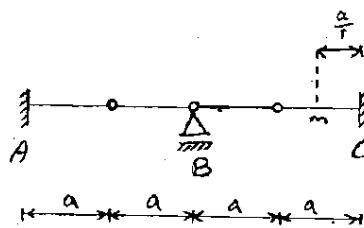
۵۵- خط تاثیر نیروی برش در طرف چپ تکیه‌گاه B (V_B) کدامیک است؟



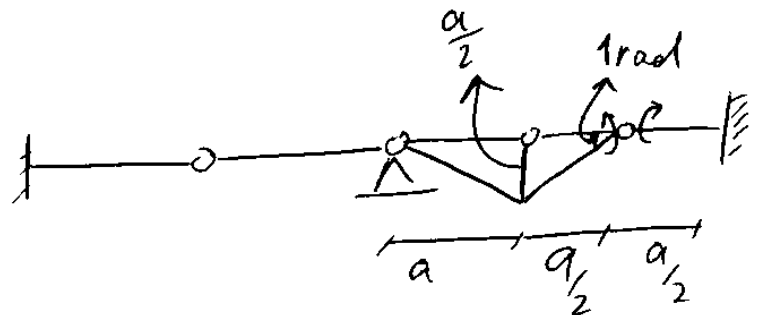
گزینه ۳

تمرین سراسری ۸۵

بار گسترده به طول $2.5a$ و به شدت W بر روی سازه شکل مقابل حرکت می‌کند. حداکثر لنگر خمشی در نقطه m به فاصله $\frac{a}{4}$ از تکیه‌گاه C چقدر است؟



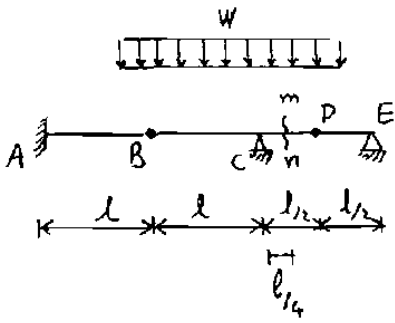
- (۱) $\frac{rWa^2}{8}$
- (۲) $\frac{Wa^2}{8}$
- (۳) $\frac{9Wa^2}{16}$
- (۴) $\frac{15Wa^2}{16}$



$$M = \frac{-\frac{a}{2} \times 1.5a}{2} \times W = \frac{-3Wa^2}{8}$$

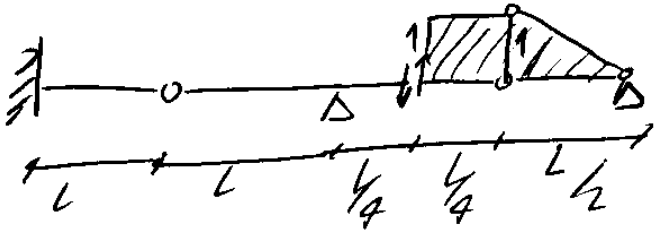
تمرین سراسری ۸۲

۵۱- تیر شکل مقابل مفروض است. بار گسترده به طول $2l$ و شدت w از ابتدا تا انتهای سازه حرکت می کند. حداکثر مقدار نیروی برشی در مقطع $m-n$ چقدر است؟ (مقطع $m-n$ در وسط CD است.)



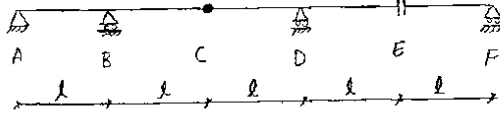
- (۱) wl
- (۲) $\frac{wl}{2}$
- (۳) $\frac{2wl}{2}$
- (۴) $\frac{2wl}{4}$

$$V = \left(\frac{l}{4} \times 1 + \frac{l}{2} \times 1 \right) \times w = \frac{wl}{2}$$

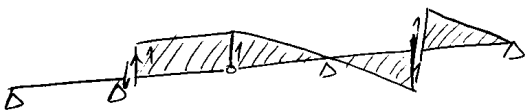


تمرین سراسری ۸۶

۶۲- خط تأثیر نیروی برشی در سمت راست تکیه‌گاه B به شکل کدام یک از گزینه‌هاست؟

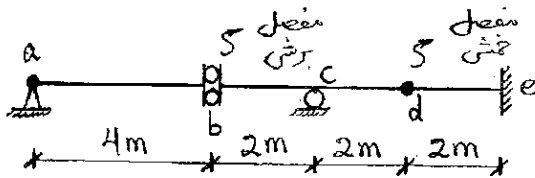


- (۱)
- (۲)
- (۳)
- (۴)

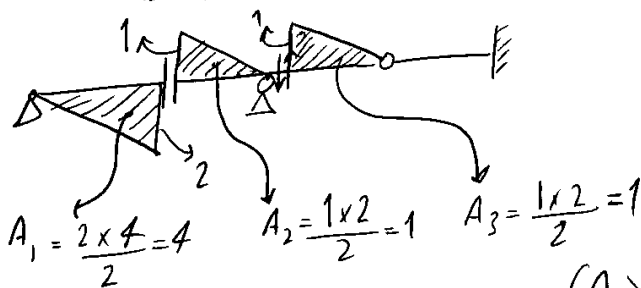


تمرین سراسری ۸۶

۶۸- در تیر شکل مقابل تحت بار گسترده $\frac{t}{m}$ با طول متغیر، قدر مطلق برش حداکثر در سمت راست تکیه‌گاه C بر حسب ton چقدر است؟ سرتاسر تیر قابل بارگذاری می‌باشد.



- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۴
- (۴) ۶

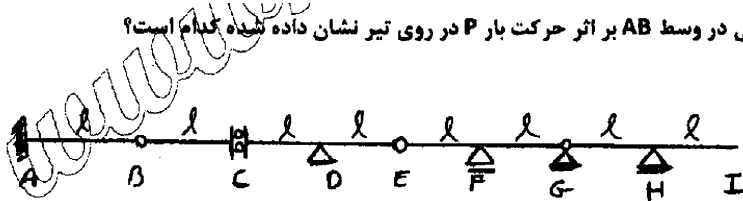


مقدار $(A_1) > (A_2 + A_3)$ بیشتر است

$$V = A_1 \times W = 4 \times 1 = 4 \text{ ton}$$

تمرین آزاد ۹۱

۶۶- حداکثر لنگر خمشی داخلی در وسط AB بر اثر حرکت بار P در روی تیر نشان داده شده کدام است؟



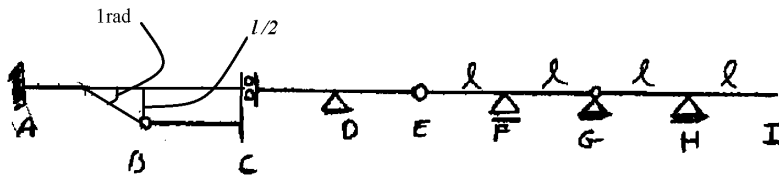
$\frac{Pl}{4}$ (۲)

$\frac{Pl}{8}$ (۱)

Pl (۴)

$\frac{Pl}{2}$ (۳)

گزینه ۳: با توجه به اینکه حداکثر ارتفاع خط تاثیر برابر $L/2$ می باشد، گزینه ۳ صحیح است.



تمرین سراسری ۸۸

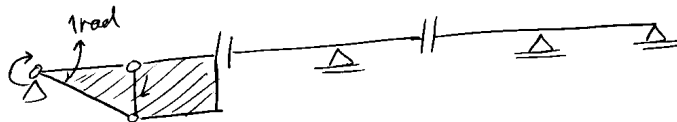
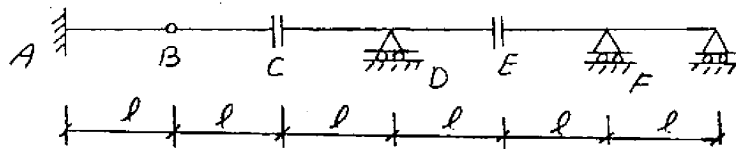
۸۴- اگر بار گسترده یکنواختی به شدت w و طول متغیر از روی تیر شکل مقابل عبور کند. مقدار ماکزیمم لنگر خمشی در A کدام است؟

$2wl^2$ (۱)

$\frac{wl^2}{2}$ (۲)

$\frac{5wl^2}{2}$ (۳)

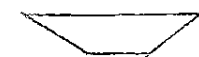
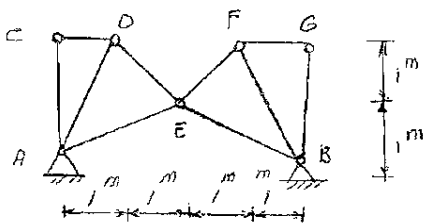
$\frac{3wl^2}{2}$ (۴)



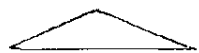
$$M_A = \left(\frac{L \times L}{2} + L \times L \right) \times W = \frac{3WL^2}{2}$$

تمرین سراسری ۸۶

۷۲- خط تاثیر عکس العمل افقی در تکیه گاه A را رسم کنید. بار در تار پایین خرپا حرکت می کند.



(۲) (۱)

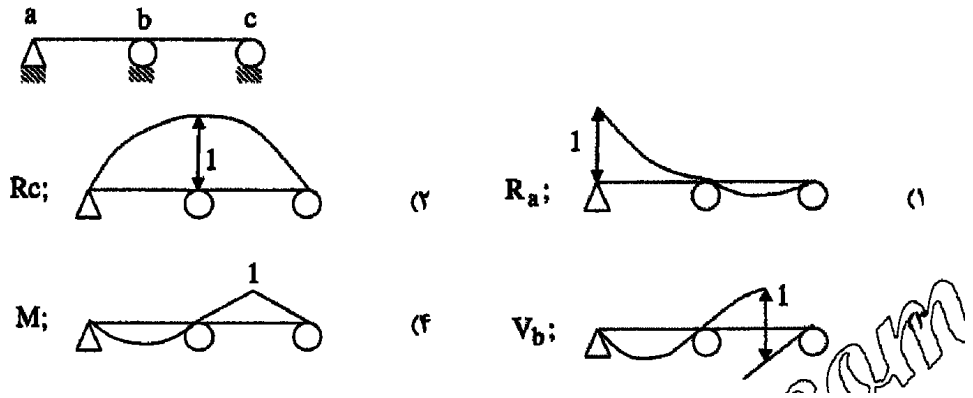


(۴) (۳)

گزینه ۴

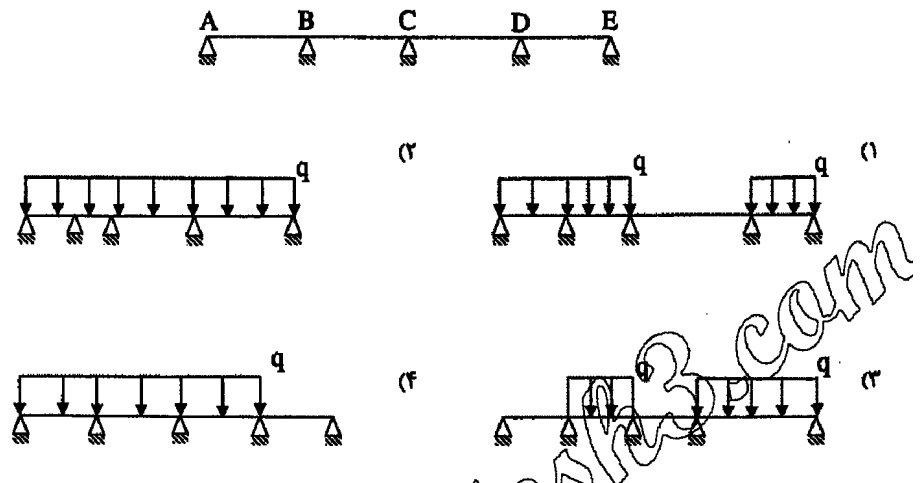
تمرین آزاد ۹۳

۶۱- کدام یک از خطوط تأثیر زیر در مورد تیر زیر صحیح نیست؟



تمرین: آزاد ۹۳

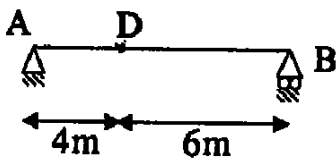
۸۰- نامناسبترین وضعیت بارگذاری لنگرگاه تکیه‌گاه B کدام است؟



تمرین: آزاد ۹۳

۷۹- بیشینه مقدار برش در نقطه D روی تیر زیر کدام است؟

در صورتی که: الف: فاصله بار متمرکز از بار گسترده همواره 2 متر است.



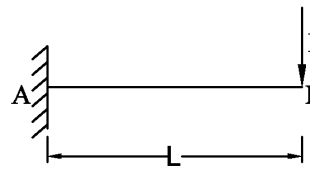
ب: طول بار گسترده می‌تواند تغییر کند.



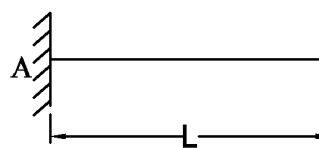
- (۲) 4
- (۳) 3.69
- (۴) 0.4
- (۳) 3.96

۵- تغییر شکل سازه های معین

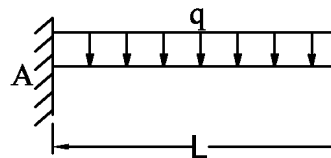
موارد زیر باید حفظ شود:



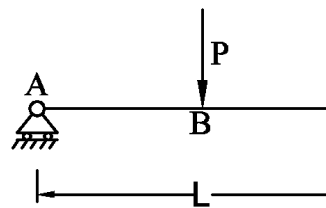
$$\Delta_B = \frac{PL^3}{3EI}, \quad \theta_B = \frac{PL^2}{2EI}$$



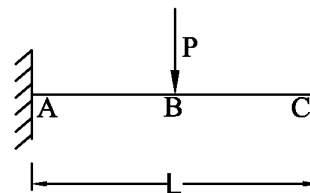
$$\Delta_B = \frac{ML^2}{2EI}, \quad \theta_B = \frac{ML}{EI}$$



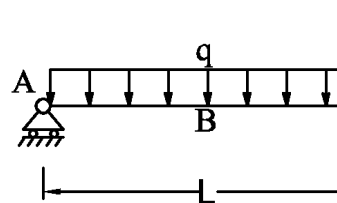
$$\Delta_B = \frac{qL^4}{8EI}, \quad \theta_B = \frac{qL^3}{6EI}$$



$$\Delta_B = \frac{PL^3}{48EI}$$



$$\Delta_B = \frac{1}{4} \times \frac{PL^3}{48EI} = \frac{PL^3}{192EI}$$

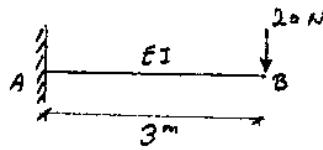


$$\Delta_B = \frac{5qL^4}{384EI}$$

آزاد ۸۹

۷۳- خیز تیر در نقطه انتهایی B چقدر است؟

$$\Delta = \frac{PL^3}{3EI} = \frac{20 \times 3^3}{3 \times EI} = \frac{180}{EI}$$

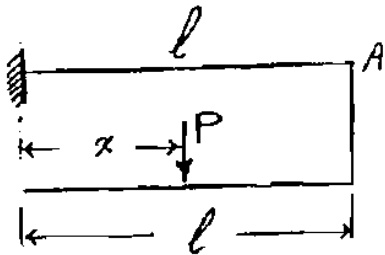


$$\delta_B = \frac{12\delta}{EI} \quad (۳) \quad \delta_B = \frac{90}{EI} \quad (۱)$$

$$\delta_B = \frac{120}{EI} \quad (۴) \quad \delta_B = \frac{180}{EI} \quad (۲)$$

سراسری ۸۱

۴۷- با توجه به شکل مقابل در چه فاصله‌ای از انتهای میله بایستی نیروی P اعمال گردد تا تغییر مکان قائم نقطه A صفر شود؟ (x = ?)

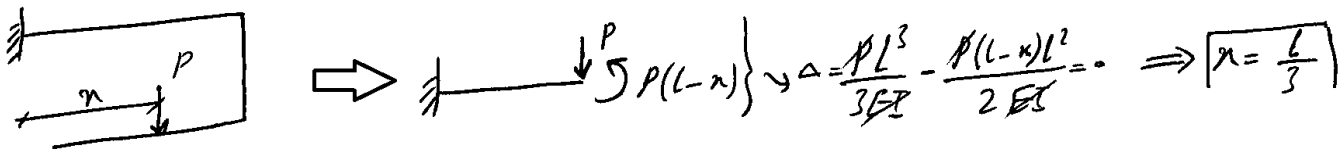


$$x = l \quad (۱)$$

$$x = \frac{l}{3} \quad (۲)$$

$$x = \frac{l}{2} \quad (۳)$$

$$x = \frac{2l}{3} \quad (۴)$$



سراسری ۸۶

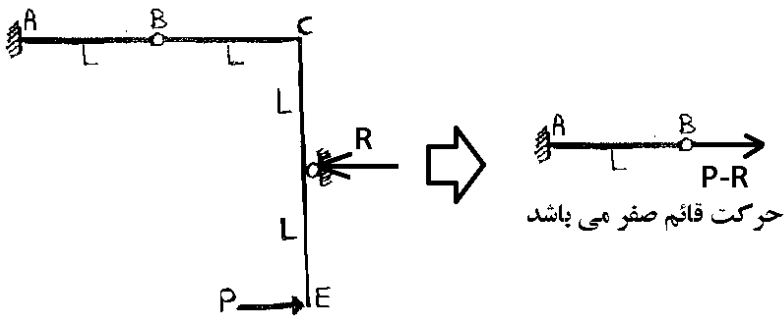
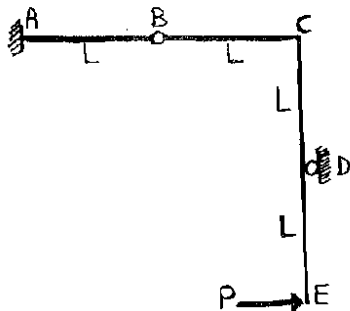
۷۶- در سازه نشان داده شده حداکثر جابجایی قائم مفصل B چقدر است؟ (EI برای کلیه اعضا ثابت)

(۱) صفر

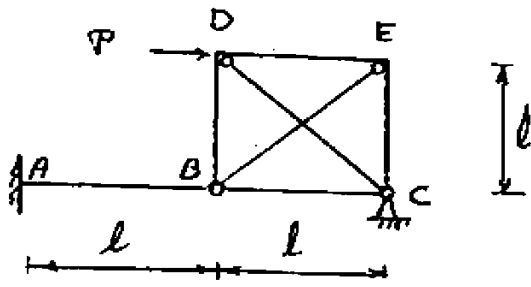
$$\frac{PL^2}{EI} \quad (۲)$$

$$\frac{PL^2}{2EI} \quad (۳)$$

$$\frac{2PL^2}{3EI} \quad (۴)$$



۸۸- تغییر مکان قائم نقطه B را تعیین کنید؟



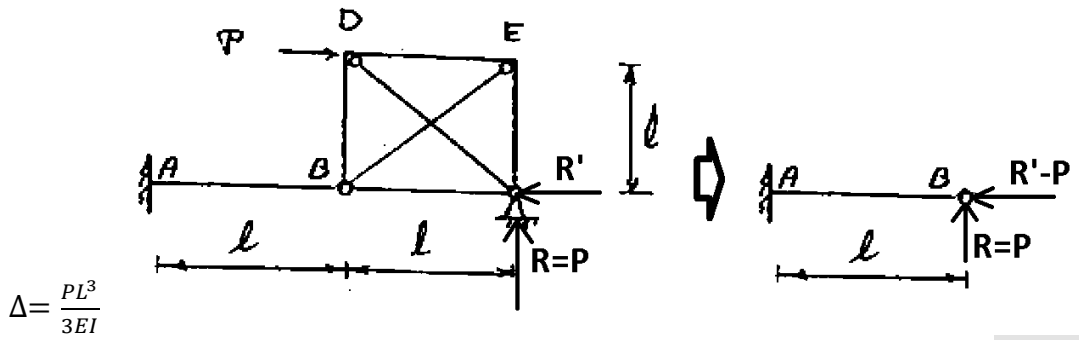
$$EI = \text{ثابت}$$

$$\frac{12Pl^3}{EI} \quad (۱)$$

$$\frac{Pl^3}{2EI} \quad (۲)$$

$$\frac{Pl^3}{8EI} \quad (۳)$$

$$\frac{Pl^3}{7EI} \quad (۴)$$



$$\Delta = \frac{Pl^3}{3EI}$$

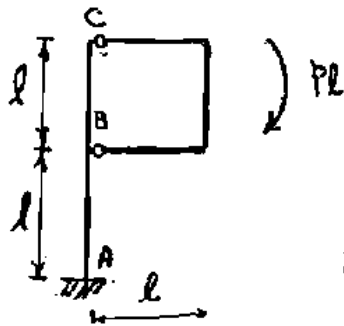
۷۰- $\Delta_{Bx} = ?$

$$-\frac{Pl^3}{2EI} \quad (۱)$$

$$-\frac{Pl^3}{2EI} \quad (۲)$$

$$-\frac{Pl^3}{8EI} \quad (۳)$$

$$-\frac{2Pl^3}{EI} \quad (۴)$$

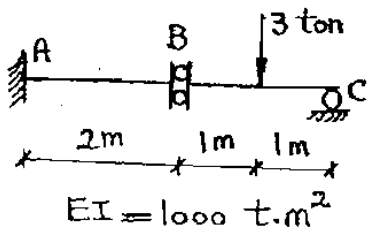


$$EI = \text{ثابت}$$

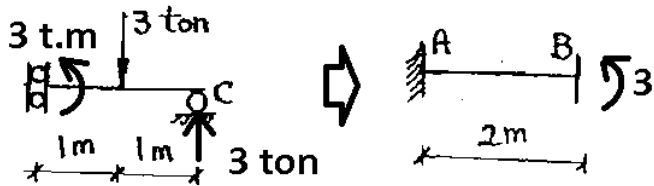


سراسری ۸۴

در تیر شکل مقابل تغییر مکان در سمت چپ مفصل برشی B بر حسب mm کدام است؟

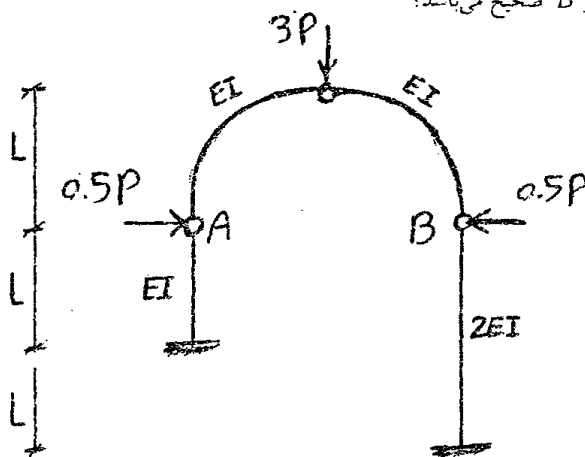


- (۱) ۵
- (۲) ۶
- (۳) ۵
- (۴) ۳



آزاد ۸۹

۷۱- در سازه شکل زیر کدام گزینه در مورد تغییر فاصله نقاط A و B صحیح می باشد؟



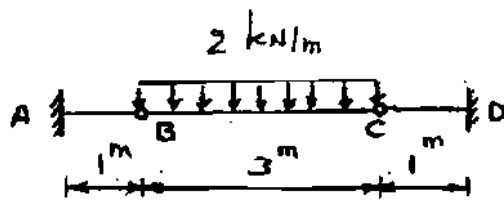
- (۱) به مقدار $\frac{5PL^3}{3EI}$ به هم نزدیک می شوند.
- (۲) به مقدار $\frac{5PL^3}{3EI}$ از یکدیگر دور می شوند.
- (۳) به مقدار $\frac{5PL^3}{6EI}$ از یکدیگر دور می شوند.
- (۴) به مقدار $\frac{5PL^3}{6EI}$ به هم نزدیک می شوند.

گزینه ۲

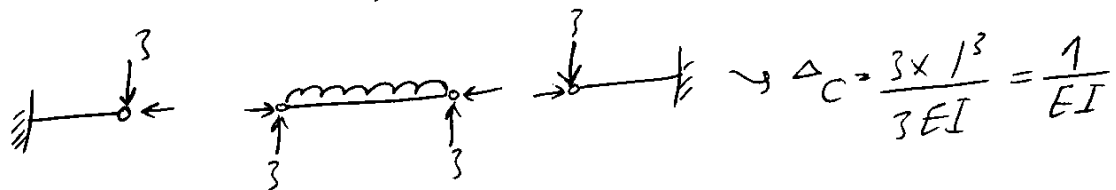
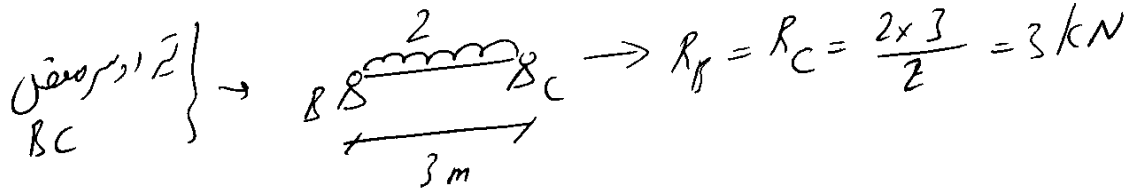
سراسری ۸۱

۵۴- Δ_C را حساب کنید؟

ثابت $EI =$

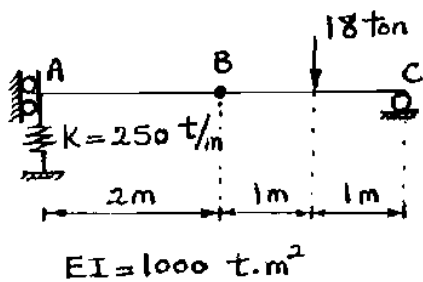


- $\frac{1}{EI}$ (۱)
- $\frac{2}{EI}$ (۲)
- $\frac{3}{EI}$ (۳)
- $\frac{6}{EI}$ (۴)

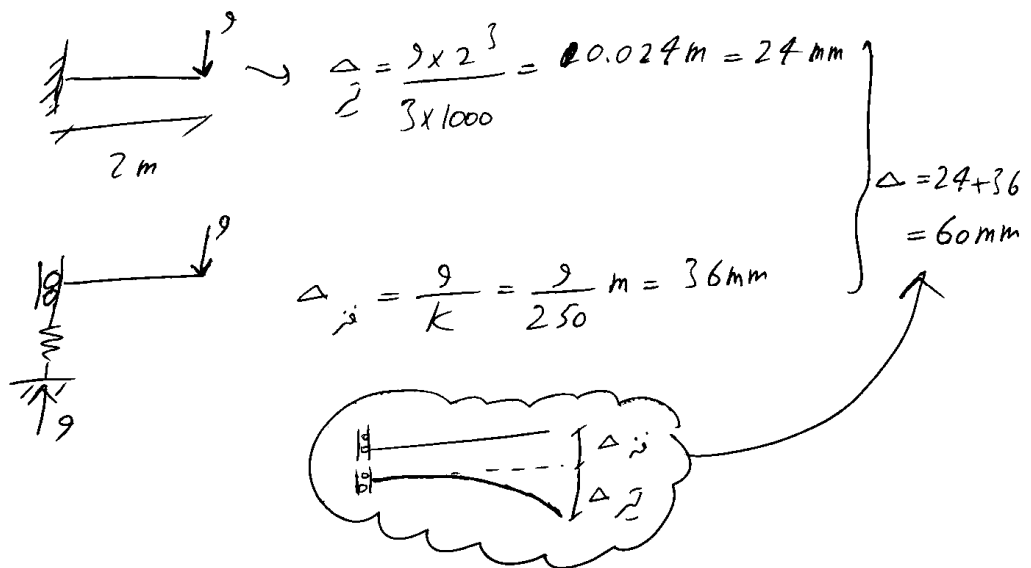


سراسری ۸۳

۶۴- در تیر شکل مقابل تغییر مکان گره B بر حسب mm کدام است ؟

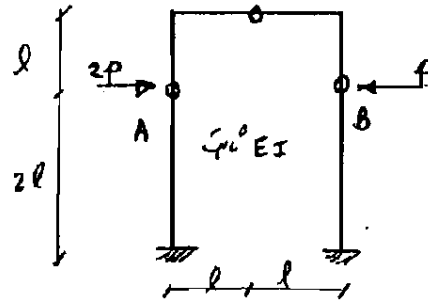


- ۲۶ (۱)
- ۶۰ (۲)
- ۷۲ (۳)
- ۸۱ (۴)



سراسری ۸۳

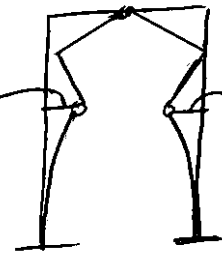
۷۲. مقدار نزدیک شدن دو نقطه A و B در سازه شکل زیر برابر است با:



- (۱) $\frac{pl^3}{3EI}$
- (۲) $\frac{4pl^3}{EI}$
- (۳) $\frac{2pl^3}{3EI}$
- (۴) $\frac{2pl^3}{EI}$

$$\begin{aligned} \rightarrow \Delta &= \Delta_A + \Delta_B = \frac{PL^3}{3EI} (8 + 16) \\ &= \frac{8PL^3}{EI} \end{aligned}$$

$$\Delta_A = \frac{2P(2l)^3}{3EI}$$



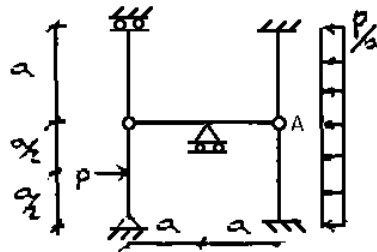
بنا بر این

$$\Delta_B = \frac{P(2l)^3}{3EI}$$

آزاد ۸۷

تغییر مکان گره A کدام است؟

صلبیت خمشی تمام اعضا EI می باشد.



$$\frac{Pa^3}{3EI}$$

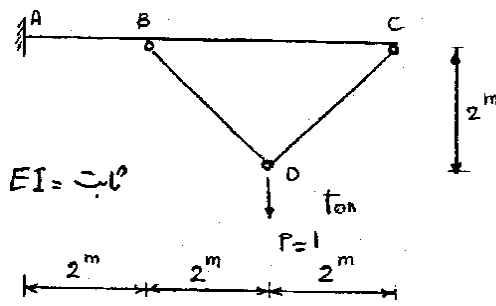
$$\frac{5Pa^3}{24EI}$$

$$\frac{Pa^3}{8EI}$$

$$\frac{Pa^3}{24EI}$$

سراسری ۸۷

۷۹- تغییر مکان قائم نقطه B را حساب کنید. از اثر نیروی محوری صرف نظر کنید.



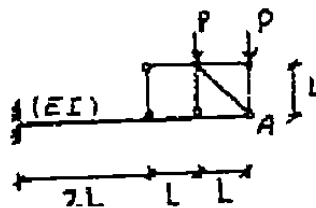
- (۱) $\frac{4EI}{3}$
- (۲) $\frac{8EI}{3}$
- (۳) $\frac{10EI}{3}$
- (۴) $\frac{20}{3EI}$

$EI = \text{ثابت}$

$$\Delta = \frac{1 \times 2^3}{3EI} + \frac{2 \times 2^2}{2EI} = \frac{20}{3EI}$$

آزاد ۸۷

۷۱- تغییر مکان قائم A کدام است؟



- (۱) $\frac{209PL^3}{6EI}$
- (۲) $\frac{91PL^3}{6EI}$
- (۳) $\frac{182PL^3}{3EI}$
- (۴) $\frac{64PL^3}{3EI}$

$$\Delta_A = \Delta_B + \theta_B \times L = \frac{P(3L)^3}{3EI} + \frac{P(3L)^2 L}{2EI} = \frac{27PL^3}{2EI}$$

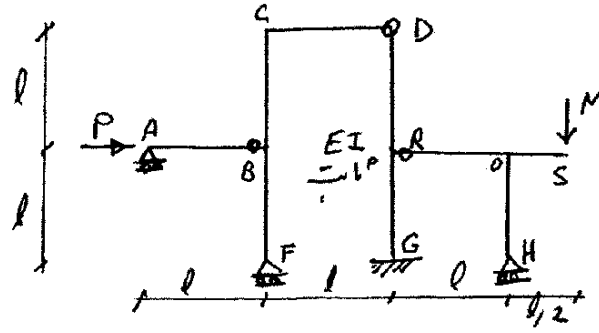
$$\Delta_A = \frac{P(4L)^3}{3EI} + \frac{27PL^3}{2EI}$$

$$\Delta_A = \frac{64PL^3}{3EI} + \frac{27PL^3}{2EI} = \frac{209PL^3}{6EI}$$

البته این مسئله باروری کم کاربرد و در آزمون از آن صرف نظر شود (خوانندایم!)

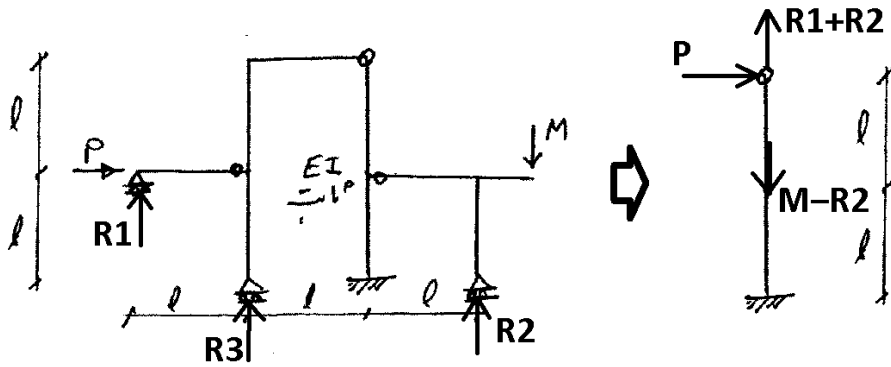
سراسری ۸۹

۶۱- چنانچه جا به جایی افقی D برابر $\frac{9MI^2}{EI}$ باشد، نسبت $\frac{M}{P}$ کدام است؟



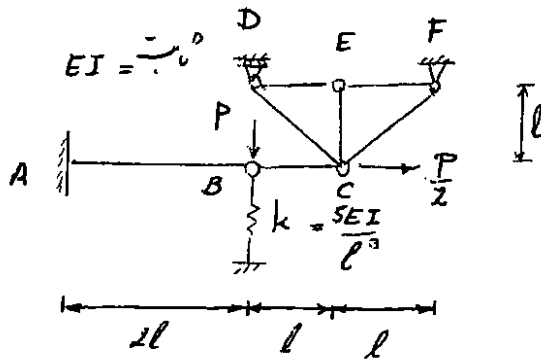
- (۱) $\frac{1}{3}$
- (۲) $\frac{8}{27}$

(۳) چون تغییر مکان D ارتباطی به M ندارد پس $\frac{M}{P} = 0$ است.
(۴)



سراسری ۹۲

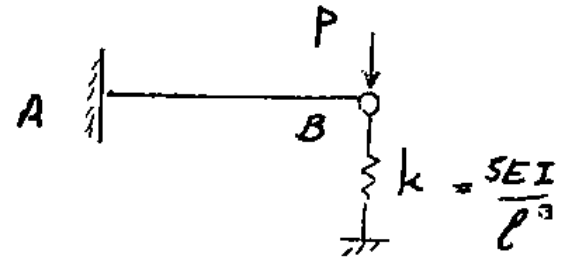
۵۷- تغییر مکان قائم نقطه B، کدام است؟

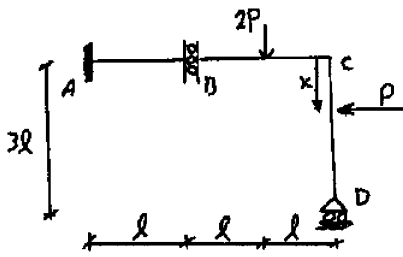


- (۱) $\frac{Pl^3}{42EI}$
- (۲) $\frac{Pl^3}{12EI}$
- (۳) $\frac{4Pl^3}{42EI}$
- (۴) $\frac{Pl^3}{2EI}$

میله BC خرابایی بوده و تنها می تواند نیروی محوری به قسمت AB اعمال کند و بنابراین تاثیری بر تغییر مکان قائم

$$\Delta = \frac{P}{\sum K} = \frac{P}{\frac{3EI}{(2L)^2} + \frac{5EI}{L^3}} = \frac{8PL^3}{43EI}$$





۷۷- در قاب نشان داده شده، بار P در چه فاصله‌ای از C اعمال شود تا تغییر مکان قائم سمت چپ مفصل برشی B ، صفر گردد؟

$$x = 0 \quad (۱)$$

$$x = \frac{\ell}{2} \quad (۲)$$

$$x = 2\ell \quad (۴)$$

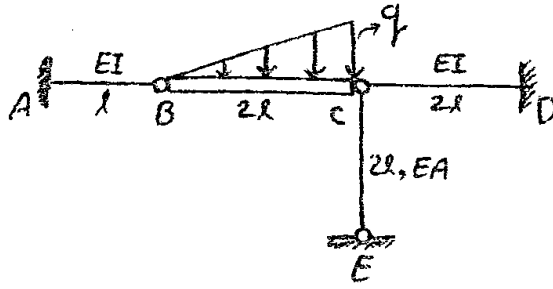
$$x = \ell \quad (۳)$$

اگر تغییر مکان قسمتی از یک میله صلب خواسته شود؟

اگر علاوه بر تغییر شکل خمشی تغییر شکل محوری هم داشته باشیم؟

آزاد ۸۹

۷- تغییر مکان قائم وسط عضو صلب BC کدام است؟ $(\frac{I}{A} = 4l^2)$



$\frac{4}{9} \frac{ql^4}{EI}$ (۲)

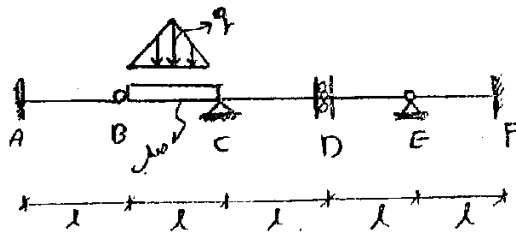
$\frac{13}{18} \frac{ql^4}{EI}$ (۱)

$\frac{8}{9} \frac{ql^4}{EI}$ (۳)

$\frac{11}{18} \frac{ql^4}{EI}$ (۴)

آزاد ۹۰

۶۲- تغییر مکان سمت چپ مفصل برشی D کدام است؟ (EI ثابت)



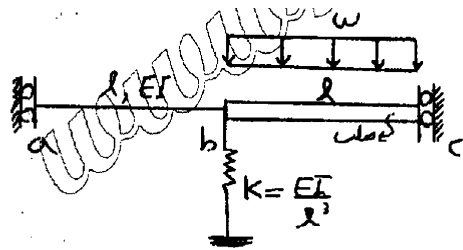
$\frac{ql^4}{3EI}$ (۲)

$\frac{ql^4}{6EI}$ (۱)

$\frac{ql^4}{8EI}$ (۴)

$\frac{ql^4}{12EI}$ (۳)

آزاد ۹۱



۷۲- در تیر نشان داده شده تغییر مکان نقاط a و b و c کدام است؟ (میله bc صلب و سختی فنر $K = \frac{EI}{l^3}$ می باشد)

$$\delta_a = \delta_b = \delta_c = \frac{\omega l^4}{EI} \quad (۱)$$

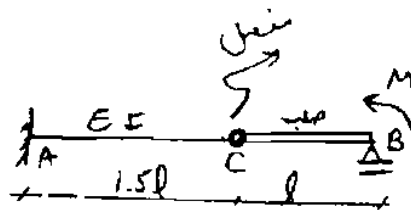
$$\delta_a = \delta_b = \frac{\omega l^4}{EI}, \delta_c = \frac{\omega l^4}{2EI} \quad (۲)$$

$$\delta_b = \delta_c = \frac{\omega l^4}{EI}, \delta_a = \frac{13 \omega l^4}{12 EI} \quad (۳)$$

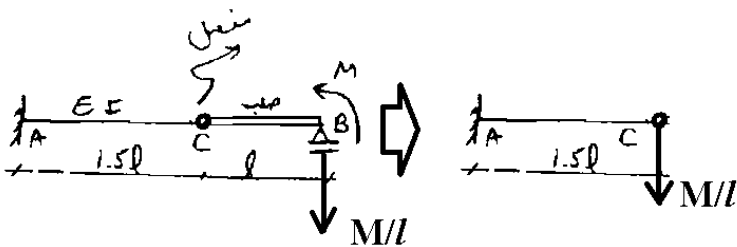
$$\delta_a = \frac{13 \omega l^4}{12 EI}, \delta_b = \frac{\omega l^4}{EI}, \delta_c = \frac{\omega l^4}{2EI} \quad (۴)$$

سراسری ۸۲

۵۸- در سازه شکل زیر مقدار چرخش نقطه B را به دست آورید.



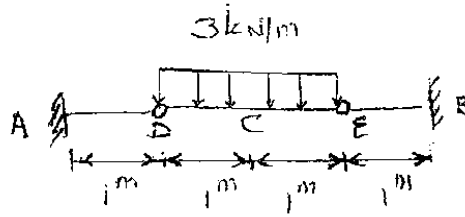
- $\frac{MI}{3EI} \quad (۱)$
- $\frac{MI}{2EI} \quad (۲)$
- $1,25 \frac{MI}{EI} \quad (۳)$
- $\frac{9}{8} \frac{MI}{EI} \quad (۴)$



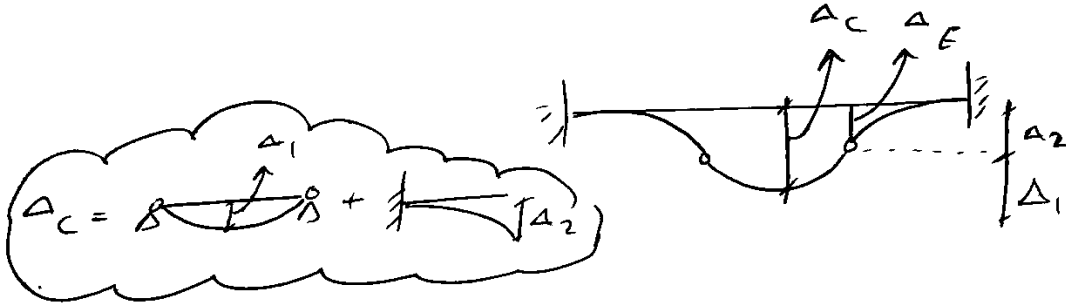
$$\Delta_C = \frac{M}{L}(1.5L)^3 = \frac{9ML^2}{8EI} \rightarrow \theta_B = \frac{(\Delta_C - \Delta_B)}{L} = \frac{9ML}{8EI}$$

سراسری ۸۶

۷۴- Δ_c را حساب کنید. (EI کلیه اعضا را ثابت فرض کنید)



- (۱) $\frac{1}{EI}$
- (۲) $\frac{1/5}{EI}$
- (۳) $\frac{1/625}{EI}$
- (۴) $\frac{0/625}{EI}$

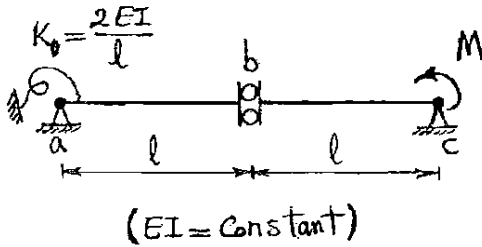


$$\Delta_1 = \frac{5 \cdot 9L^4}{384 EI} = \frac{5 \times 3 \times 2^4}{384 EI} = \frac{5}{8EI} \quad \Delta_2 = \frac{PL^3}{3EI} = \frac{(\frac{3 \times 2}{2}) \times 1^3}{3EI} = \frac{1}{EI}$$

$$\rightarrow \Delta_c = \frac{5}{8EI} + \frac{1}{EI} = \frac{13}{8EI} = \frac{1.625}{EI}$$

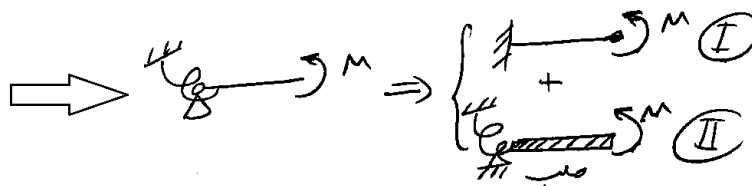
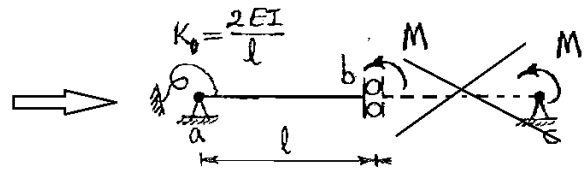
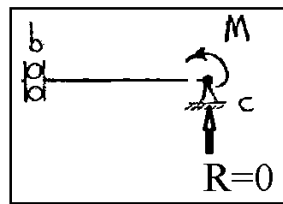
سراسری ۸۶

۶۶- در تیر شکل مقابل تغییر مکان در سمت چپ مفصل برشی b کدام است؟

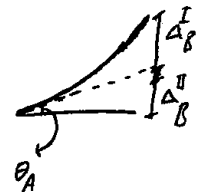


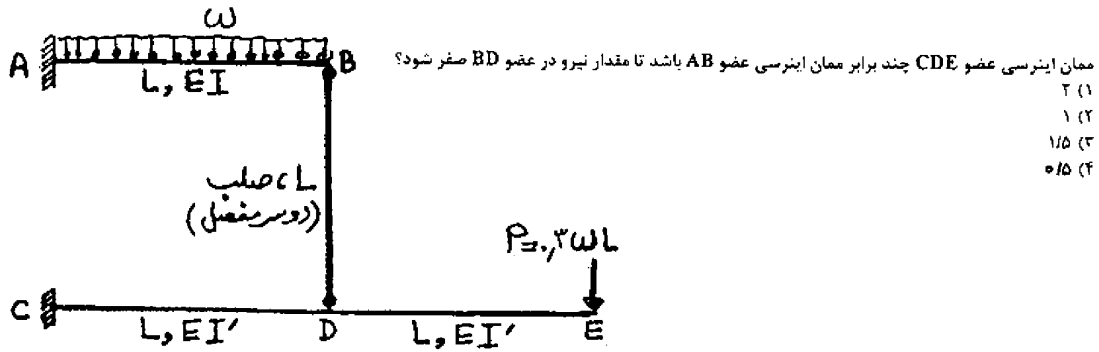
- (۱) ۰
- (۲) $\frac{Ml^2}{EI}$
- (۳) $\frac{Ml^2}{2EI}$
- (۴) $\frac{Ml^2}{EI}$

ابتدا سمت راست را تحلیل کرده و حذف می کنیم:



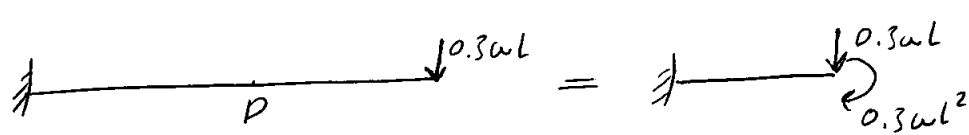
$$\left. \begin{aligned} \Delta_B^I &= \frac{Ml^2}{2EI} \\ \Delta_B^{II} &= \theta_A \times l = \frac{M}{K} \times l = \frac{Ml^2}{2EI} \end{aligned} \right\} \rightarrow \Delta_B = \frac{Ml^2}{2EI} + \frac{Ml^2}{2EI} = \frac{Ml^2}{EI}$$





وقتی می‌گویند $F_{BD} = 0$ یعنی $\Delta_B = \Delta_D$

$\Delta_B = \frac{\omega L^4}{8EI}$

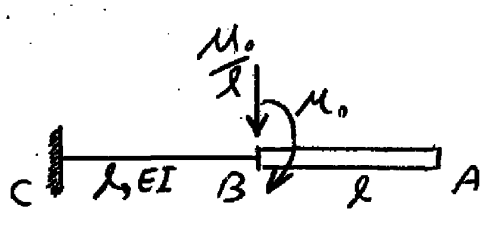


$$\Delta_D = \frac{(0.3\omega L)L^3}{3EI'} + \frac{(0.3\omega L^2)(L^2)}{2EI'} = \frac{\omega L^4}{4EI'}$$

$$\Delta_B = \Delta_D \Rightarrow \frac{1}{8I} = \frac{1}{4I'} \Rightarrow \frac{I'}{I} = 2$$

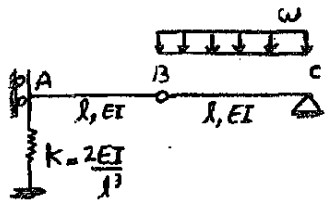
آزاد ۹۲

۶۳- تغییر مکان گره A کدام است؟ (میله AB صلب می‌باشد)



- $\frac{11 M_0 l^2}{6 EI}$ (۱)
- $\frac{5 M_0 l^2}{6 EI}$ (۲)
- $\frac{4 M_0 l^2}{3 EI}$ (۳)
- $\frac{7 M_0 l^2}{3 EI}$ (۴)

$$\Delta_A = \Delta_B + \theta_B \times l = \left(\frac{M_0 l^2}{2EI} + \frac{M_0 l^3}{3EI} \right) + \left(\frac{M_0 l}{EI} + \frac{M_0 l^2}{2EI} \right) l = \frac{7 M_0 l^2}{3 EI}$$



۷۳- تغییر مکان نقاط A و B کدام است؟ (سختی فنر $K = \frac{2EI}{l^3}$ می باشد)

(۱) $\delta_A = \frac{1}{4} \frac{\omega l^4}{EI}$, $\delta_B = \frac{5}{12} \frac{\omega l^4}{EI}$

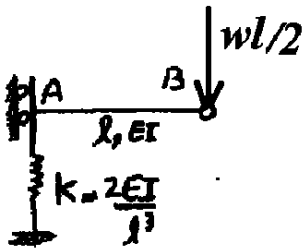
(۲) $\delta_A = \frac{1}{4} \frac{\omega l^4}{EI}$, $\delta_B = \frac{7}{12} \frac{\omega l^4}{EI}$

(۳) $\delta_A = \frac{1}{2} \frac{\omega l^4}{EI}$, $\delta_B = \frac{5}{48} \frac{\omega l^4}{EI}$

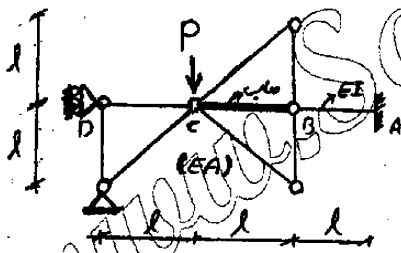
(۴) $\delta_A = \frac{1}{2} \frac{\omega l^4}{EI}$, $\delta_B = \frac{7}{384} \frac{\omega l^4}{EI}$

$\Delta_A = \frac{wl/2}{K} = \frac{wl/2}{\frac{2EI}{l^3}} = \frac{wl^4}{4EI}$ $\Delta_B = \Delta_A + \frac{(wl/2)l^3}{3EI} = \frac{wl^4}{4EI} + \frac{wl^4}{6EI} = \frac{5wl^4}{12EI}$

گزینه ۱ -



۷۵- تغییر مکان قائم گره C کدام است؟ (عضو AB دارای صلبیت خمشی EI و سایر اعضا دارای صلبیت معوری EA می باشند)



(۱) $\frac{Pl}{EA}$

(۲) $\frac{\sqrt{2} Pl}{2 EA}$

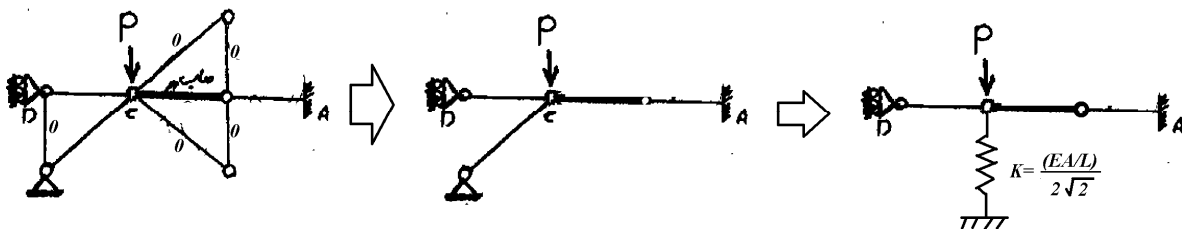
(۳) $\sqrt{2} \frac{Pl}{EA}$

(۴) $2\sqrt{2} \frac{Pl}{EA}$

گزینه ۴

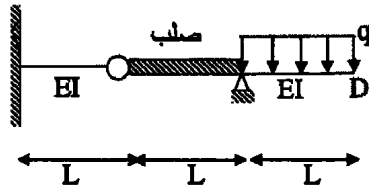
پس از حذف اعضای صفر نیرویی، و با توجه به تبدیلات زیر مقدار جابجایی قائم نقطه C برابر است با:

$\Delta_C = \frac{2\sqrt{2}PL}{EA}$



تمرین: آزاد ۹۳

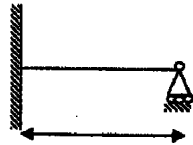
۶۴- اختلاف شیب بین دو مفصل داخلی B در تیر مقابل چقدر است؟



- (۱) $\frac{WL^3}{3EI}$
- (۲) $\frac{WL^3}{4EI}$
- (۳) $\frac{7L^3}{12EI}$
- (۴) $\frac{5WL^3}{12EI}$

تمرین: آزاد ۹۳

۶۷- اگر تکیه‌گاه A به اندازه ۳ سانتیمتر و تکیه‌گاه B به اندازه ۲ سانتیمتر نشست کند، مقدار لنگر در تکیه‌گاه A



- چقدر است؟
- (۱) $\frac{3EI}{L^2}$
 - (۲) $\frac{3EI}{L^3}$
 - (۳) $\frac{EI}{L^2}$
 - (۴) $\frac{EI}{L^3}$

۵-۱- نشست تکیه گاهی

نکته: اگر نشست تکیه‌گاہی رخ داده باشد و نیروی داخلی ناشی از این نشست خوانده شود پس مثلاً در

راحتی که کشیم

ابتدا آن تکیه‌گاه

نشست

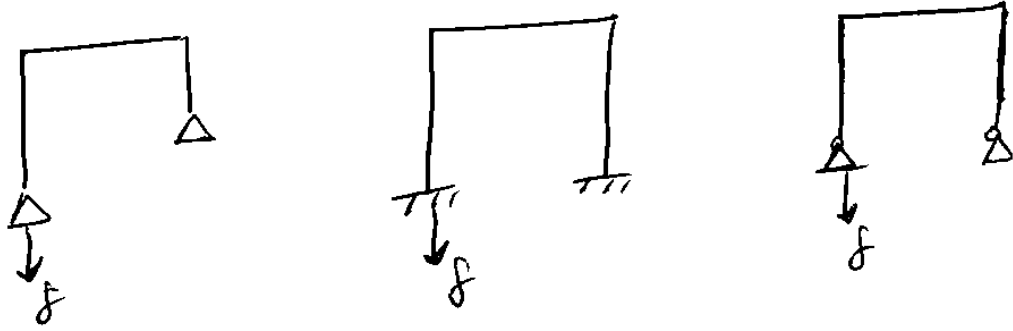
اگر سازه ناپدید شود (یعنی نقطه A

را بتوان بدون اعمال نیرو به قاب به سمت ناپدید شدن حرکت داد)

هیچ نیروی اثر نشست در سازه ایجاد نمی‌شود

در سازه فوق در صورتی که در تکیه‌گاه نشست داشته باشیم، هیچ نیروی در اعضای سازه نخواهیم داشت. نکته مهم: گرچه نیروی اعضا صفر است، مقدار تغییر مکان قسمت‌های مختلف سازه غیر صفر است.

در کدامیک از سازه های زیر در صورت نشست تکیه گاه، نیروی اعضا صفر خواهد بود؟

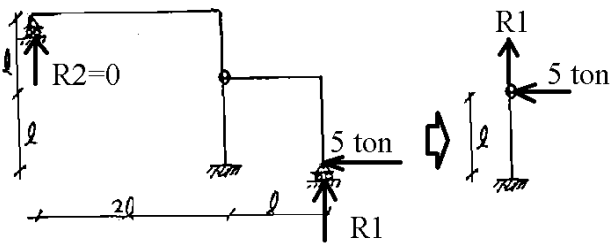
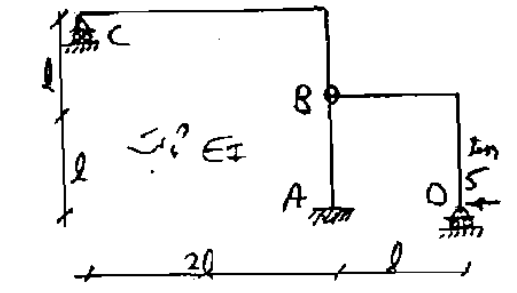


سراسری ۸۲

۵۵- در سازه شکل زیر تکیه گاه C به اندازه ۲ cm در جهت قائم نشسته کرده و بار افقی ۵ ton در نقطه D به آن اثر می کند. با در نظر گرفتن خمش، جابجایی افقی B را به دست آورید؟

$$\frac{10l^2}{EI} \quad (۳) \quad \frac{5l^2}{EI} \quad (۱)$$

$$\frac{5l^2}{3EI} + 1 \quad (۴) \quad \frac{5l^2}{3EI} \quad (۲)$$



سراسری ۸۱

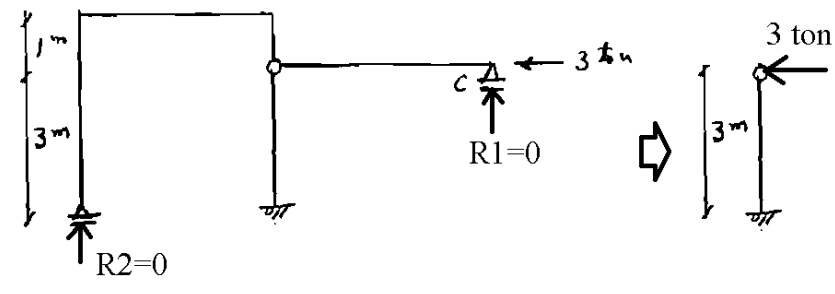
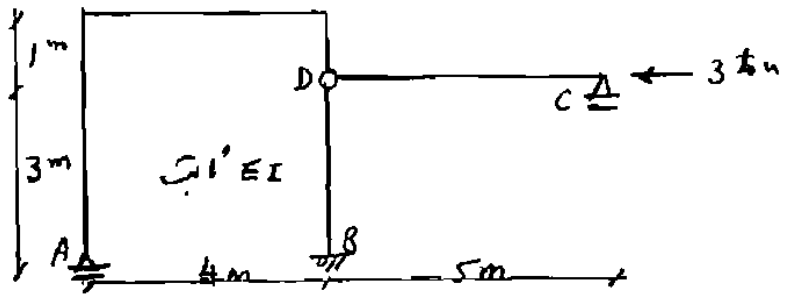
۴۸- در سازه شکل مقابل جابجایی افقی نقطه D در اثر اعمال بار و نشست تکیه گاه A در جهت قائم به اندازه ۳ cm چقدر است؟ (فقط اثر خمش در نظر گرفته شود).

$$\frac{27}{EI} \quad (۱)$$

$$\frac{2}{EI} \quad (۲)$$

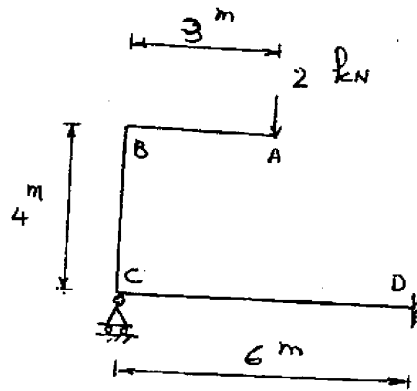
$$\frac{81}{EI} + \frac{9}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{27}{EI} + 3/100 \quad (۴)$$



۶- روش نیروها

سراسری ۸۸



۸۶- واکنش تکیه‌گاه C بر حسب kN چقدر است؟

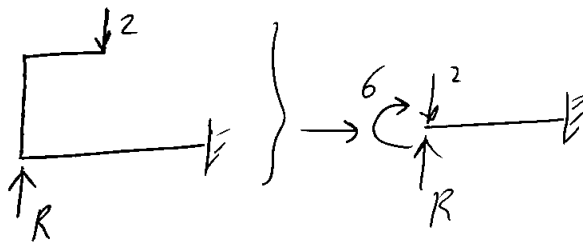
۲ (۱)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۴)

$EI = \text{ثابت}$

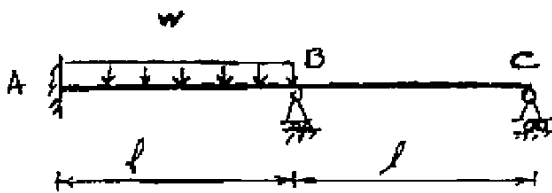


$$\Delta_C = \frac{(R-2) \times 6^3}{3EI} + \frac{6 \times 6^2}{2EI} = 0$$

$$\rightarrow (R-2) = -\frac{3}{2} \rightarrow \boxed{R = \frac{1}{2} \text{ kN}}$$

سراسری ۸۸

۹۰- اگر در تحلیل تیر نامعین شکل مقابل یکی از مجهولات اضافی را M_B انتخاب کنیم، رابطه سازگاری تغییر مکان مربوطه بر اساس کدام رابطه نوشته می‌شود؟ (چپ: L راست: R)



$\theta_{BL} = \theta_{BR}$ (۱)

$M_{BL} \theta_{BL} = M_{BR} \theta_{BR}$ (۲)

$\theta_{BL} + \theta_{BR} = 0$ (۳)

$M_{BL} \theta_{BL} + M_{BR} \theta_{BR} = 0$ (۴)

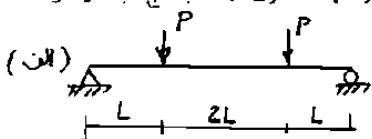
پس از حذف M در نقطه B
 دوران سمت چپ و راست با حساب کرده، معادله سازگاری را می‌نویسیم

$\theta_{BL} = \theta_{BR}$

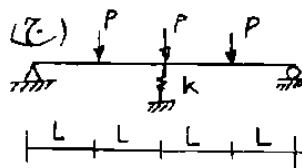
۶-۱- فنرهای معین و نامعین

سراسری ۸۱

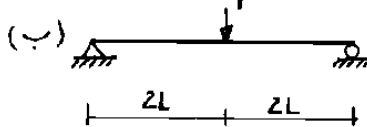
۴۴. اگر تغییر شکل حداکثر مربوط به حالت‌های الف و ب مطابق زیر داده شده باشد، نیروی موجود آمد، در تکیه گاه فنری در حالت «ج» چقدر خواهد بود؟



$$\Delta_{max} = \frac{11PL^3}{6EI}$$

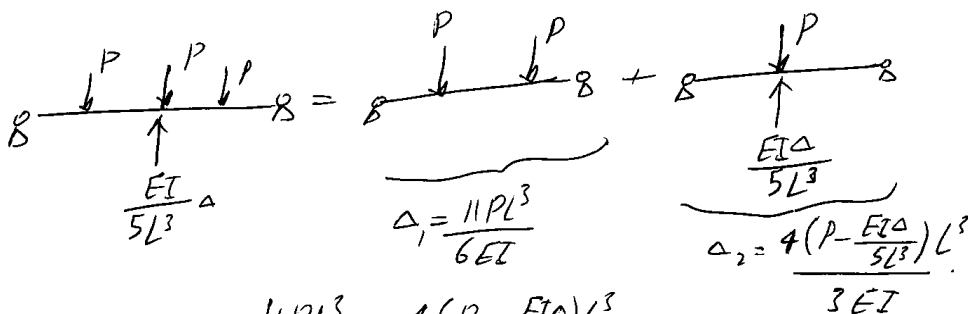


$$k = \frac{EI}{5L^3}$$



$$\Delta_{max} = \frac{4PL^3}{3EI}$$

- P (۱)
- ۲P (۲)
- $\frac{P}{2}$ (۳)
- $\frac{۳P}{2}$ (۴)



$$\Delta_1 = \frac{11PL^3}{6EI}$$

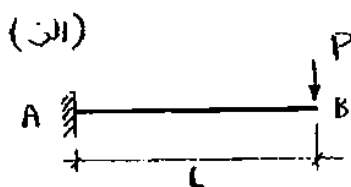
$$\Delta_2 = \frac{4(P - \frac{EI\Delta}{5L^3})L^3}{3EI}$$

$$\Delta_1 + \Delta_2 = \Delta \Rightarrow \frac{11PL^3}{6EI} + \frac{4(P - \frac{EI\Delta}{5L^3})L^3}{3EI} = \Delta$$

$$\rightarrow \Delta = \frac{5PL^3}{2EI} \rightarrow F_{نر} = k\Delta = \frac{EI}{5L^3} \times \frac{5PL^3}{2EI} = \frac{P}{2}$$

سراسری ۸۳

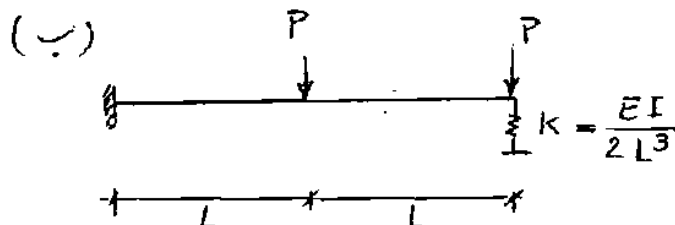
۸۰. با استفاده از اطلاعات داده شده در شکل (الف) نیروی موجود در فنر در شکل (ب) برابر است با:



$$\Delta_B = \frac{PL^3}{3EI}$$

$$\theta_B = \frac{PL^2}{2EI}$$

- P (۱)
- $\frac{۲}{۳}P$ (۲)
- $\frac{۲}{۸}P$ (۳)
- $\frac{۲}{۳}P$ (۴)



در مواردی که فنر داریم، بهتر است فنر را به عنوان نیروی مجهول حذف کنیم. دقت کنید که سازه نامعین است. در صورت معین بودن نیازی به حذف فنر نخواهد بود.

وقتی فنر را حذف می کنیم، یک جهت مثبت برای تغییر مکان نقطه اثر فنر فرض می کنیم. در این سوال با توجه به اینکه تغییر مکان محل اثر فنر به سمت پایین خواهد بود، تغییر مکان به سمت پایین را مثبت فرض می کنیم:

فنر را حذف کرده به جایش نیروی $F = k\Delta$ را قرار می دهیم
پس Δ قدری حساب کرده برابر Δ قرار می دهیم

$$\Delta_1 = \frac{P(2L)^3}{3EI} - \frac{\left(\frac{EI\Delta}{2L^3}\right) \times (2L)^3}{3EI} = \frac{8PL^3}{3EI} - \frac{4\Delta}{3}$$

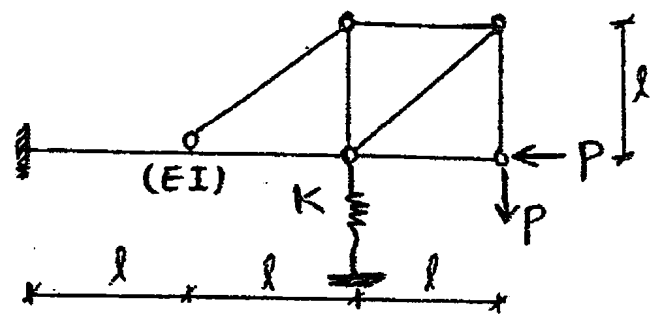
$$\Delta_2 = \Delta_B + \theta_B \times L = \frac{PL^3}{3EI} + \frac{PL^2 L}{2EI} = \frac{5PL^3}{6EI}$$

$$\Rightarrow \Delta_1 + \Delta_2 = \Delta \Rightarrow \frac{8PL^3}{3EI} - \frac{4\Delta}{3} + \frac{5PL^3}{6EI} = \Delta \Rightarrow \Delta = \frac{3PL^3}{2EI}$$

$$\rightarrow \text{نیروی فنر} = k\Delta = \frac{EI}{2L^3} \times \frac{3PL^3}{2EI} = \frac{3P}{4}$$

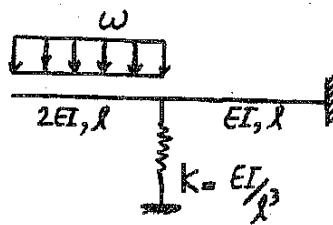
آزاد ۸۹

۷۴- نیروی فنر در سازه نشان داده شده کدام است؟ ($K = \frac{3EI}{l^3}$)



- (۱) $0.75P$
- (۲) P
- (۳) $1.5P$
- (۴) $0.5P$

تمرین آزاد ۹۲



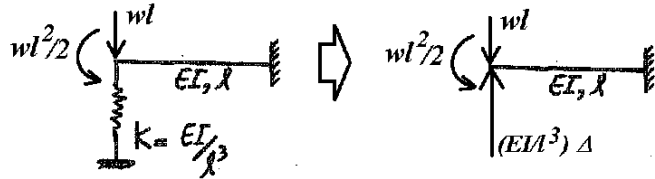
۷۲- نیروی فنر به سختی $K = \frac{EI}{l^3}$ کدام است؟

$\frac{7}{5}wl$ (۲) $\frac{7}{16}wl$ (۱)

$\frac{3}{2}wl$ (۴) $\frac{3}{8}wl$ (۳)

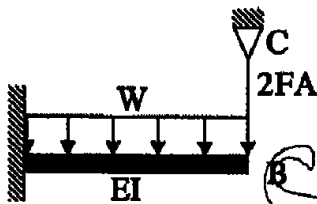
تغییر مکان فنر را محاسبه و برابر Δ قرار می دهیم.

$$\frac{(wl)l^3}{3EI} + \frac{\frac{wl^2}{2}l^2}{2EI} - \frac{\left(\frac{EI}{l^3}\Delta\right)l^3}{3EI} = \Delta \rightarrow \frac{7wl^4}{12EI} - \frac{\Delta}{3} = \Delta \rightarrow \Delta = \frac{7wl^4}{16EI} \rightarrow F_{\text{فنر}} = K\Delta = \frac{7}{16}wl$$



تمرین آزاد ۹۳

۵۱- کابل BC با سطح مقطع A به تیر AB متصل شده است. نیروی کشش کابل چقدر است؟



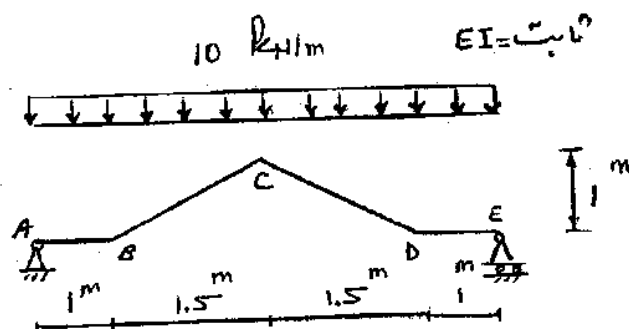
$\frac{3WL^3A}{4(2AL^2 + 3I)}$ (۲)

$\frac{WL}{2}$ (۱)

$\frac{6WAL^3}{4(2AL^2 + 3I)}$ (۴)

$\frac{WAL^3}{4(2AL^2 + 3I)}$ (۳)

۷- تقارن



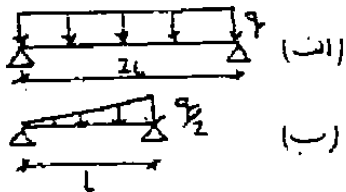
سراسری ۸۷

۷۳- شیب نقطه C را حساب کنید

(۱) صفر

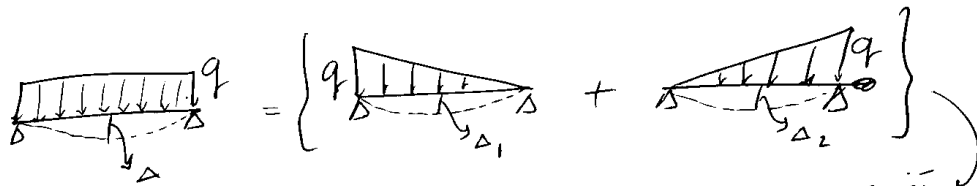
(۲) $\frac{2}{EI}$ (۳) $\frac{3}{EI}$ (۴) $\frac{4}{EI}$ به علت تقارن $\theta_c = 0$ است

آزاد ۸۷



اگر تغییر مکان حداکثر سازه (الف) برابر Δ باشد تغییر مکان وسط سازه (ب) کدام است؟

- ۱. $\frac{\Delta}{32}$
- ۲. $\frac{\Delta}{15}$
- ۳. $\frac{\Delta}{54}$
- ۴. $\frac{\Delta}{8}$

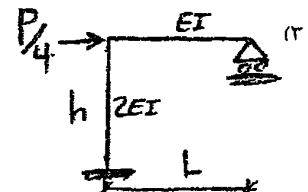
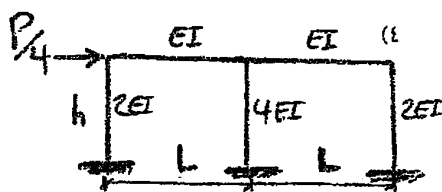
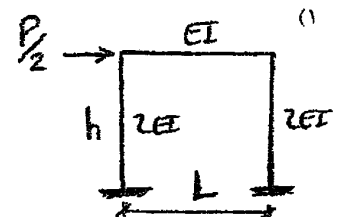
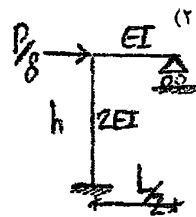
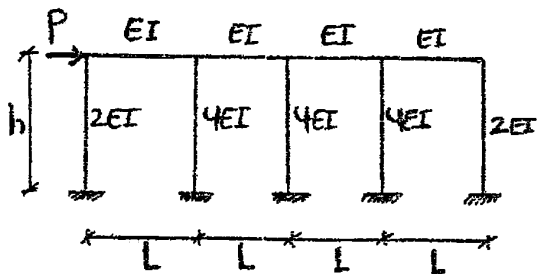


تغییر مکان در هر دو برابر است بنابراین $\Delta_2 = \Delta_1 = \Delta/2$

از طرفی وقتی طول تیر نصف می شود، تغییر شکل $\frac{1}{16}$ می شود. و با توجه به اینکه بار q نیز نصف شده است، گزینه ۳ صحیح است.

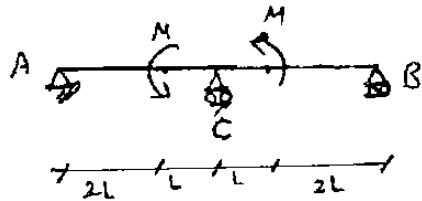
آزاد ۸۹

۷۹- برای تحلیل سازه مقابل کدامیک از قابهای زیر را می توان تحلیل نموده؟

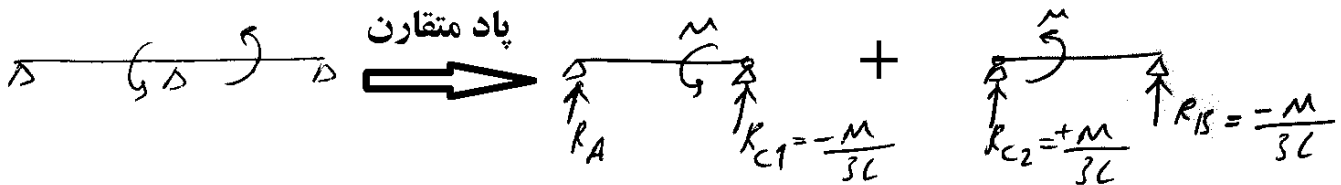


سراسری ۸۴

۷۲- در سازه شکل مقابل، عکس العمل B و C چقدر است؟

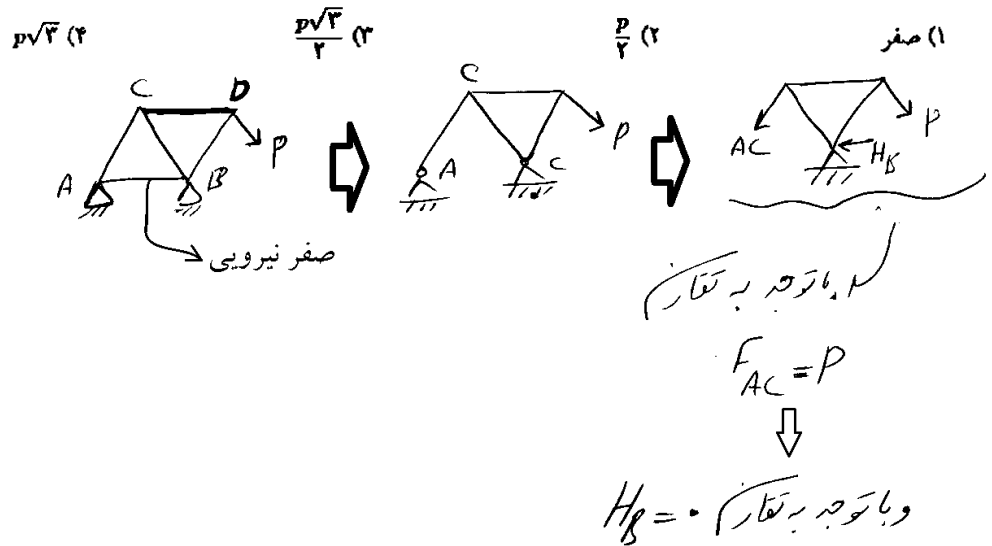
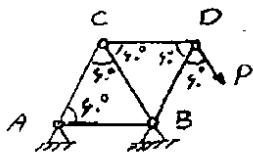


- (۱) $-\frac{2M}{3L}$ و ۰
- (۲) $-\frac{M}{3L}$ و ۰
- (۳) $-\frac{M}{L}$ و $\frac{M}{L}$
- (۴) $-\frac{M}{3L}$ و $\frac{M}{3L}$



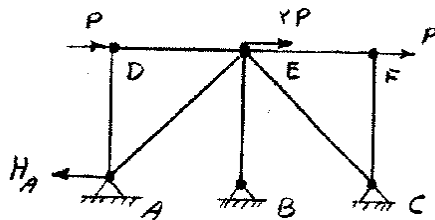
سراسری ۸۳

۶۸- خرپای شکل مقابل دارای اعضای با طول مساوی l و صلبیت محوری EA می باشد. عکس العمل افقی B برابر است با:



سراسری ۸۹

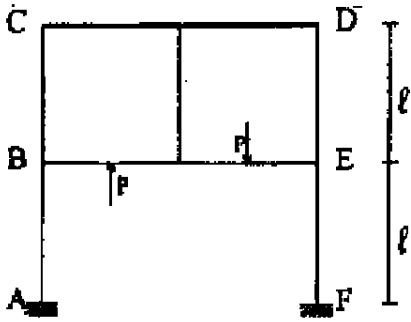
۶۲- خرپای متقارن (از لحاظ هندسی) مطابق شکل مفروض است. طول اعضای مورب $L\sqrt{2}$ و سایر اعضا L و صلبیت محوری اعضا EA فرض می شود. عکس العمل افقی A (H_A) چقدر است؟



- (۱) P
- (۲) $\frac{2P}{3}$
- (۳) $\frac{2}{3}P$
- (۴) $\frac{2}{3}P$

دکتری ۹۲

۱۷- در سیستم سازه‌ای روبه‌رو، عکس‌العمل افقی در تکیه‌گاه A کدام است؟ صلیبت همه اعضا یکسان است.



(۱) صفر

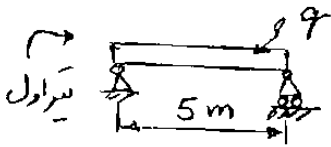
(۲) $\frac{P}{2}$

(۳) $\frac{P}{4}$

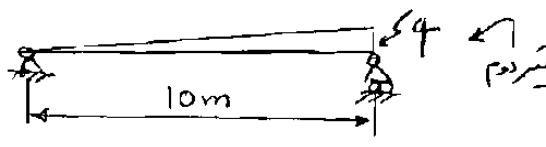
(۴) P

سراسری ۸۳

۴۴- دو تیر شکل روبه‌رو دارای مقطع و جنس یکسان می‌باشند. اگر تغییر مکان ماکزیمم تیر اول یک سانتیمتر باشد، تغییر مکان وسط تیر دوم چند سانتیمتر است؟



۱۶ (۴)



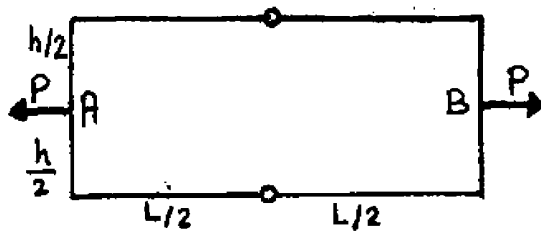
۸ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

سراسری ۸۸

در سازه نشان داده شده، جابجایی نسبی B و A کدامند؟ (EI برای کلیه اعضا ثابت)

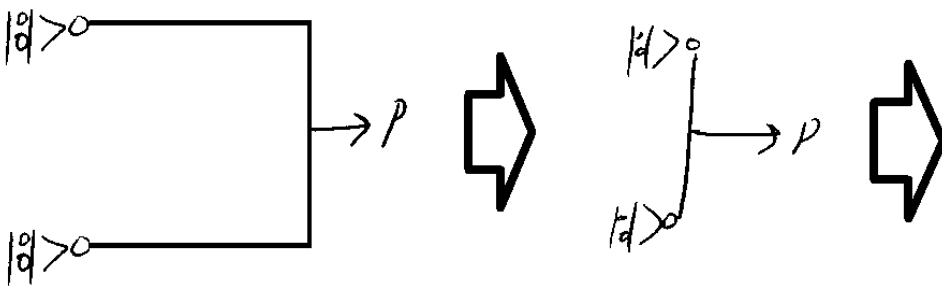


(۱) $\frac{Ph^3}{192EI}$

(۲) $\frac{Ph^3}{48EI}$

(۳) $\frac{Ph^3}{96EI}$

(۴) $\frac{Ph^3}{24EI}$



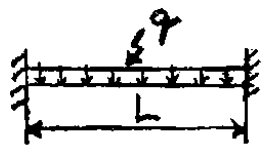
$$\Delta = \frac{Ph^3}{48EI}$$

$$\Delta_{AB} = 2\Delta = \frac{Ph^3}{24EI}$$

سراسری ۸۵

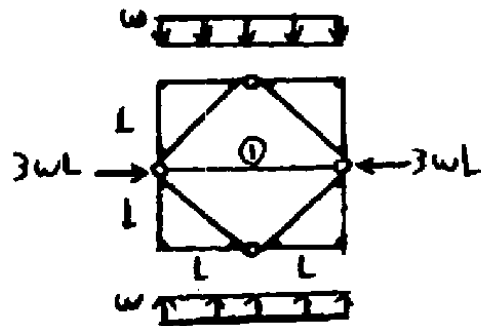
۴۵- اگر بر روی نیمه چپ تیر دو سرگیرداری با رفتار ارتجاعی خطی، به طول ۱۲ متر بار گسترده یکنواخت به شدت ۴ تن بر متر وارد

شود. مقدار لنگر در وسط تیر بر حسب t/m چقدر خواهد بود؟ مقدار لنگر خمشی در وسط تیر شکل مساوی می باشد. $\frac{qL^2}{24}$



- ۱۲ (۱)
- ۲۴ (۲)
- ۳۶ (۳)
- ۴۸ (۴)

آزاد ۸۸



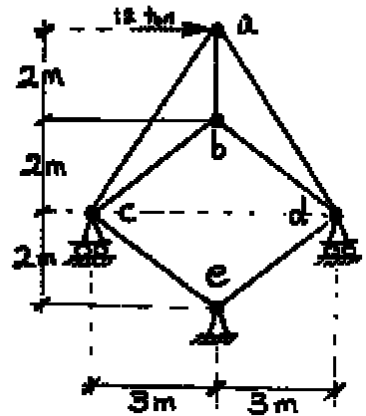
۷۴- نیروی عضو محوری ① کدام است؟
(اتصالات اصلاح مثلث ها به یکدیگر صلب می باشد.)

- ۱) فشاری $2wL$
- ۲) فشاری $3wL$
- ۳) صفر
- ۴) کششی wL

دکتری ۹۳

۱۲- در خورپای شکل مقابل صلبیت محوری مقطع در کلیه اعضاء ثابت است. نیرو در

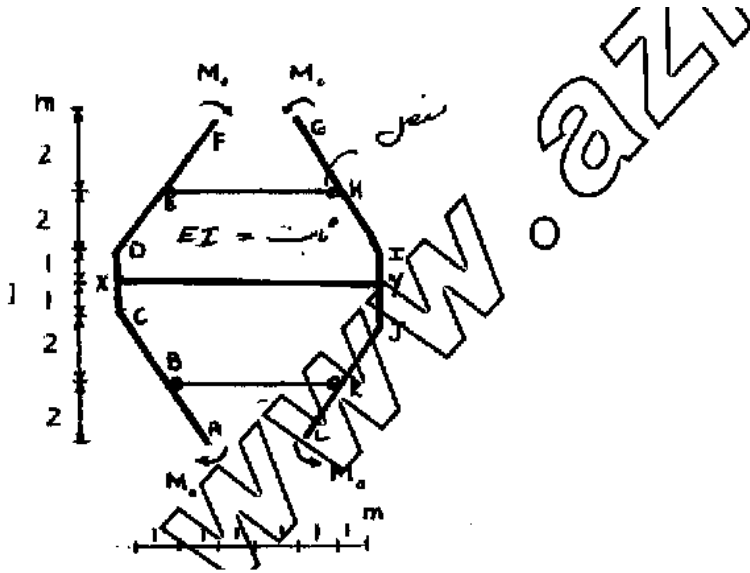
عضو bc بر حسب ton چقدر است؟



- ۰ (۱)
- $7/5$ (۲)
- 5 (۳)
- $2/5$ (۴)

سراسری ۹۱

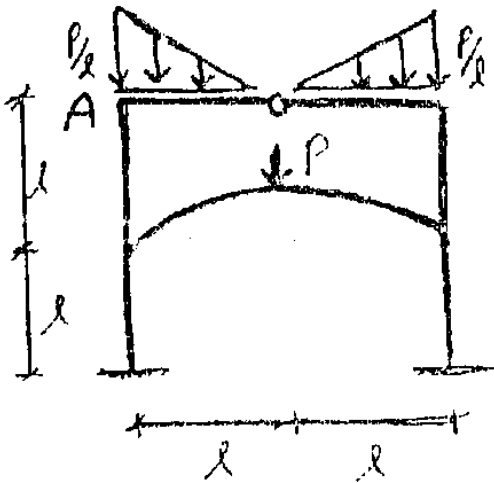
۶۱- نیروی محوری در عضو BK چقدر است؟



- (۱) $\frac{M_o}{2}$
- (۲) $\frac{M_o}{4}$
- (۳) $\frac{M_o}{3}$
- (۴) $\frac{M_o}{5}$

آزاد ۹۰

۷۹- لنگر داخلی در گره A کدام است؟



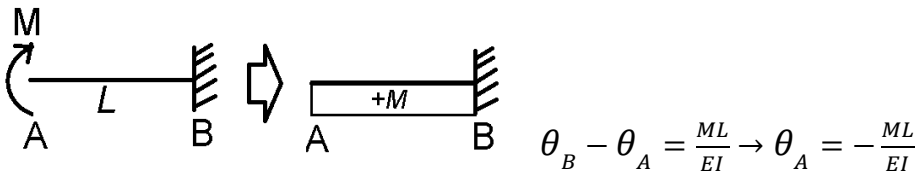
- | | |
|--------------------|--------------------|
| $\frac{Pl}{6}$ (۲) | $\frac{Pl}{3}$ (۱) |
| $\frac{Pl}{2}$ (۴) | Pl (۳) |

۸- لنگر سطح

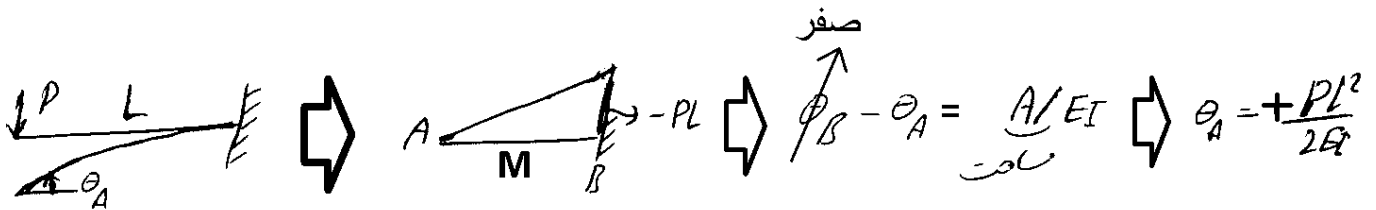
قضیه اول:

به شرطی که در طول انتگرال گیری مفصل نداشته باشیم: مساحت زیر نمودار لنگر $\theta_B - \theta_A = \int_A^B \frac{M}{EI} = \frac{M \cdot L}{EI}$

مثال: دوران نقطه A؟



مثال: دوران نقطه A؟

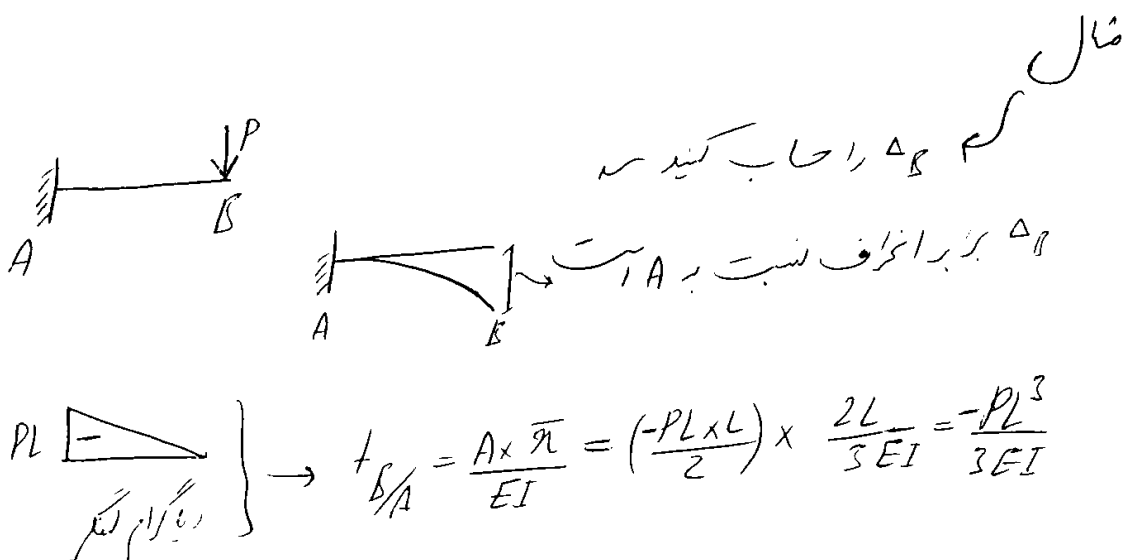
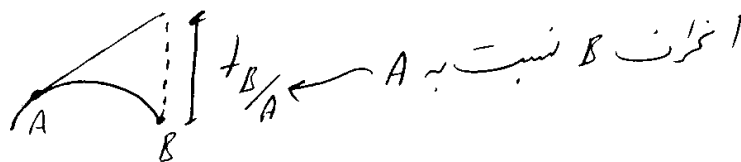


V: برش (ساعت گرد مثبت است)
 θ: دوران یا شیب تیر (مثلثاتی مثبت)

q: بار گسترده (به سمت بالا مثبت است)
 M: خم (رفتار کاسه ای مثبت)
 y: خیز تیر (به سمت بالا مثبت است)

قضیه دوم:

به شرطی که در طول انتگرال گیری مفصل نداشته باشیم: $t_{B/A} = \int_A^B \frac{M}{EI} x$



$V = \int q$ $M = \int V$ $\theta = \int \frac{M}{EI}$ $y = \int \theta$

سراسری ۸۵

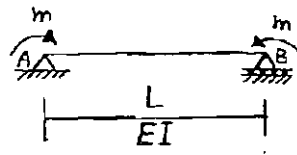
۷۷- مقادیرهای انحراف A از مماسی بر B و نیز دوران A کدامند؟

$\frac{mL}{2EI}$ و $\frac{mL^2}{2EI}$ (۱)

$\frac{mL}{EI}$ و $\frac{mL^2}{EI}$ (۲)

$\frac{mL}{4EI}$ و $\frac{mL^2}{4EI}$ (۳)

$\frac{mL}{2EI}$ و $\frac{mL^2}{2EI}$ (۴)



$t_{A/B} = \left(\frac{A_{AB}}{EI}\right) \bar{x} = \left(\frac{mL}{EI}\right) \frac{L}{2} = \frac{mL^2}{2EI}$ $\theta_C - \theta_A = \left(\frac{A_{AC}}{EI}\right) = \frac{mL}{2EI}$

سراسری ۸۸

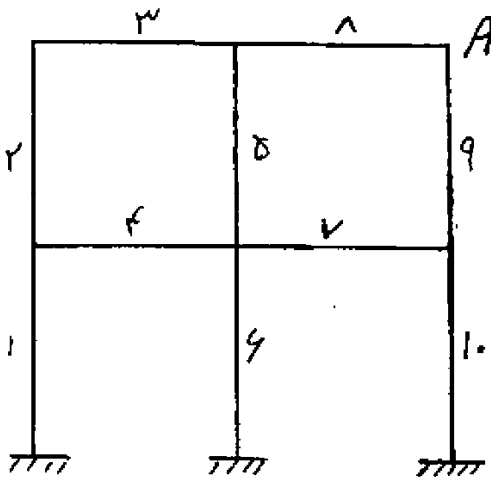
۸۲- قابی مطابق شکل مفروض است. اعضای قاب مطابق شکل شماره گذاری شده‌اند. اگر لنگر خمشی عضو شماره ۱ را با M_1 نشان دهیم که در طول عضو (x) متغیر می‌باشد. دوران نقطه A محل تقاطع عضو ۸ و ۹ کدام است؟

$\int_{I_6} M_{10}(x) dx + \int_{I_4} M_9(x) dx + \int_{I_8} M_8(x) dx$ (۱)

$\int_{I_7} M_7(x) dx + \int_{I_8} M_8(x) dx$ (۲)

$\int_{I_6} M_7(x) dx + \int_{I_5} M_5(x) dx + \int_{I_8} M_8(x) dx$ (۳)

$\int_{I_8} M_8(x) dx + \int_{I_1} M_1(x) dx$ (۴)



آزاد ۹۲

۷۷- اگر در قاب نشان داده شده تحت بارگذاری نامشخص، نمودار لنگر

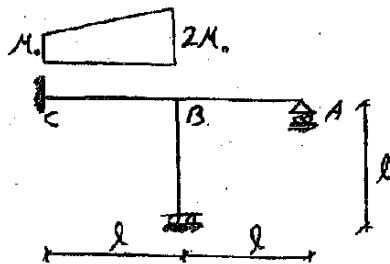
خمشی عضو BC مطابق شکل باشد، مقدار دوران گره B کدام است؟ (EI ثابت)

$2 \frac{M_0 \ell}{EI}$ (۲)

$3 \frac{M_0 \ell}{EI}$ (۱)

$\frac{2 M_0 \ell}{3 EI}$ (۴)

$\frac{3 M_0 \ell}{2 EI}$ (۳)

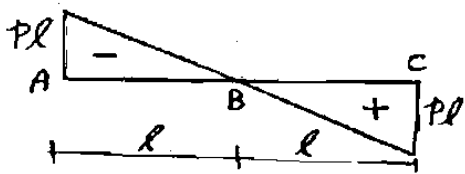


گزینه ۳- با توجه به قضیه اول لنگر سطح:

$\theta_B = \theta_C + \int_0^l \frac{M}{EI} dx = 0 + \frac{(M_0 + 2M_0)}{2EI} l = \frac{3 M_0 l}{2 EI}$

تمرین سراسری ۸۳

۶۱- قطعه پیوسته ABC از سازه‌ای مفروض است. لنگر خمشی مثبت پایین و لنگر خمشی منفی بالای تیر رسم شده است. فاصله (تغییر مکان) نقطه C نسبت به مماس بر نقطه A چقدر است؟ صلبیت خمشی AB و BC به ترتیب برابر $2EI$ و EI می‌باشد.



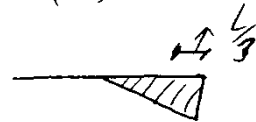
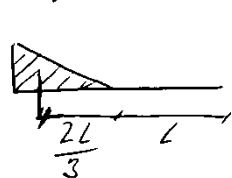
$$-\frac{PL^2}{12EI} \quad (۲)$$

$$-\frac{PL^2}{12EI} \quad (۲)$$

$$-\frac{PL^2}{12EI} \quad (۲)$$

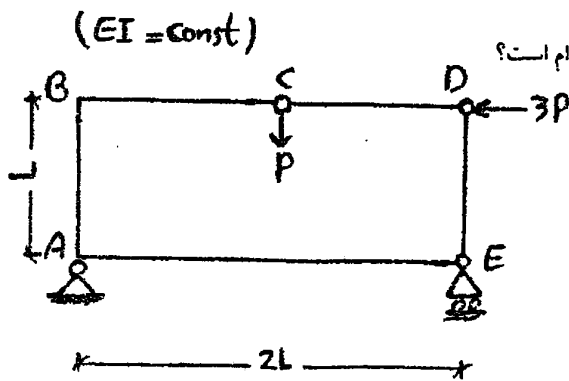
$$-\frac{PL^2}{12EI} \quad (۱)$$

$$I_{C/A} = A \times \bar{x} = \frac{-PL \times L}{2(2EI)} \times \left(L + \frac{2L}{3}\right) + \frac{PL \times L}{2(EI)} \times \left(\frac{L}{3}\right) =$$



$$= -\frac{PL^2}{4EI}$$

آزاد ۸۹



۶۶- انحراف گره E از مماس رسم شده بر A و همچنین دوران A کدام است؟

$$\frac{PL^2}{3EI}, \frac{2PL^3}{3EI} \quad (۲)$$

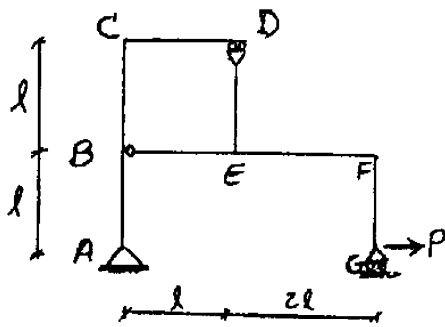
$$\frac{4PL^2}{3EI}, \frac{8PL^3}{3EI} \quad (۱)$$

$$\frac{2PL^2}{EI}, \frac{3PL^3}{4EI} \quad (۱)$$

$$\frac{2PL^2}{3EI}, \frac{4PL^3}{3EI} \quad (۲)$$

گزینه ۱

آزاد ۹۱

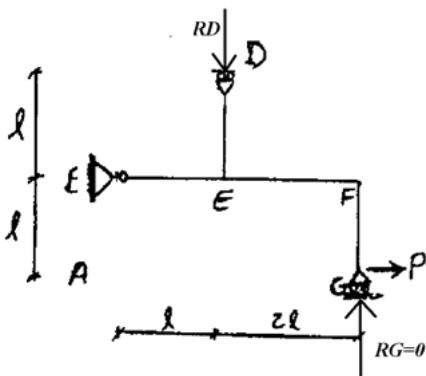


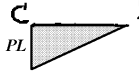
۶۷- زاویه بین مماس‌های رسم شده بر نقاط C و D در نمودار تغییرشکل قاب نشان داده شده $(\theta_{C/D})$ کدام است؟ (صلبیت خمشی اعضاء EI می‌باشد)

- $\frac{Pl^2}{3EI}$ (۲)
- $\frac{Pl^2}{2EI}$ (۱)
- $\frac{Pl^2}{12EI}$ (۴)
- $\frac{Pl^2}{6EI}$ (۳)

گزینه ۱

اختلاف زاویه بین C و D برابر مساحت زیر نمودار لنگر بین این دو نقطه می باشد. برای رسم دیاگرام لنگر در این قسمت از سازه تنها کافی است که عکس العمل تکیه گاه D را بدست آوریم. با لنگر گیری حول نقطه A (برای کل سازه)، عکس العمل قائم تکیه گاه G برابر صفر می باشد. حال قسمت BEDFG را در نظر میگیریم. با لنگر گیری حول B مقدار R_D برابر خواهد بود با: $R_D = P$

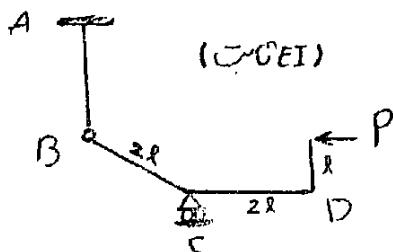


و بنابراین دیاگرام لنگر به صورت  خواهد بود که مساحت آن برابر است با:

$$\theta_{C/D} = \text{Moment Area} = \frac{PL^2}{2EI}$$

آزاد ۹۰

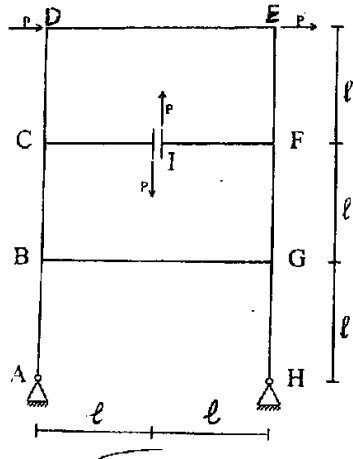
۶۲- زاویه بین مماس‌های رسم شده بر نمودار تغییرشکل سازه در فاصله B تا C کدام است؟ $(\theta_{B/C})$



- $2\frac{Pl^2}{EI}$ (۲)
- $\frac{Pl^2}{3EI}$ (۱)
- $\frac{Pl^2}{EI}$ (۴)
- $\frac{Pl^2}{2EI}$ (۳)

سراسری ۹۰

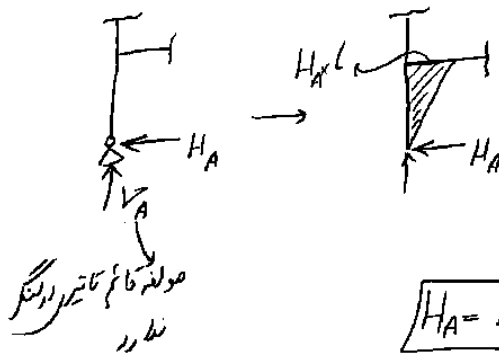
۶۴- اگر صلبیت خمشی همه اعضای قاب شکل مقابل EI باشد، زاویه بین مماس های A و B چقدر است؟



- (۱) صفر
- (۲) $\frac{Pl^2}{2EI}$
- (۳) $\frac{Pl^2}{EI}$
- (۴) $\frac{Pl^2}{EI}$

64) زاویه بین مماس های A و B برابر مساحت زیر نمودار $\frac{M}{EI}$ بین آن

ردنقطه است پس باید نمودار منگر کف AB را بدست آوریم



پس باید H_A را بدسیم

برابری یا دقت داریم

$$H_A = P$$

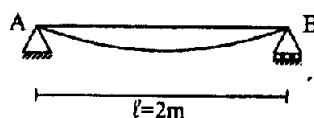
$$\rightarrow \theta_{A-B} = \frac{\text{مساحت زیر منگر}}{EI} = \frac{\frac{P \times l \times l}{2}}{EI} = \frac{Pl^2}{2EI}$$

سراسری ۹۳

۶۰- تیر AB به طول $l = 2m$ و صلبیت خمشی $EI = 10^3 \text{ t.m}^2$ بر اثر بارگذاری

خاصی، مطابق با شکل تغییر شکل داده است. اگر تغییر مکان نقطه B نسبت به مماس بر نقطه A، $\delta_{B/A} = 0.2m$ و $\theta_B = 0.1$ رادیان باشد. مساحت

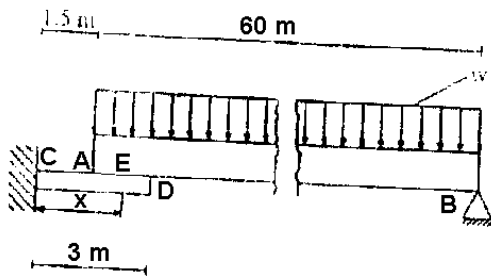
زیر منحنی منگر خمشی بین دو تکیه گاه A و B بر حسب t.m^2 چقدر است؟ در تمام طول تیر بار یابین به کشش کار می کند.



- (۱) ۳۰
- (۲) ۲۰
- (۳) ۱۰
- (۴) ۴۰

سراسری ۹۰

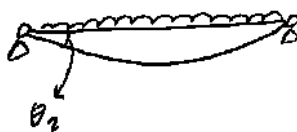
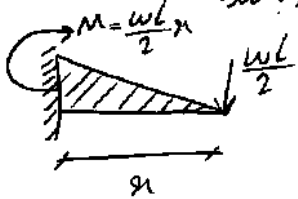
۶۵- تیر AB به طول ۶۰ متر و صلبیت خمشی EI تحت اثر بار گسترده یکنواخت به شدت W، در یک انتها روی تیر طره‌ای CD به طول ۳ متر و صلبیت خمشی $\frac{EI}{150}$ قرار گرفته است. فرض می‌کنیم بعد از تغییر شکل فقط یک نقطه اتکاء بین A و D (نقطه E به فاصله x از تکیه‌گاه C) وجود داشته و نیروی عکس‌العمل آن با تقریب قابل قبول نصف بار وارد بر تیر AB است. طول x چند متر است؟



- (۱) ۱/۶
- (۲) ۲/۴
- (۳) ۲
- (۴) ۲/۸

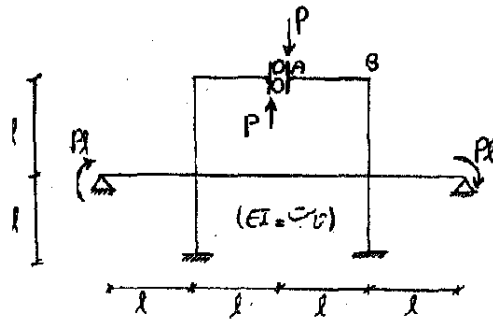
کافی است که θ هر دو را حساب کرده برابر هم قرار دهیم:

در نقطه تماس θ هر دو تیر یکسان است یعنی در نقطه آن به هم وصل می‌شوند که باید یکسان داشته باشند.



$$\left. \begin{aligned} \theta_{\text{طره}} &= \frac{PL^2}{2EI} = \frac{\left(\frac{WL}{2}\right)x^2}{2\left(\frac{EI}{150}\right)} = 37.5 \frac{WLx^2}{EI} \\ \theta_{\text{دو سر مفصل}} &= \frac{2}{3} \left(\frac{LWL^2}{2 \cdot 8EI}\right) = \frac{WL^3}{24EI} \end{aligned} \right\} 37.5 \frac{WLx^2}{EI} = \frac{WL^3}{24EI} \rightarrow x = L \sqrt{\frac{1}{24 \times 37.5}} = 2m$$

آزاد ۹۲



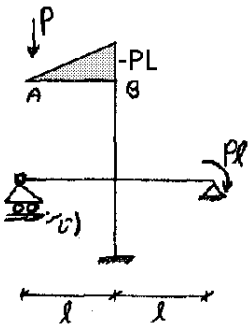
۷۰- در قاب نشان داده شده فاصله نقطه A در نمودار تغییرشکل از مماس رسم شده بر B کدام است؟ (صلبیت خمشی اعضاء ثابت EI می باشد)

$\frac{Pl^3}{12EI}$ (۲) $\frac{Pl^3}{3EI}$ (۱)

$\frac{Pl^3}{9EI}$ (۴) $\frac{2Pl^3}{3EI}$ (۳)

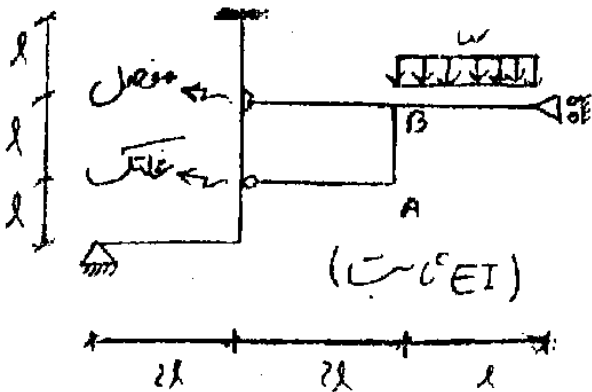
گزینه ۱ - سازه پادمتقارن است و بنابراین می توان سازه زیر را تحلیل نمود. انحراف A از مماس بر B برابر است با:

$$t_A = \frac{l \times (-Pl)}{2EI} \times \frac{2l}{3} = \frac{pl^3}{3EI}$$



آزاد ۹۰

۶۵- فاصله نقطه A از مماس رسم شده بر B کدام است؟ ($\delta_{A/B}$)



$\frac{5 w l^4}{6 EI}$ (۲)

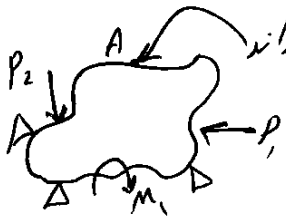
$\frac{6 w l^4}{5 EI}$ (۱)

$\frac{12 w l^4}{5 EI}$ (۴)

$\frac{5 w l^4}{12 EI}$ (۳)

۹- کار مجازی

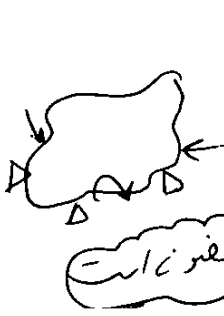
روش کار مجازی: فرض کنیم تغییر مکان این نقطه از سازه را خواستارند
 $\Delta Ay = ?$ در این صورت به طریق زیر عمل می‌کنیم:



گام 1: یک بار واحد در راستای ΔAy به سازه اعمال می‌کنیم
 و بقیه بارها را حذف می‌کنیم



گام 2: سازه مجازی را گسیل کرده، نیروی داخلی آن را بدست می‌آوریم. \bar{P}_i نیروی گسسته است



گام 3: سازه اصلی را نیز (با بارهای واقعی و بدون بار واحد) تحلیل کرده و نیروی داخلی آنرا بدست می‌آوریم. P_i نیروی گسسته است

گام 4: با استفاده از رابطه زیر ΔAy بدست می‌آید:

برای خرید کت:

عکس العمل در سازه مجازی

$$\bar{T} \times \Delta Ay + \bar{R} \times \delta = \sum \frac{\bar{P}_i P_i L}{EA} + \sum \bar{P}_i \alpha \Delta T L_i$$

که نشئت تکلیفی من

تغییر حرارت میدهد

$$\bar{T} \times \Delta Ay + \bar{R} \times \delta = \sum \frac{\bar{M}_i M_i L}{EI} + \sum \bar{M}_i \alpha \Delta T L_i$$

برای تیر کت:

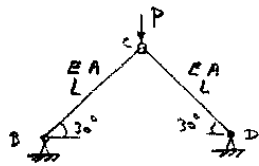
افضل در بزرگ در تیر ارتفاع مقطع تیر

۹-۱-خرپا

آزاد ۸۹

۶۲- اعضای خرپایی BC و CD دارای طول L ، سطح مقطع A و مدول ارتجاعی E هستند . جابجایی قائم گره C تحت

بار P چقدر است؟

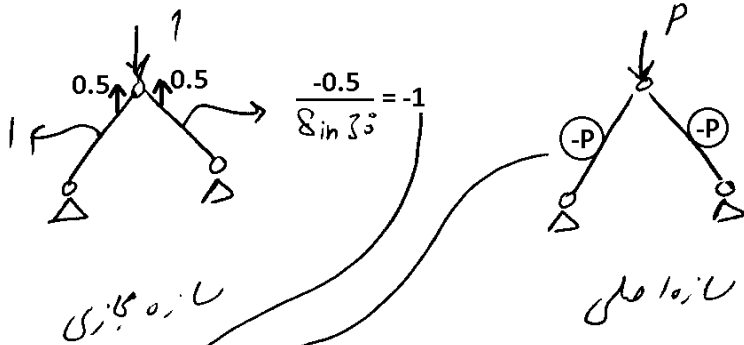


(۳) $\frac{PL}{AE}$

(۱) $\frac{PL}{4AE}$

(۴) هیچکدام

(۲) $\frac{PL}{2EA}$

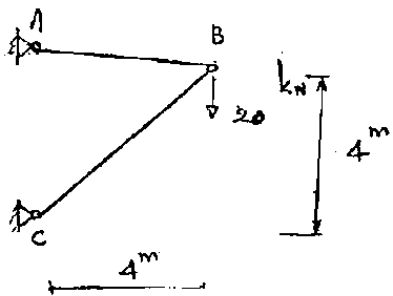


$\Delta_c = (-1 \times \frac{P \times L}{EA}) \times 2 = \frac{2PL}{EA}$

2 ضلع با همین شرایط داریم

سراسری ۸۵

$\Delta_{Bx} = ?$ ، $E = 25 \text{ cm}^2$ (سطح مقطع میلها) و ثابت E:

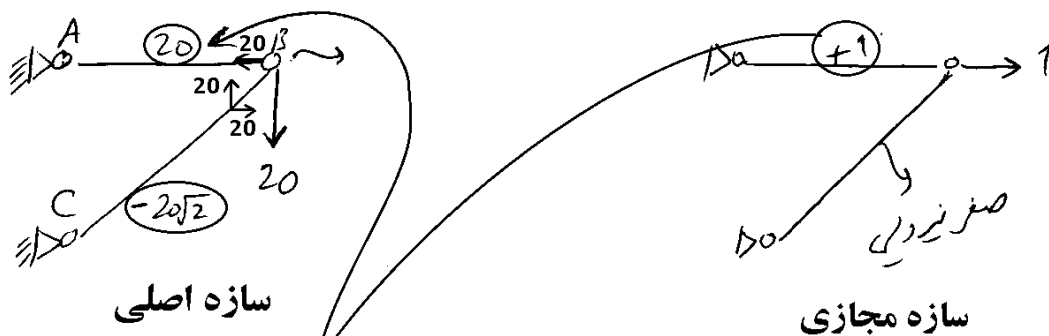


(۱) $\frac{64000}{E}$

(۲) $\frac{32000}{E}$

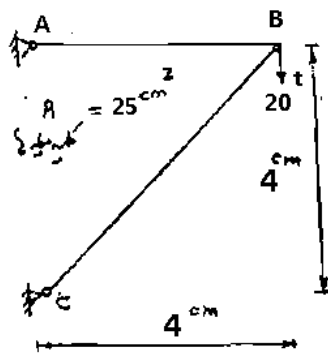
(۳) $\frac{16000}{E}$

(۴) $\frac{12000}{EI}$



$1 \times \Delta_{Bx} = 1 \times \frac{20 \times 4}{EA} \Rightarrow \Delta_{Bx} = \frac{80}{EA} = \frac{80}{25 \times 10^{-4} E} = \frac{32000}{E}$

سراسری ۸۳



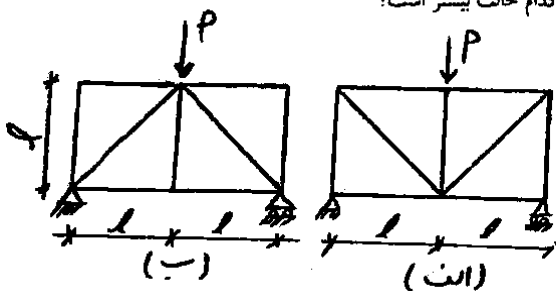
تغییر مکان افقی گره B را حساب کنید. (ثابت $E = 120000/E$)

- (۱) $120000/E$
- (۲) $160000/E$
- (۳) $230000/E$
- (۴) $320000/E$

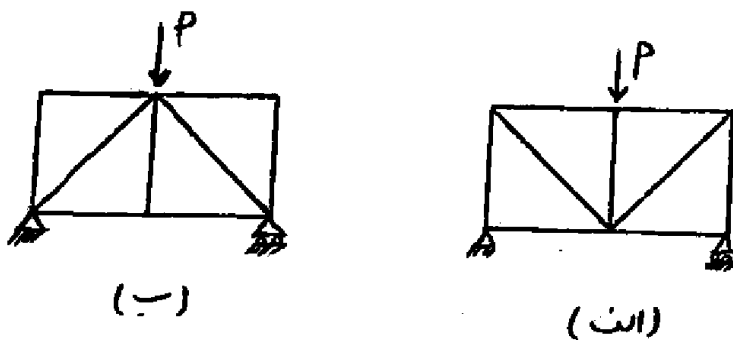
گزینه ۴

آزاد ۸۳

۳۱- با فرض مسازی بودن سطح مقطع تمام اعضا، تغییر مکان قائم در محل اعمال نیروی P در کدام حالت بیشتر است؟

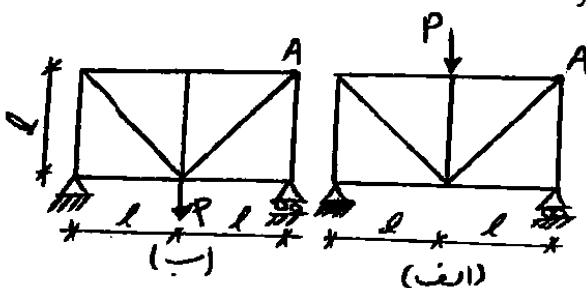


- (۱) حالت ب
- (۲) حالت الف
- (۳) بسته به طول دهانه می تواند حالت الف یا ب باشد.
- (۴) در هر دو حالت مسازی است.



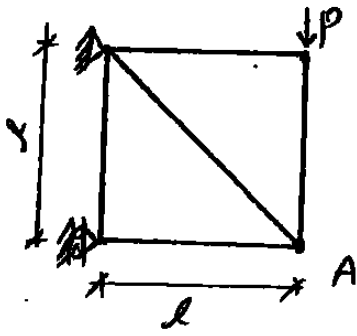
آزاد ۸۳

۳۲- با فرض مسازی بودن سطح مقطع تمام اعضا، تغییر مکان افقی گره A در کدام حالت بیشتر است؟



- (۱) حالت ب
- (۲) حالت الف
- (۳) بسته به طول دهانه می تواند حالت الف یا ب باشد.
- (۴) در هر دو حالت مسازی است.

آزاد ۸۳



۲۳- با فرض ثابت بودن EA برای تمام اعضا، تغییر مکان قائم نقطه A چقدر است؟

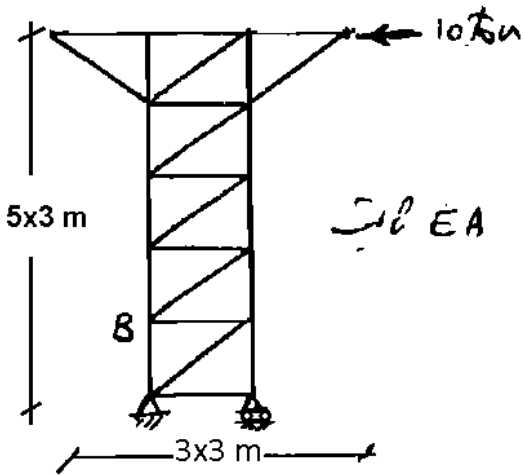
$$(\sqrt{2} + 1)Pl / EA \quad (1)$$

$$2(\sqrt{2} + 1)Pl / EA \quad (2)$$

$$(2\sqrt{2} + 1)Pl / EA \quad (3)$$

(۱) هیچکدام

سراسری ۸۱



۵۲- در خرابای شکل زیر جابجایی افقی نقطه B چقدر است؟

$$\frac{180}{EA} \quad (1)$$

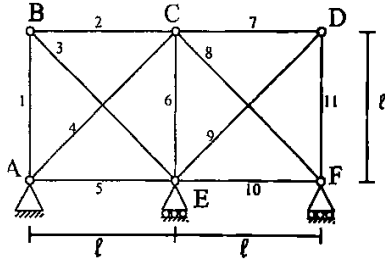
$$\frac{60\sqrt{2}}{EA} \quad (2)$$

$$\frac{204/8}{AE} \quad (3)$$

$$\frac{264/8}{EA} \quad (4)$$

سراسری ۹۲

۶۵- عضو شماره ۱ خرابی مطابق شکل تحت اثر بارگذاری خارجی، دارای نیروی محوری N_1 است. تغییر مکان افقی نقطه C چقدر است؟ (شماره اعضا روی شکل نمایش داده شده است.)
EA تمام اعضا یکسان است.



$$(1) \frac{(N_5 + N_7 - 2N_9 - N_{11})l}{EA}$$

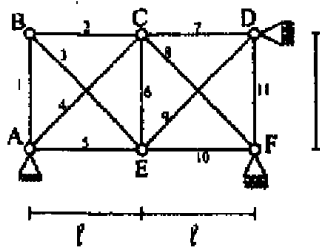
$$(2) \frac{(N_5 + N_7 + 2N_9 - N_{11})l}{EA}$$

$$(3) \frac{(N_5 - N_7 - 2N_9 + N_{11})l}{EA}$$

$$(4) \frac{(N_5 - N_7 + 2N_9 - N_{11})l}{EA}$$

دکتری ۹۲

۱۵- در خرابی روبه‌رو، تحت اثر بارگذاری خاصی، نیروهای داخلی N_1 تولید شده است. (شماره اعضا، روی شکل نشان داده شده است). تغییر مکان قائم E برابر کدام مقدار می‌باشد؟ EA برای همه اعضا ثابت است.



$$(1) \frac{l}{EA} (-N_7 - N_6 + \sqrt{2}N_4)$$

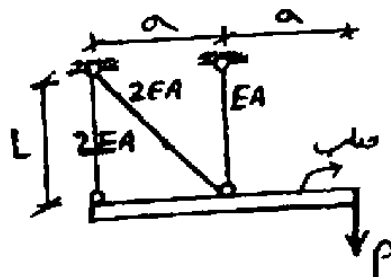
$$(2) \frac{l}{EA} (-N_7 + N_6 - 2N_4)$$

$$(3) \frac{l}{EA} (N_7 - N_6 - 2N_4)$$

$$(4) \frac{l}{EA} (N_7 - N_6 - 2\sqrt{2}N_4)$$

آزاد ۸۸

۶۸- تغییر مکان افقی مبدا صلب کدام است؟



$$(1) \frac{PL}{2EA}$$

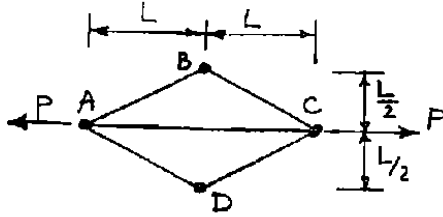
(۲) صفر

$$(1) \frac{2Pa}{EA}$$

$$(2) \frac{2PL^2}{EAa}$$

سراسری ۸۱

۳۲- میله‌های شکل، همه از یک جنس با مدول ارتجاعی E و با سطح مقطع A می‌باشند. زیر اثر بار P ، دو نقطه B و D چقدر به هم نزدیک می‌شوند؟



(۱) صفر

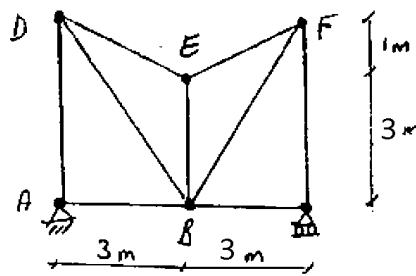
(۲) $\frac{PL}{AE}$ (۳) $\frac{2PL}{AE}$ (۴) $\frac{4PL}{AE}$

گزینه ۴

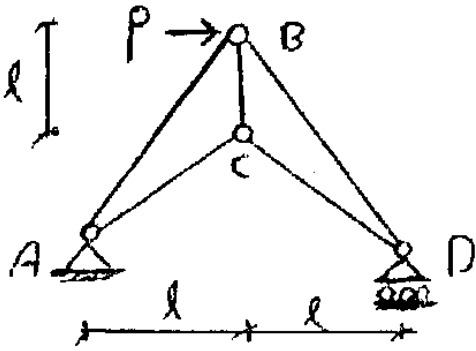
۹-۲-خطای ساخت

سراسری ۸۸

۷۸- در خرابی شکل مقابل، میله EB موقتاً سه سانتی‌متر کوتاه است. چنانچه با اعمال بار افقی Q تنی در نقطه F نیروی داخلی میله EB ، 2 تن فشاری باشد، تغییر مکان افقی نقطه F پس از مونتاژ و قبل از هرگونه بارگذاری بر حسب سانتی‌متر چقدر خواهد شد؟

(۱) $1/8$ (۲) $0/9$ (۳) $1/2$ (۴) $0/6$

۷۱- عضو BC در اثر بارگذاری P به اندازه δ_0 افزایش طول می دهد. چنانچه این عضو در اثر خطای ساخت $2\delta_0$ کوتاه ساخته شده باشد، پس از نصب و در غیاب هر گونه بارگذاری خارجی روی خرپا، تغییر مکان افقی گره B کدام است؟ (EA ثابت)



$\frac{4 EA}{P l} \delta_0^2$ (۲)

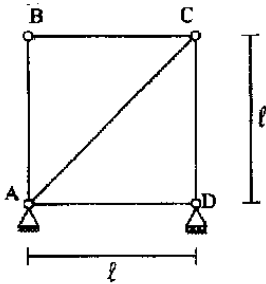
$\frac{2 EA}{P l} \delta_0^2$ (۱)

$\frac{5 EA}{P l} \delta_0^2$ (۴)

$\frac{3 EA}{P l} \delta_0^2$ (۳)

سراسری ۹۱

۶۳- اگر خطای اجرایی در ساخت خرپای شکل مقابل برابر ± 0.001 m باشد. حداکثر خطا در تغییر مکان افقی B چقدر است؟

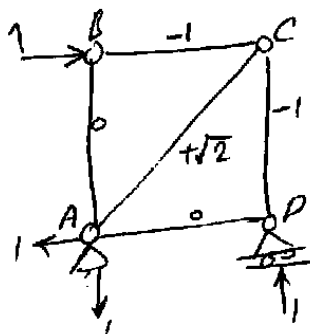


$\pm 0.001(2 + \sqrt{2})$ (۱)

$\pm 0.001(-1 + \sqrt{2})$ (۲)

$\pm 0.001(1 + \sqrt{2})$ (۳)

$\pm 0.001(2 - \sqrt{2})$ (۴)



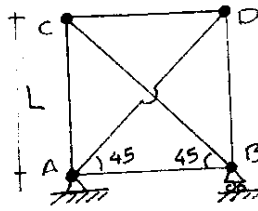
$$1 \times \Delta_B = \overbrace{(-1)(-0.001)}^{BC} + \overbrace{(-1)(-0.001)}^{CD} + \overbrace{+\sqrt{2}(+0.001)}^{AC}$$

$$\rightarrow \Delta_B = (2 + \sqrt{2}) \times 0.001 \rightarrow \text{گزینه ۱}$$

آزاد ۸۹

۸۰. اگر عضو AD از خرابای شکل زیر به اندازه $\frac{L}{20}$ کوتاهتر ساخته شده باشد، پس از نصب این عضو، نیروی عضو

AD چقدر خواهد بود. (AE ثابت)



$$0.293AE \quad (1)$$

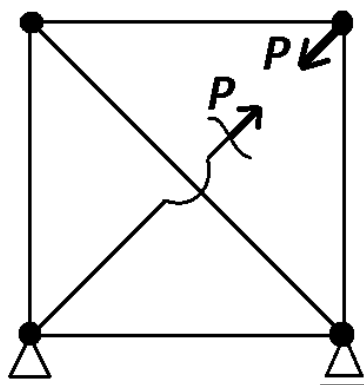
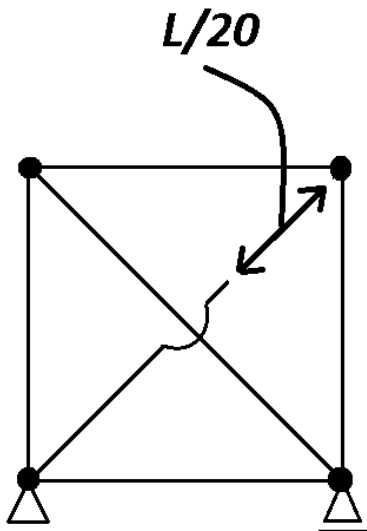
$$0.0146AE \quad (2)$$

$$0.055AE \quad (3)$$

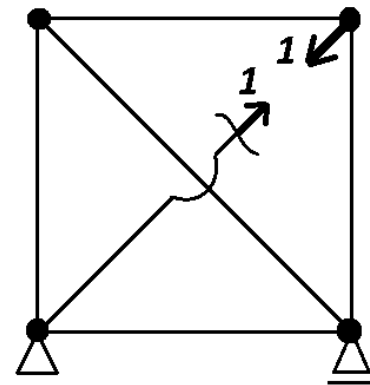
$$\frac{AE}{10} \quad (4)$$

دقت شود که برخلاف مسائل قبلی به جای تغییر مکان، نیرو خواسته شده است. بنابراین به روش نیروها، خطای ساخت در شکل نشان داده شده است. نیروی داخلی P در عضو AD باید چنان باشد که بتواند عضو را به نقطه D متصل کند. بنابراین تغییر مکان نسبی دو نقطه را محاسبه کرده و برابر $L/20$ قرار می دهیم (پاسخ در گزینه ها نیست):

$$\bar{1} \times \frac{L}{20} = 4 \left[-\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\left(-P \frac{\sqrt{2}}{2}\right) L}{EA} \right] + 2 \left[+1 \times \frac{P(L\sqrt{2})}{EA} \right] \rightarrow \frac{L}{20} = \frac{PL}{EA} (2 + 2\sqrt{2}) \rightarrow P = 0.01036AE$$



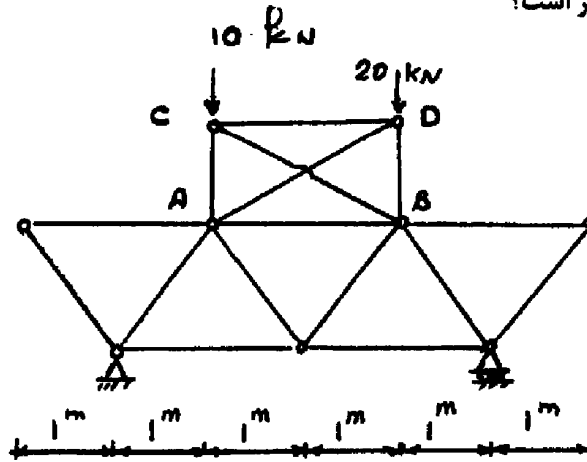
سازه اصلی



سازه مجازی

سراسری ۹۳

۵۶- فرض کنید در اثر بارهای وارده به خرپای داده شده، نیروی کششی در میله AB برابر 12 kN ایجاد شود. در صورتی که نیروهای خارجی را حذف کرده و تغییر طولی ناشی از خطای اجرایی به اندازه 1 cm در میله AB ایجاد گردد، تغییر مکان قائم گره C چند سانتی‌متر است؟



- ۱) ۱/۲
۲) ۰/۴
۳) ۰/۳
۴) ۲/۴

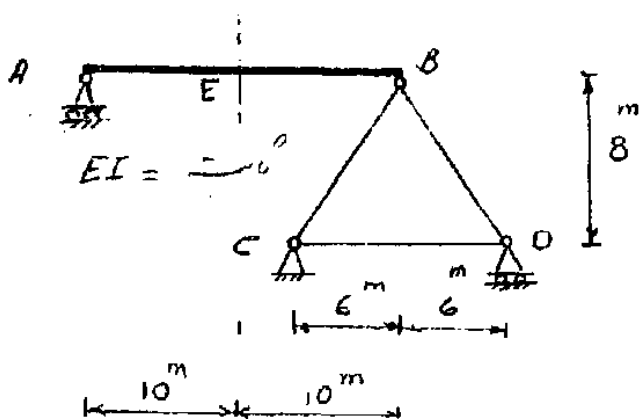
سوال با اطلاعات داده شده غیر قابل حل است و بسته به سختی محوری اعضا و زاویه قرار گیری آنها پاسخ‌های متفاوتی می‌توان بدست آورد.

علت: طراحی متوجه نبوده که خطای ساخت در این سازه منجر به ایجاد نیروهای داخلی در بقیه اعضا شده و بقیه اعضا نیز کار داخلی انجام می‌دهند و برای حل مسئله علاوه بر نیروی عضو AB باید نیروی بقیه اعضا نیز داده می‌شد.

حل با فرض اینکه در سازه اصلی نیروی میله‌ها در اثر خطای ساخت صفر باشد:

سراسری ۹۰

۶۱- طول میله CD را باید چند cm تغییر داد تا نقطه E به اندازه 75 cm به سمت بالا جابه‌جا شود؟

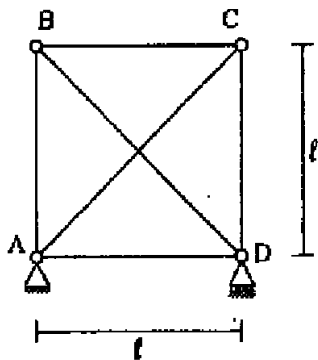


- ۱) ۱
۲) ۴
۳) ۲
۴) ۶

دکتری ۹۲

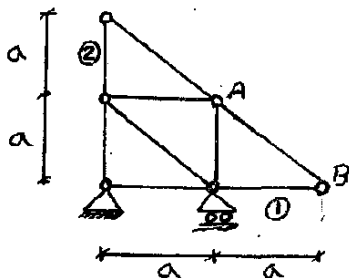
۱۴- در خرابی زیر، صلبیت اعضای قطری $EA\sqrt{2}$ و صلبیت سایر اعضا EA می‌باشد. به عبارت دیگر $\frac{EA}{\ell}$ تمام اعضا یکسان است. اگر درجه حرارت میله AC به اندازه 40°C گرم شود، نیروی میله BD چند تن است؟

$(EA = 10^4 t, \alpha = 10^{-5}/^\circ\text{C})$



- (۱) $\sqrt{2}$
- (۲) $2\sqrt{2}$
- (۳) $3\sqrt{2}$
- (۴) $4\sqrt{2}$

آزاد ۹۲

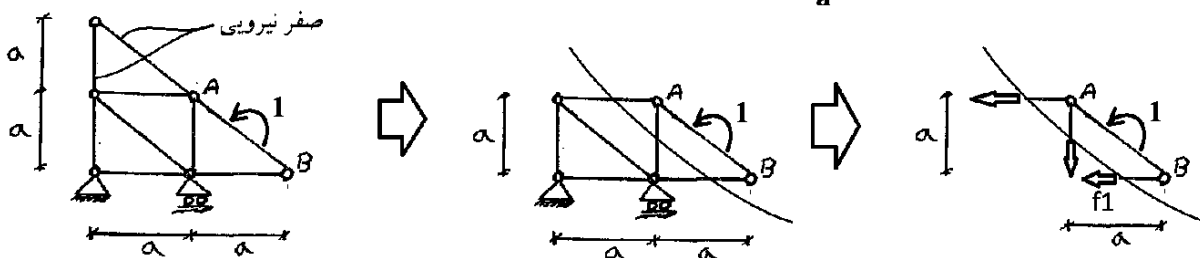


۶۸- اگر در خرابی نشان داده شده دمای میله‌های (۱) و (۲) را به اندازه ΔT کاهش دهیم دوران میله AB کدام است؟ (α ضریب انبساط حرارتی اعضاء می‌باشد)

- (۱) $\alpha \Delta T$
- (۲) $2\alpha \Delta T$
- (۳) $\frac{1}{2}\alpha \Delta T$
- (۴) $\frac{1}{4}\alpha \Delta T$

گزینه ۱ - لنگر مجازی (واحد) بر عضو AB وارد کرده و نیروی مجازی اعضای ۱ و ۲ را محاسبه می‌کنیم. نیروی عضو ۲ مطابق شکل برابر صفر خواهد بود. نیروی عضو ۱ با مقطع زدن و لنگرگیری حول نقطه A برابر است با $f_1 = 1/a$ و در نتیجه خواهیم داشت:

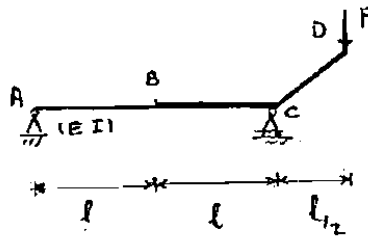
$$1 \times \theta_{AB} = f_1 \times (-\alpha \Delta T a) \rightarrow \theta_{AB} = -\frac{1}{a}(\alpha \Delta T a) = -\alpha \Delta T$$



۹-۳-تیر

سراسری ۸۵

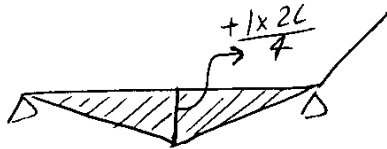
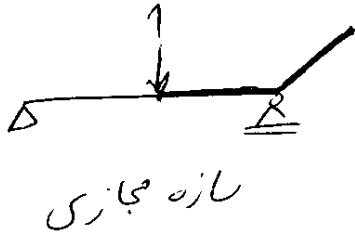
قطعه BCD صلب است. ($\Delta_{By} = ?$)



- (۱) $\frac{Pl^3}{24EI}$
- (۲) $\frac{Pl^3}{2EI}$
- (۳) $\frac{Pl^3}{12EI}$
- (۴) $\frac{Pl^3}{8EI}$

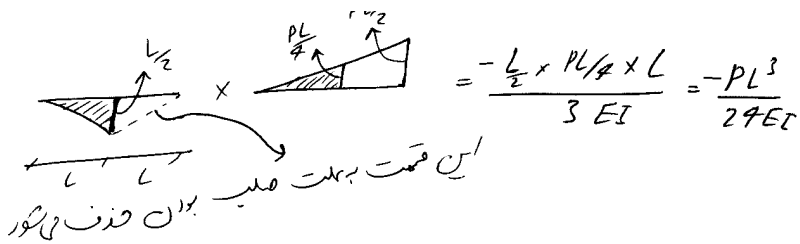
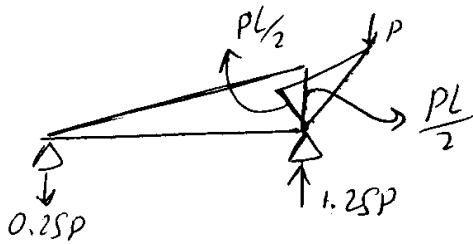
برای یافتن تغییر مکان نقطه ای خاص از تیرها:

۱- بار مجازی را در نقطه ای که تغییر مکان آنرا خواسته قرار می دهیم:



۲- دیاگرام لنگر سازه مجازی را می کشیم:

۳- دیاگرام لنگر سازه اصلی را می کشیم:



۴- دیاگرام ها را به هم ضرب می کنیم:

$$\begin{array}{|c|} \hline \text{ } \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline M \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \text{ } \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \bar{M} \\ \hline \end{array} \Rightarrow A \times \bar{M} = (ML)\bar{M}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \text{ } \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline M \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \text{ } \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \bar{M} \\ \hline \end{array} \Rightarrow A \times \bar{M} = \frac{(ML)\bar{M}}{2}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \text{ } \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline M \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \text{ } \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \bar{M} \\ \hline \end{array} \Rightarrow A \times \frac{\bar{M}}{2} = \frac{(ML)\bar{M}}{2}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \text{ } \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline M \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \text{ } \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \bar{M} \\ \hline \end{array} \Rightarrow A \times \frac{2\bar{M}}{3} = \frac{(ML)2\bar{M}}{2 \cdot 3} = \frac{\bar{M}ML}{3}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \text{ } \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline M \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \bar{M} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \text{ } \\ \hline \end{array} \Rightarrow A \times \frac{\bar{M}}{3} = \frac{(ML)\bar{M}}{2 \cdot 3} = \frac{\bar{M}ML}{6}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \text{درجه ۲} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline M \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \text{ } \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \bar{M} \\ \hline \end{array} \Rightarrow A \times \bar{M} = \frac{(ML)\bar{M}}{3} = \frac{\bar{M}ML}{3}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \text{درجه ۲} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline M \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \text{ } \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \bar{M} \\ \hline \end{array} \Rightarrow A \times \bar{M} = \frac{(ML)3\bar{M}}{3 \cdot 4} = \frac{\bar{M}ML}{4}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \text{درجه ۲} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline M \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \bar{M} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \text{ } \\ \hline \end{array} \Rightarrow A \times \bar{M} = \frac{(ML)\bar{M}}{3 \cdot 4} = \frac{\bar{M}ML}{12}$$

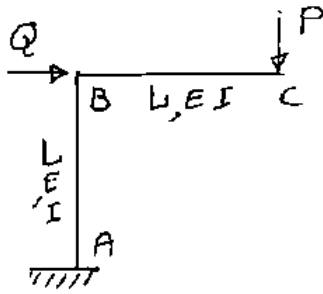
$$\begin{array}{|c|} \hline \text{درجه ۲} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline M \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \text{ } \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \bar{M} \\ \hline \end{array} \Rightarrow A \times \bar{M} = \frac{(2ML)\bar{M}}{3} = \frac{2\bar{M}ML}{3}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \text{درجه ۲} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline M \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \text{ } \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \bar{M} \\ \hline \end{array} \Rightarrow A \times \bar{M} = \frac{(2ML)5\bar{M}}{3 \cdot 8}$$

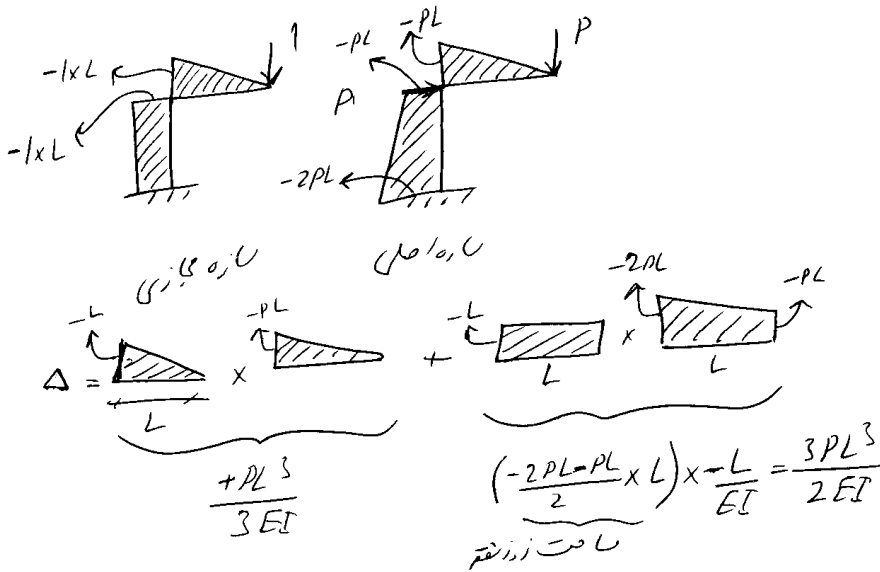
$$\begin{array}{|c|} \hline \text{درجه ۲} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline M \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \bar{M} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \text{ } \\ \hline \end{array} \Rightarrow A \times \bar{M} = \frac{(2ML)3\bar{M}}{3 \cdot 8}$$

سراسری ۸۲

۵۴- تغییر مکان قائم C برای حالتی که $P = Q$ باشد و EI ثابت باشد، چقدر است؟ $L_{BC} = L_{BA} = L$

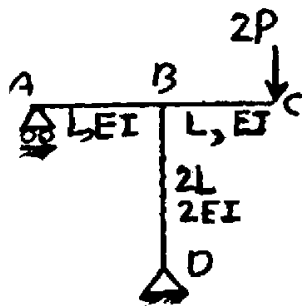


- (۱) $\frac{2PL^3}{3EI}$
- (۲) $\frac{6PL^3}{11EI}$
- (۳) $\frac{11}{6} \frac{PL^3}{EI}$
- (۴) $\frac{12}{5} \frac{PL^3}{EI}$



آزاد ۸۸

۷۳- دوران گره های B و D کدام است؟



$\theta_B = \theta_D = \frac{2PL^2}{3EI}$ (۱)

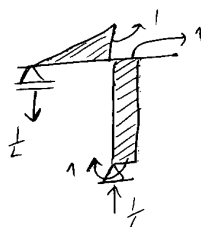
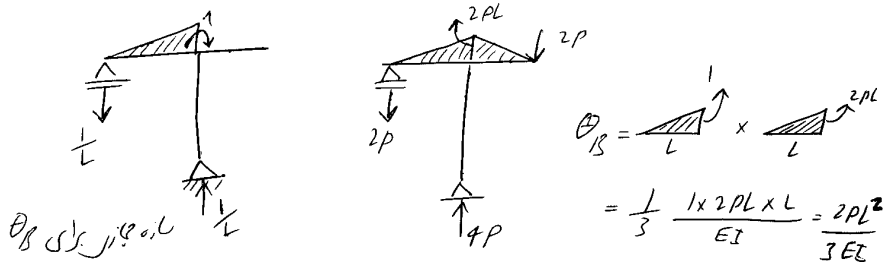
$\theta_B = \theta_D = \frac{PL^2}{3EI}$ (۲)

$\theta_B = \frac{PL^2}{3EI}$ (۳)

$\theta_B = \frac{2PL^2}{3EI}$ (۴)

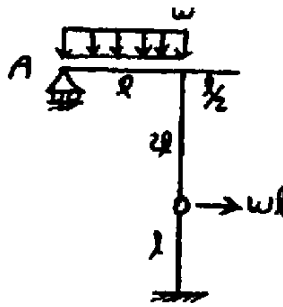
$\theta_D = \frac{2PL^2}{3EI}$ (۵)

$\theta_D = \frac{PL^2}{3EI}$ (۶)



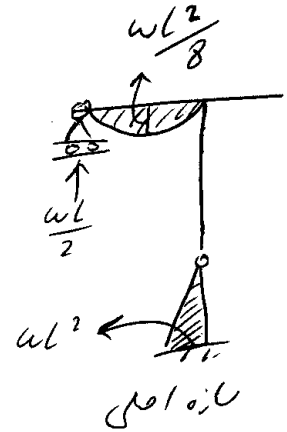
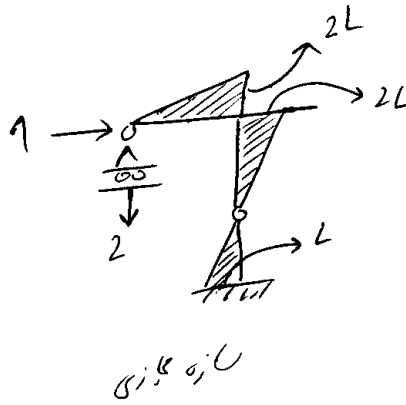
$\theta_D = \theta_B = \frac{2PL^2}{3EI}$

۷۹- تغییر مکان تکیه گاه A کدام است؟ (EI ثابت)



$$\frac{wl^4}{3EI} \quad (۲) \quad \frac{7wl^4}{24EI} \quad (۱)$$

$$\frac{wl^4}{4EI} \quad (۴) \quad \text{صفر} \quad (۳)$$



$$\Delta = \frac{(wl^2/8 \times 2L) \times (2L/2)}{EI} + \frac{L \times wl^2 \times L}{3EI} = \frac{-wl^4}{12EI} + \frac{wl^4}{3EI}$$

$$\Rightarrow \Delta = \frac{3wl^4}{12EI} = \frac{wl^4}{4EI}$$

سراسری ۸۶

۷۸- نسبت تغییر فاصله A و B در سازه (۱) به تغییر فاصله A و B در سازه (۲) چقدر است؟ (فقط اثرات خمش را در نظر بگیرید).

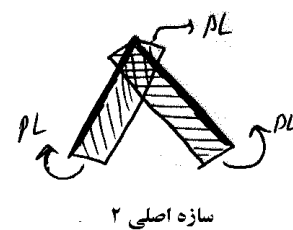
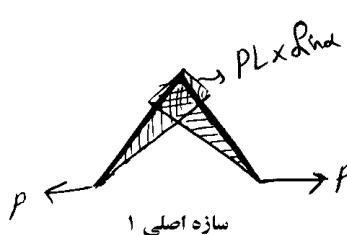
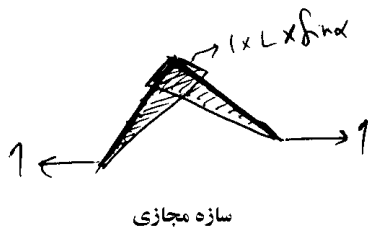
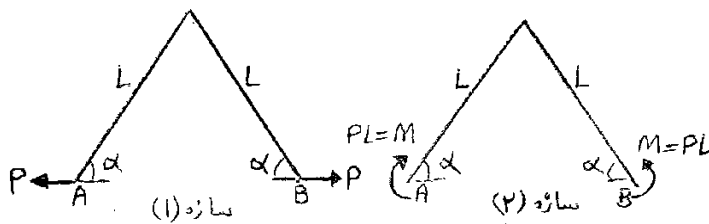
EI کلیه عضوهای دو سازه یکسانند.

$$\sin \alpha \quad (۱)$$

$$\frac{2}{3} \sin \alpha \quad (۲)$$

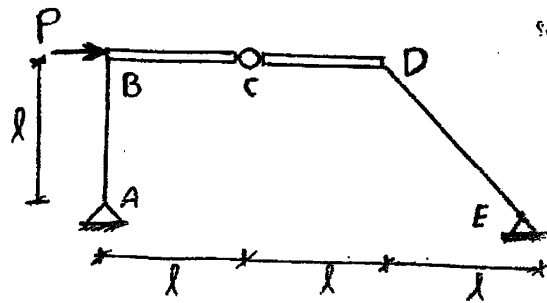
$$\frac{1}{3} \sin \alpha \quad (۳)$$

$$\frac{1}{2} \sin \alpha \quad (۴)$$



$$\Delta_{سازه ۱} = \left(\frac{L \times \sin \alpha \times PL \times \sin \alpha \times L}{3EI} \right) \times 2 \quad \Delta_{سازه ۲} = \left(\frac{1 \times L \sin \alpha \times PL \times L}{2EI} \right) \times 2 = \frac{PL^3 \sin \alpha}{EI}$$

آزاد ۸۹

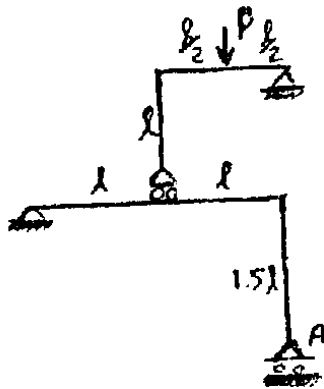


۶۹- اختلاف دوران در محل مفصل خمشی C ($\Delta\theta_C$) کدام است؟
 (اعضای BC و CD صلب و سایر اعضا دارای صلبیت خمشی EI می‌باشند).

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{3} \frac{Pl^2}{EI}$
- (۲) $\left(\frac{\sqrt{2}+1}{9}\right) \frac{Pl^2}{EI}$
- (۳) $\left(\frac{\sqrt{2}-1}{9}\right) \frac{Pl^2}{EI}$
- (۴) $\frac{Pl^2}{3EI}$

گزینه ۳

آزاد ۹۰

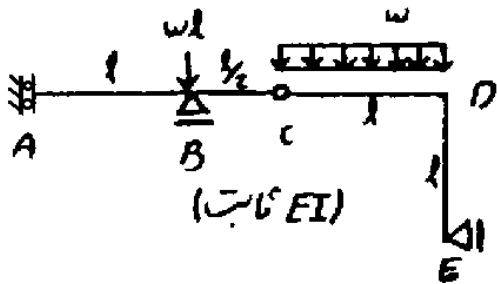


۷۳- تغییر مکان تکیه‌گاه غلتکی A کدام است؟ (EI ثابت)

- (۱) $\frac{4 Pl^3}{9 EI}$
- (۲) $\frac{Pl^3}{48 EI}$
- (۳) $\frac{Pl^3}{16 EI}$
- (۴) $\frac{3 Pl^3}{8 EI}$

آزاد ۸۸

۶۵- لنگر تکیه گاه A و دوران تکیه گاه E کدام است؟



$$\theta_E = \frac{\omega l^3}{24 EI}, M_A = \frac{5}{2} \omega l^2 \quad (2)$$

$$\theta_E = \frac{\omega l^3}{6 EI}, M_A = \frac{\omega l^2}{2} \quad (1)$$

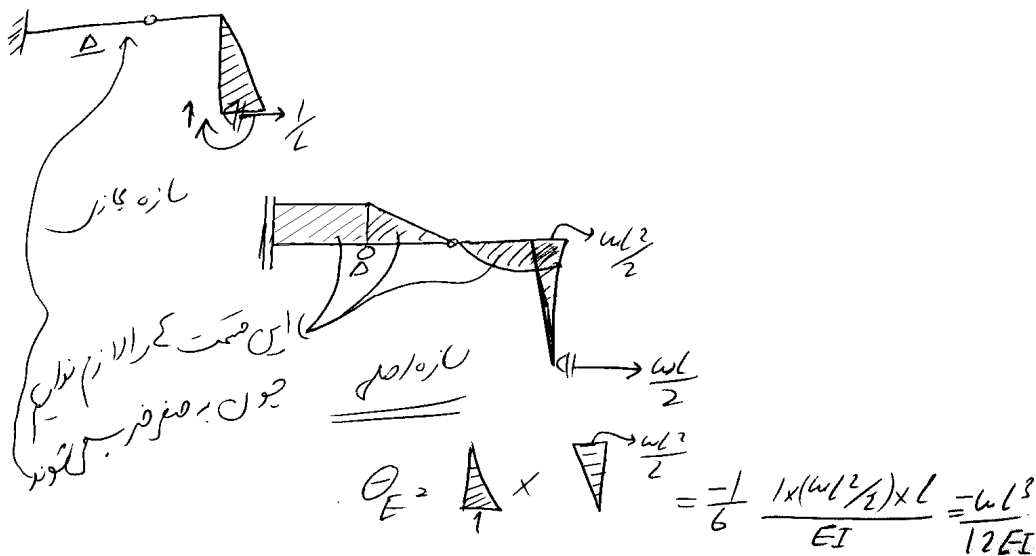
$$\theta_E = \frac{\omega l^3}{6 EI}, M_A = \frac{3}{2} \omega l^2 \quad (1)$$

$$\theta_E = \frac{\omega l^3}{12 EI}, M_A = \frac{\omega l^2}{2} \quad (2)$$

لنگر A را با استاتیک می توان بدست آورد (دقت شود که اگر سازه نامعین بود باید به روش نیروها M_A را بدست می آوریم. یعنی تکیه گاه را حذف و به جایش M_A قرار داده ...):

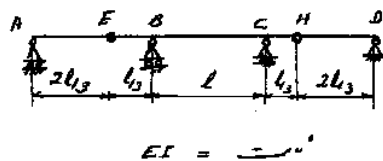
محاسبه M_A :

محاسبه دوران E:



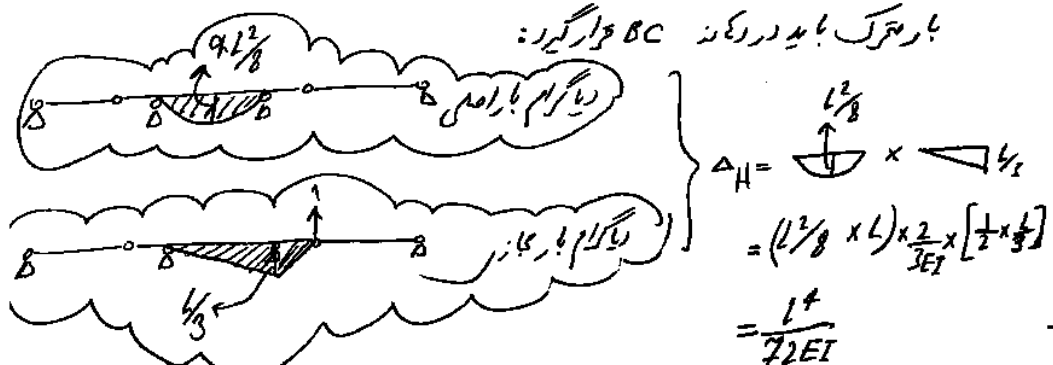
سراسری ۹۱

۵۶- یک بار متحرک به شدت $\frac{ton}{m}$ و به طول l از روی تیر ABCD عبور می کند. حداکثر مقدار جابجایی به سمت بالای H چقدر خواهد بود؟ (EI ثابت است.)



- (۱) $\frac{l^4}{24EI}$
- (۲) $\frac{l^4}{77EI}$
- (۳) $\frac{l^4}{36EI}$
- (۴) $\frac{5l^4}{284EI}$

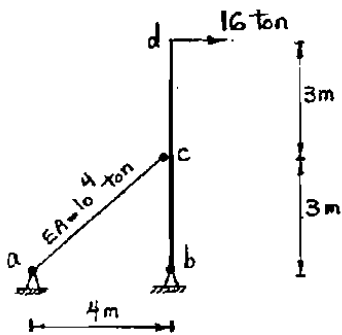
بار متحرک باید در مرکز BC قرار گیرد:



کار مجازی در سازه های ترکیبی:

سراسری ۸۳

۶۳. در سازه شکل مقابل ستون پیوسته bcd با صلبیت خمشی $۱۴۴ \text{ } \text{t.m}^2$ و سطح مقطع زیاد توسط میله ac با صلبیت محوری $۱۰^۲ \text{ ton}$ مهار شده است. تغییر مکان گره C بر حسب mm کدام است؟



۱۳ (۱)

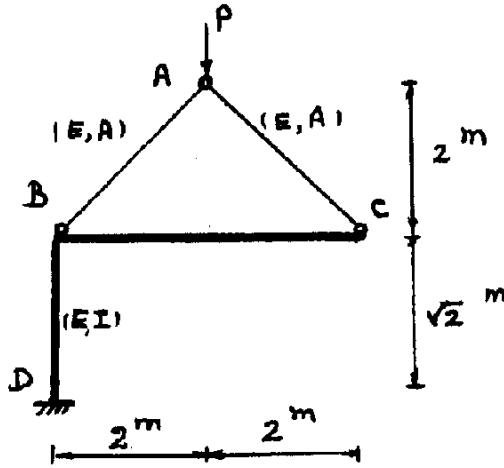
۲۵ (۲)

۴۴ (۳)

۵۶ (۴)

سراسری ۹۳

۵۷- تغییر مکان قائم Δ_A کدام است؟ قطعه BC صلب می‌باشد. از اثر نیروی محوری در قطعه BD صرف‌نظر کنید.



$$\frac{2\sqrt{2}P}{AE} + \frac{4\sqrt{2}P}{EI} \quad (1)$$

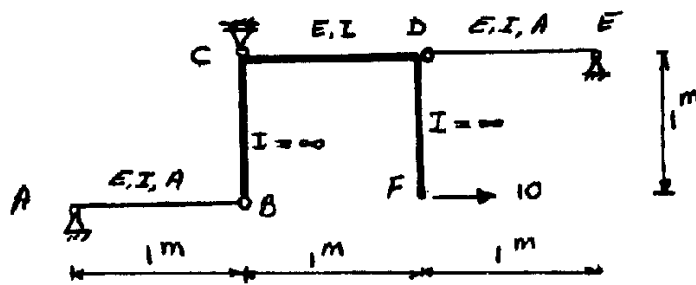
$$\frac{\sqrt{2}P}{AE} + \frac{4\sqrt{2}P}{EI} \quad (2)$$

$$\frac{2\sqrt{2}P}{AE} + \frac{2\sqrt{2}P}{EI} \quad (3)$$

$$\frac{4\sqrt{2}P}{AE} + \frac{4\sqrt{2}P}{EI} \quad (4)$$

سراسری ۹۳

۶۴- تغییر مکان قائم F کدام است؟ از اثر نیروی محوری در قطعه CD صرف‌نظر کنید.



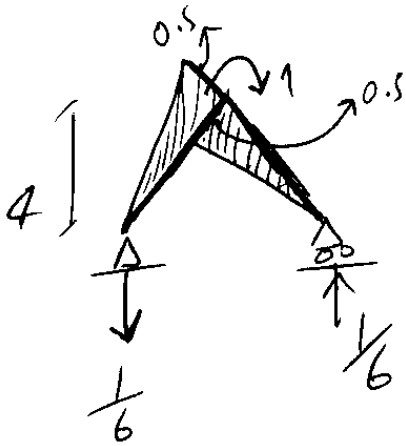
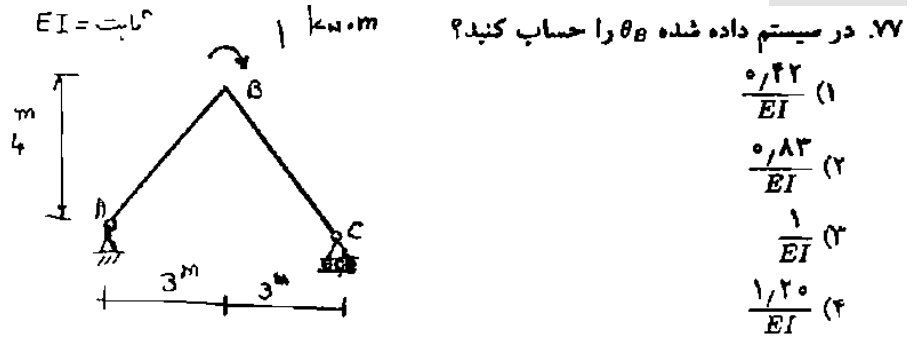
$$\frac{5}{6EI} - \frac{10}{AE} \quad (2)$$

$$\frac{5}{6EI} + \frac{10}{AE} \quad (4)$$

$$\frac{5}{EI} + \frac{10}{AE} \quad (1)$$

$$\frac{5}{EI} - \frac{10}{AE} \quad (3)$$

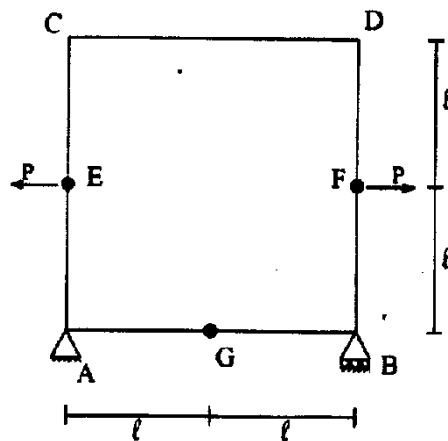
سراسری ۸۳



$$\theta = \left[\frac{0.5 \times 0.5 \times 5}{3EI} \right] \times 2 = \frac{0.83}{EI}$$

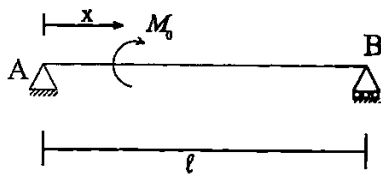
سراسری ۹۳

۶۲- در سازه شکل زیر، تغییر زاویه بین مماسهای چپ و راست مفصل G چقدر است؟
 صلبیت خمشی اعضا را EI و از تغییر شکل‌های غیر خمشی صرف‌نظر کنید.



- $\frac{4Pl^2}{3EI}$ (۱)
 $\frac{2Pl^2}{3EI}$ (۲)
 $\frac{Pl^2}{3EI}$ (۳)
 $\frac{8Pl^2}{3EI}$ (۴)

۶۳- لنگر متمرکز M_0 در نقطه‌ای به فاصله x از تکیه‌گاه A تیر AB قرار گرفته است. EI تیر ثابت است. x چقدر باشد، تا θ_A برابر صفر شود.



$$(1) \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)l$$

$$(2) \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)l$$

$$(3) \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)l$$

$$(4) \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)l$$

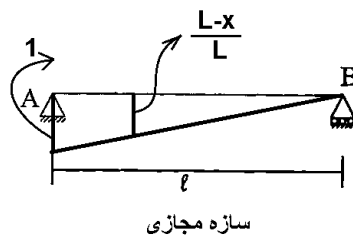
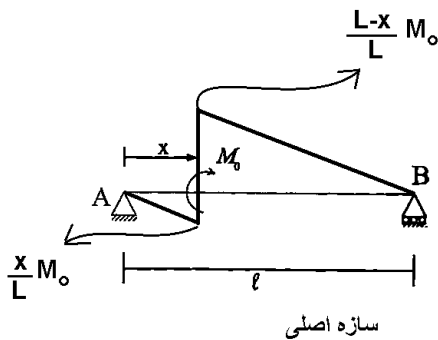
گزینه ۲.

با استفاده از کار مجازی دوران را محاسبه و برابر صفر قرار می‌دهیم:

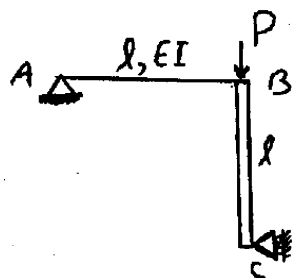
$$\theta = \frac{1}{2EI} \left(\frac{xM_0}{L}\right) \left(\frac{L-x}{L}\right) (x) + \frac{1}{6EI} \left(\frac{xM_0}{L}\right) \left(\frac{x}{L}\right) (x) - \frac{1}{3EI} \left(\frac{(L-x)M_0}{L}\right) \left(\frac{L-x}{L}\right) (L-x) = 0$$

$$3(x)(L-x)(x) + (x)(x)(x) - 2(L-x)(L-x)(L-x) = 0$$

$$-3x^2L + 6xL^2 - 2L^3 = 0 \rightarrow x = \frac{-6L^2 \pm \sqrt{12L^4}}{-6L} = L \pm \frac{\sqrt{3}}{3}L$$



آزاد ۹۱



۷۰- تغییر مکان تکیه‌گاه C کدام است؟ (میله BC صلب می‌باشد) *

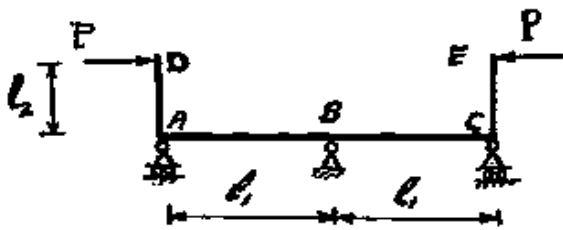
$$\frac{P\ell^3}{12EI} \quad (2)$$

$$\frac{P\ell^3}{3EI} \quad (1)$$

$$\frac{P\ell^3}{48EI} \quad (4)$$

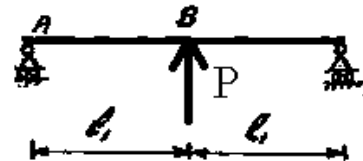
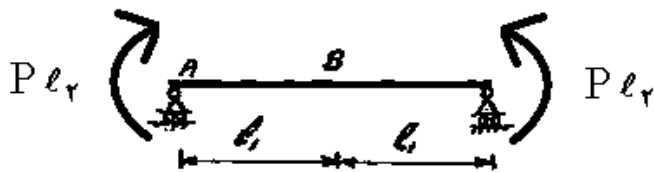
$$\frac{P\ell^3}{24EI} \quad (3)$$

۵۸- در سازه داده شده چنانچه عکس العمل قائم B برابر P باشد نسبت $\frac{\ell_1}{\ell_2}$ چقدر است؟ (ثابت EI)

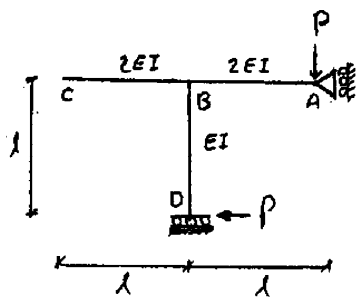


- (۱) $\frac{1}{3}$
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) ۲
- (۴) ۳

تغییر مکان نقطه B را تحت اثر بارهای زیر بدست آورده و برابر صفر قرار می دهیم:



۷۶- دوران گره B کدام است؟



$\frac{P\ell^2}{2EI}$ (۲)

$\frac{P\ell^2}{3EI}$ (۱)

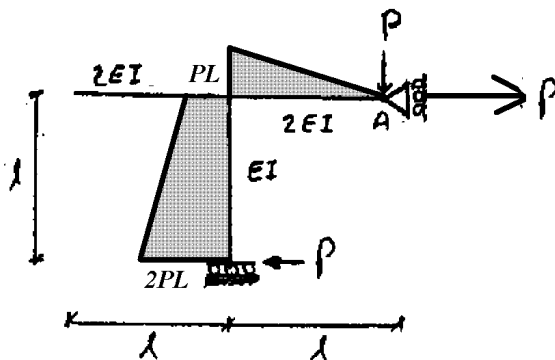
$\frac{3P\ell^2}{2EI}$ (۴)

$\frac{5P\ell^2}{6EI}$ (۳)

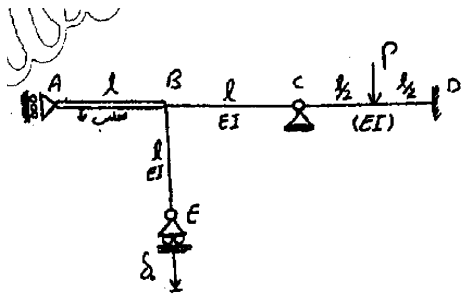
گزینه ۴

با توجه به اینکه تکیه گاه D گیردار است، دوران نقطه B برابر مساحت زیر نمودار M/EI در ستون DB می باشد.

بنابراین باید نمودار لنگر در این ستون را بدست آوریم. با توجه به



آزاد ۹۱



۸۰- دوران گره B کدام است؟ (تکیه‌گاه E به اندازه δ_0 نشست کرده است)

(۱) $\frac{1}{2} \frac{\delta_0}{l}$

(۲) $\frac{1}{3} \frac{\delta_0}{l}$

(۳) $\frac{\delta_0}{l}$

(۴) $2 \frac{\delta_0}{l}$

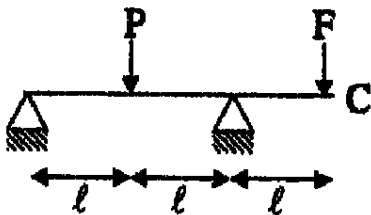
گزینه ۳

از روش کار مجازی استفاده می‌کنیم. اگر یک لنگر واحد در نقطه B قرار دهیم، عکس العمل تکیه‌گاه E در اثر این لنگر واحد برابر $\frac{1}{L}$ خواهد بود و بنابراین:

$$1 \times \theta_B + R_E \times (\delta_0) = 0 \rightarrow \theta_B = \frac{\delta_0}{L}$$

تمرین: آزاد ۹۳

۶۶- در تیر شکل مقابل نسبت $\frac{F}{P}$ چقدر باشد تا تغییر مکان C برابر صفر گردد؟



(۱) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{1}{16}$

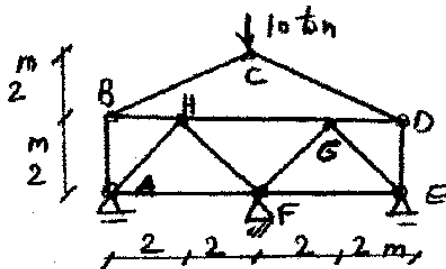
(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{1}{8}$

۹-۴-حرارت

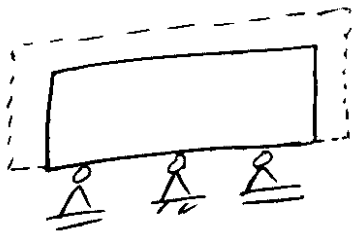
سراسری ۸۹

در خرابای شکل داده شده، چنانچه دمای تمامی اعضا 20°C بالا رفته باشد با فرض $EA = 200 \times 10^6$ برای تمام اعضا $\alpha = 1 \times 10^{-5} \text{ cm/cm}^{\circ}\text{C}$ نیروی داخلی عضو DE چقدر خواهد بود؟



- (۱) 5°
 (۲) 10°
 (۳) 20°
 (۴) 15°

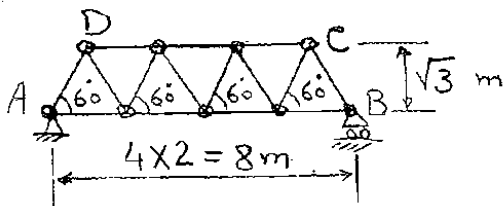
نکته: اگر مشخصات حرارتی اعضا (α) یکسان باشد و دمای تمامی اعضا یکسا افزایش یابد هیچ نیرویی در اعضا ایجاد نمی شود به شرطی که تکیه گاهها مانع نباشند.



در این سازه حرارت نکته انحرافی است و تاثیری ندارد.
 با استفاده از روش مفاصل نیرو در عضو DE بدست می آید.

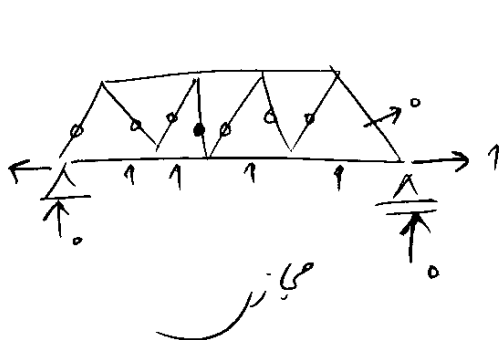
سراسری ۸۶

۴۲- جابجایی نقطه B در اثر 20°C تغییر درجه حرارت چقدر است؟ $E = 2 \times 10^5 \text{ MPa}$, $\alpha = 11 \times 10^{-6} / ^{\circ}\text{C}$



- (۱) ۱/۷۶ میلیمتر
 (۲) ۲/۴۲ میلیمتر
 (۳) ۳/۵۸ میلیمتر
 (۴) ۳/۵۲ میلیمتر

در این سازه نیز حرارت ایجاد نیرو نمی کند ولی مسئله تغییر شکل خواسته نه عکس العمل!



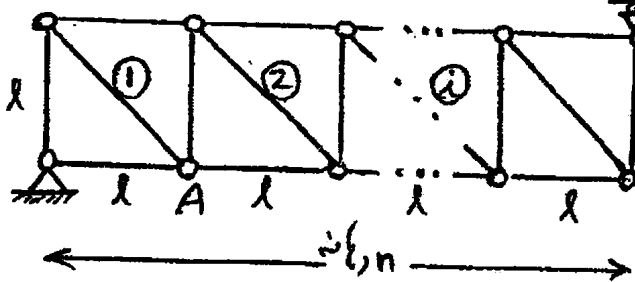
$$\Delta = 4 \left[1 \times (\alpha \Delta T \times 2) \right] = 8 \alpha \Delta T$$

$$= 8 \times 11 \times 10^{-6} \times 20 = 1.76 \times 10^{-3} \text{ m} = 1.76 \text{ mm}$$

مجانز

آزاد ۸۹

۶۸- اگر در خرابای n دهانه نشان داده شده دمای اعضای قطری دوم، دوازدهم و بیست و دوم را به اندازه ΔT کاهش دهیم تغییر مکان قائم گره A کدام است؟



$$3 \alpha \left(\frac{l}{n}\right) \Delta T l \quad (۲) \qquad \sqrt{2} n \alpha \Delta T l \quad (۱)$$

$$\frac{6}{n} \alpha \Delta T l \quad (۳) \qquad 3\sqrt{2} \alpha \Delta T l \quad (۴)$$

یک بار واحد مطابق شکل بر نقطه A اعمال می کنیم.

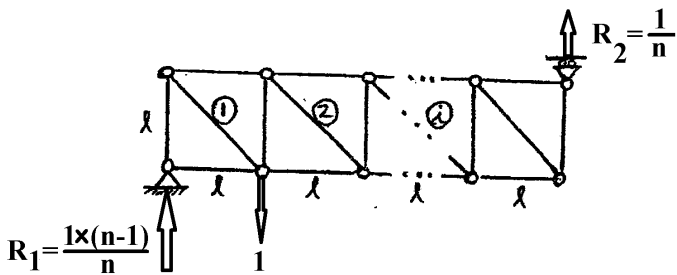
برش کل در خرابا در دهانه اول سازه مجازی برابر

می باشد. و برش در باقی دهانه ها برابر $\frac{1}{n}$ خواهد بود.

با استفاده از روش مقطع می توان گفت که نیروی محوری

در اعضا قطری ذکر شده برابر $\frac{-\sqrt{2}}{n}$ می باشد. بنابراین

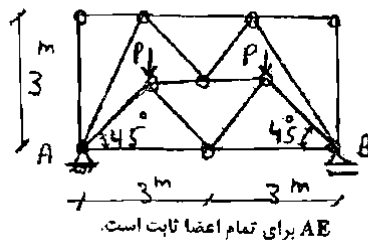
تغییر مکان ناشی از افزایش حرارت در این اعضا برابر است با:



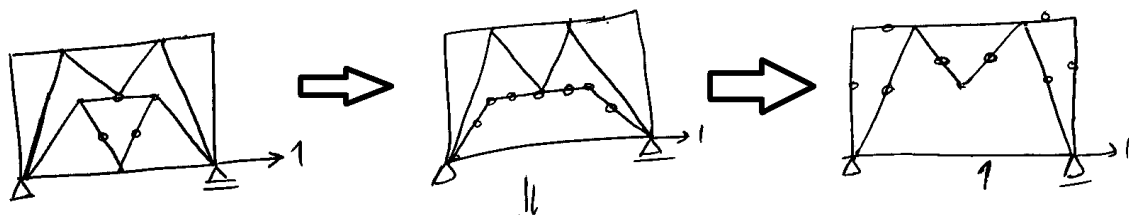
$$\Delta = \sum \bar{P}_i \alpha \Delta T L = 3 \left(\left(\frac{-\sqrt{2}}{n} \right) \left(-\alpha \Delta T (\sqrt{2} L) \right) \right) = \frac{6}{n} \alpha \Delta T L$$

سراسری ۸۴

جایجایی افقی تکیه گاه B در اثر افزایش دمای اعضا به مقدار $30^\circ C$ و نیروهای وارده چقدر است؟ (ضریب انبساط حرارتی α است.)

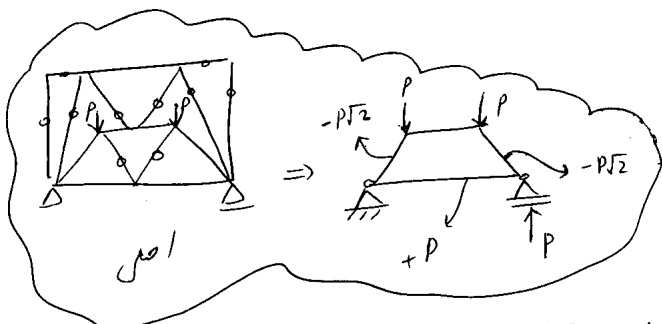


- $\frac{6P}{AE} \quad (۱)$
- $180\alpha - \frac{6P}{AE} \quad (۲)$
- $180\alpha + \frac{3P}{AE} \quad (۳)$
- $\frac{6P}{AE} + 180\alpha \quad (۴)$



سازه مجازی

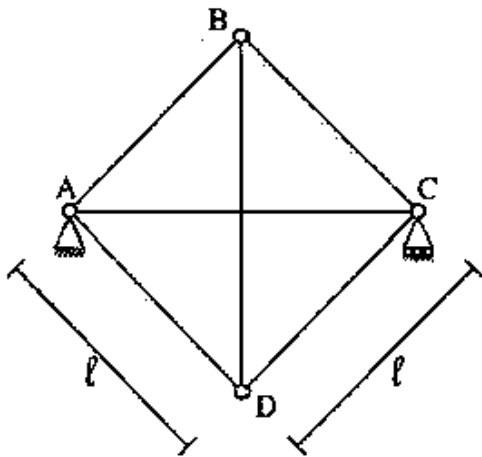
بنابراین در سازه مجازی نیرو در تمامی اعضا صفر است به جز یال پایینی.



$$\Delta = 1 \times \left(\frac{P \times 6}{EA} + \alpha \Delta T \times 6 \right) = \frac{6P}{EA} + 180\alpha$$

سراسری ۹۴

۵۷- در خرابی مربع شکل زیر درجه حرارت عضو BD به اندازه $\sqrt{2}(\Delta T)$ و عضو AD به اندازه $2\sqrt{2}(\Delta T)$ تغییر کند، نیروی داخلی عضو BD کدام است؟ صلبیت محوری اعضا EA و ضریب انبساط حرارتی را α فرض کنید.



$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right)\alpha(\Delta T)EA \quad (1)$$

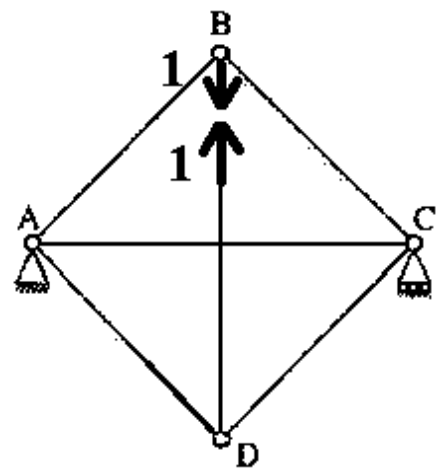
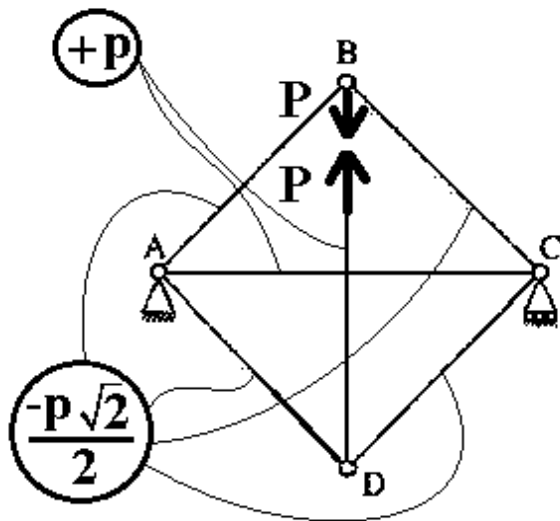
$$(1 - \sqrt{2})\alpha(\Delta T)EA \quad (2)$$

$$(\sqrt{2} - 2)\alpha(\Delta T)EA \quad (3)$$

$$2(1 - \sqrt{2})\alpha(\Delta T)EA \quad (4)$$

$$\bar{1} \times 0 = \bar{1} \left(\frac{P\sqrt{2}L}{EA} + 2\alpha TL \right) + \bar{1} \left(\frac{P \times \sqrt{2}L}{EA} \right) - 3 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{-P\sqrt{2}}{2} \times L \right) - \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{-P\sqrt{2}}{2} \times L - 2\sqrt{2}\alpha TL \right)$$

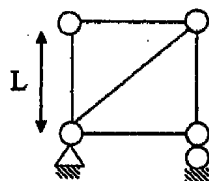
$$0 = (2\sqrt{2} + 2) \frac{PL}{EA} + (4)\alpha TL \rightarrow P = \frac{2\alpha TEA}{(\sqrt{2} + 1)} = 2(\sqrt{2} - 1)\alpha TEA$$



تمرین آزاد ۹۳

۷۱- در خرابی مقابل که سطح مقطع همه میله‌ها مساوی و برابر A است فقط چهار ضلع را به اندازه ΔT حرارت

می‌دهیم، تنش حاصله در میله قطری چقدر است؟



$$\frac{\sqrt{2}}{3} E \times \Delta T \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{3} \times \Delta T \quad (2)$$

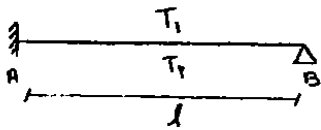
$$EA \times \Delta T \quad (3)$$

حسن

اثر حرارت در تیرها:

آزاد ۸۴

۳۲- لنگر گیرداری ناشی از اختلاف درجه حرارت T_2 و T_1 در تیر زیر کدام است؟



- ارتفاع مقطع h با سختی EI
- طول تیر l
- ضریب انبساط حرارتی α

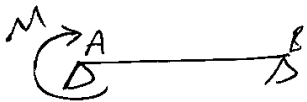
$$M_A = \frac{3\alpha EI(T_2 - T_1)}{2h} \quad (2)$$

$$M_A = \frac{EI\alpha(T_2 - T_1)}{2l} \quad (1)$$

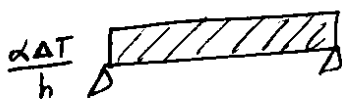
$$M_A = \frac{2\alpha EI(T_2 - T_1)}{3h} \quad (3)$$

$$M_A = \frac{\alpha EI(T_2 - T_1)}{h} \quad (3)$$

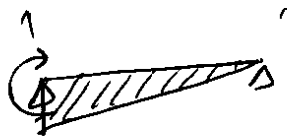
سازه نامعین است. بنابراین از روش نیروها استفاده می کنیم. تکیه گاه A را تبدیل به تکیه گاه مفصلی کرده و به جایش مقدار M_A را قرار می دهیم و θ_A را برابر صفر قرار می دهیم:



برای محاسبه θ_A از روش کار مجازی استفاده می کنیم:

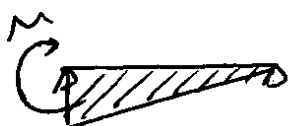


تکیه گاه اصل

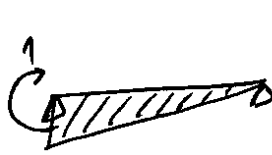


کار مجازی
لنگر ناشی از حرارت

$$\theta_{A1} = \frac{1}{2} \frac{\alpha \Delta T}{h} \times L$$



اصل



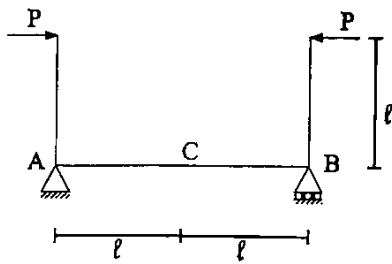
کار مجازی

$$\theta_{A2} = \frac{1}{3EI} M L$$

$$\theta_{A1} + \theta_{A2} = 0 \rightarrow M = \frac{3EI\alpha\Delta T}{2h}$$

سراسری ۹۲

۶۴- سازه زیر مفروض است. اگر EI در سازه ثابت، α ضریب انبساط حرارتی و h ارتفاع مقطع تیر AB باشد. تار پایین تیر AB را به چه اندازه سرد کنیم، تا تغییر مکان نقطه C (وسط دهانه)، صفر شود؟ درجه حرارت تار بالا تغییر نمی‌کند. همچنین تغییر درجه حرارت بین تار بالا و پایین به صورت خطی است.



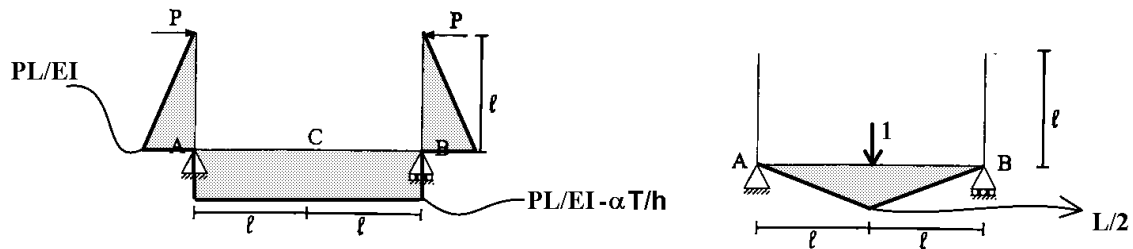
$$\frac{Plh}{\alpha EI} \quad (1)$$

$$\frac{2Plh}{\alpha EI} \quad (2)$$

$$\frac{Plh}{2\alpha EI} \quad (3)$$

$$\frac{Plh}{4\alpha EI} \quad (4)$$

گزینه ۱.



با توجه به دیاگرام لنگر سازه های اصلی و مجازی، برای اینکه تغییر مکان نقطه C صفر شود، باید مقدار $\frac{PL}{EI} - \frac{\alpha T}{h}$

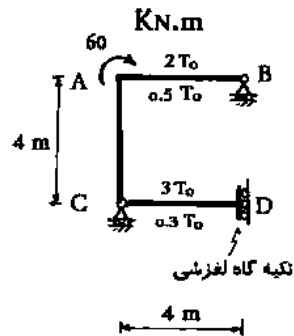
$$T = \frac{PLh}{\alpha EI}$$

صفر شود و بنابراین:

سراسری ۹۴

۵۹- تغییر دمای تارهای فوقانی و تحتانی تیرهای AB و CD روی شکل نشان داده شده‌اند. کدام Δ_{BX} است؟

ارتفاع تیرها = h ، ضریب انبساط حرارتی = α ، ثابت (EI)



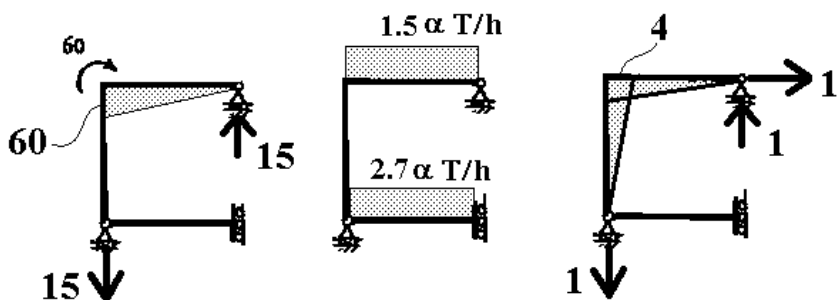
$$\frac{180 - 24\alpha T_0}{EI} - \frac{h}{h} \quad (1)$$

$$\frac{320}{EI} - \frac{12\alpha T_0}{h} \quad (2)$$

$$\frac{180 - 12\alpha T_0}{EI} - \frac{h}{h} \quad (3)$$

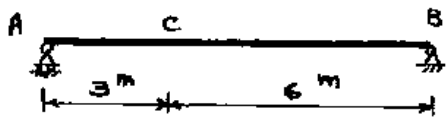
$$\frac{320}{EI} - \frac{24\alpha T_0}{h} \quad (4)$$

$$\bar{1} \times \Delta_{BX} = -\frac{4 \times 4 \times \frac{1.5\alpha T}{h}}{2} + \frac{4 \times 4 \times 60}{3EI} = -\frac{12\alpha T}{h} + \frac{320}{EI}$$



سراسری ۹۴

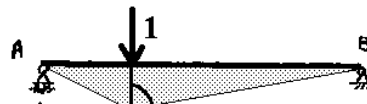
۶۱- در صورتی که طول تار فوقانی تیر AB به اندازه ۲۰٪ کاهش و طول تار تحتانی به اندازه ۲۰٪ افزایش پیدا کند، تغییر مکان قائم نقطه C کدام است؟ ارتفاع مقطع تیر h می باشد.



- (۱) $\frac{2/6}{h}$
 (۲) $\frac{2/4}{h}$
 (۳) $\frac{1/8}{h}$
 (۴) $\frac{1/2}{h}$



سازه اصلی

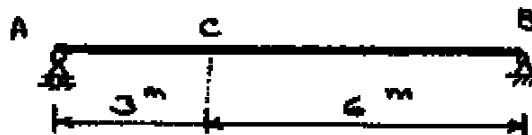


سازه مجازی

$$\frac{2 \times 9 \times \frac{0.4}{h}}{2} = \frac{3.6}{h}$$

دکتری ۹۳

۱۸- در صورتی که طول تار فوقانی تیر AB به اندازه ۲۰٪ درصد کاهش و طول تار تحتانی به اندازه ۲۰٪ افزایش پیدا کند، تغییر مکان قائم نقطه C را حساب کنید، ارتفاع مقطع تیر h می باشد.

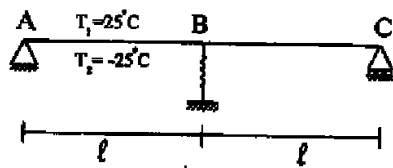


- (۱) $\frac{1/8}{h}$
 (۲) $\frac{1/2}{h}$
 (۳) $\frac{2/4}{h}$
 (۴) $\frac{2/6}{h}$

دکتری ۹۱

۱۶- درجه حرارت تار پائین و بالای قسمت AB از تیر ABC به ترتیب 25°C و -25°C تغییر می‌کند. (در ارتفاع تیر h، تغییر درجه حرارت خطی فرض می‌شود). نیروی فنر B که دارای سختی K_B است، کدام است؟ (EI در سراسر تیر ثابت و

$K_B = \frac{2EI}{l^2}$ است.)



(۱) $25 \frac{\alpha EI}{h l}$

(۲) $50 \frac{\alpha EI}{h l}$

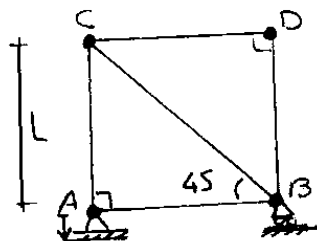
(۳) $75 \frac{\alpha EI}{h l}$

(۴) $100 \frac{\alpha EI}{h l}$

۹-۵- نشست تکیه گاهی

آزاد ۸۹

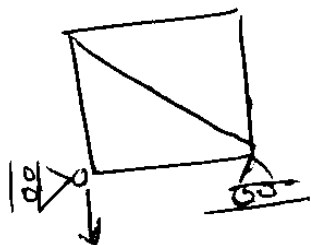
۷۹- اگر تکیه گاه A از خرابی زیر به اندازه $\frac{L}{20}$ نشست کند، نیروی عضو AC کدام خواهد بود. (AE ثابت)



(۱) $-\frac{AE}{20}$ (۳ صفر)
 (۲) $+\frac{AE}{20}$ (۴) $+\frac{AE}{10}$

گزینه ۳

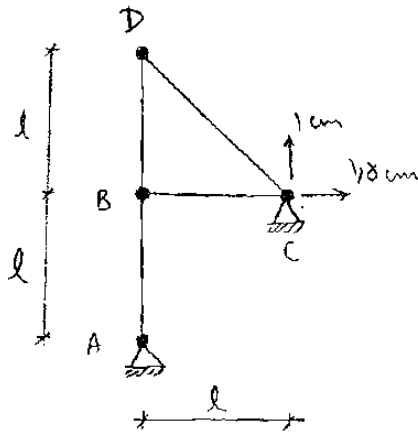
اگر با حذف مولفه نشست کرده تکیه گاه، سازه ناپایدار شود، هیچ نیرویی در اعضا ایجاد نمی‌شود:



درجهت نشست ناپایدار است

سراسری ۸۷

۶۴- در خرابی شکل مقابل چنانچه تکیه‌گاه C به میزان ۱٫۵ cm به سمت راست و ۱ cm به سمت بالا نشست کند، تغییر مکان افقی نقطه D را محاسبه نمایید. صلبیت محوری همه اعضاء EA است.



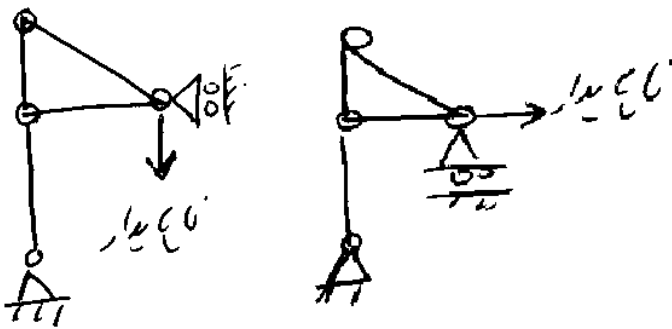
(۱) ۰٫۵ سانتی‌متر

(۲) ۱ سانتی‌متر

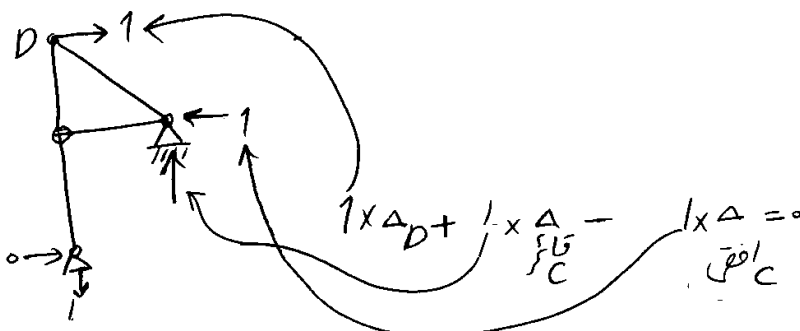
(۳) ۱٫۵ سانتی‌متر

(۴) ۲٫۵ سانتی‌متر

ابتدا بررسی می‌کنیم که آیا در اعضا خرابی نیرو ایجاد خواهد شد یا نه؟ مولفه‌های تکیه‌گاهی را که در آنها نشست داریم حذف می‌کنیم و پایداری سازه را بررسی می‌کنیم. اگر با حذف مولفه تکیه‌گاهی، سازه ناپایدار شد، به این معنی است که نشست هیچ نیرویی در اعضای خرابی ایجاد نمی‌کند:



دقت شود که عدم ایجاد نیرو به معنی عدم تغییر شکل سازه نیست و نمی‌توان نتیجه گرفت که تغییرشکلهای سازه در اثر نشست صفر هستند. برای محاسبه تغییر شکل در نقطه مورد نظر (نقطه D) باید یک بار واحد قرار دهیم و عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی ناشی از آن بار واحد را بیابیم:

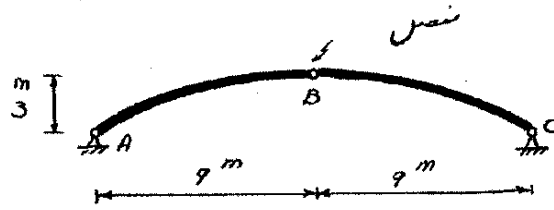


$$\rightarrow \Delta_D = -1 \times 1 + 1 \times (1.5) = +0.5 \text{ cm}$$

بنابراین نقطه D به اندازه 0.5 cm در جهت بار واحد حرکت می‌کند. (0.5 cm به سمت راست می‌رود)

سراسری ۸۹

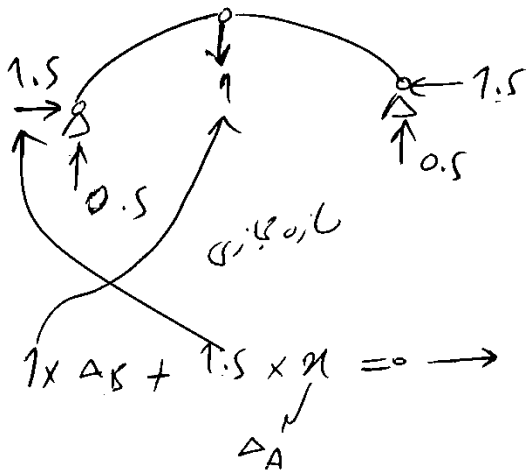
۵۹- پیش بینی می شود در اثر بارهای وارده نقطه B به اندازه ۳cm چا به جایی قائم به طرف پایین داشته باشد. به منظور جلوگیری از این چا به جایی تکیه گاه A چند سانتی متر (cm) به سمت تکیه گاه C باید کشیده شود؟



$\frac{1}{2} (1) \quad \frac{1}{3} (2) \quad 1 (3) \quad 2 (4)$

سوال: تکیه گاه A به اندازه xcm به سمت راست نشست دارد. مقدار x چقدر باشد تا نقطه B در اثر این نشست 3cm بالا رود (برگردد سر جایش)؟ (با حذف مولفه افقی A سازه ناپایدار شده و بنابراین در اعضا نیرویی نخواهیم داشت).

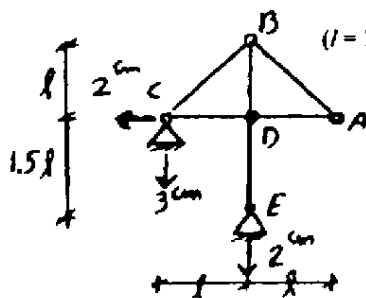
حال بار واحد را به نقطه B وارد می کنیم (چون تغییر مکان B اندازه گیری می شود) و عکس العمل های تکیه گاهی ناشی از آن بار واحد را می یابیم:



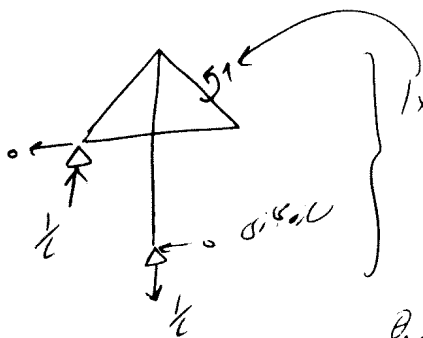
$$1 \times \Delta_B + 1.5 \times \Delta_A = 0 \rightarrow 1(x-3) + 1.5 \times 2 = 0 \rightarrow \boxed{x = 2 \text{ cm}}$$

آزاد ۸۸

۶۹- میزان چرخش عضو AB در خرابای نشان داده شده کدام است؟ (l = 1 m)



- (۱) 0.01 Rad در جهت خلاف عقربه های ساعت
- (۲) 0.02 Rad در جهت عقربه های ساعت
- (۳) 0.03 Rad در جهت خلاف عقربه های ساعت
- (۴) 0.04 Rad در جهت عقربه های ساعت



$$1 \times \theta_{AB} + \frac{1}{l} \times 2 - \frac{1}{l} \times 3 + 0 \times 2 = 0$$

$$\rightarrow \theta_{AB} = \frac{1}{l} = \frac{1}{100} \text{ رادیان تقریبی}$$

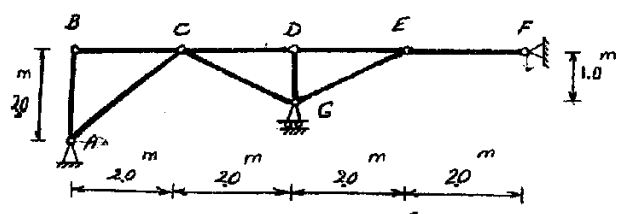
چون جواب برای θ_{AB} مثبت است پس θ_{AB}

کم جهت با Δ بار واحد است که اعمال کرده ایم

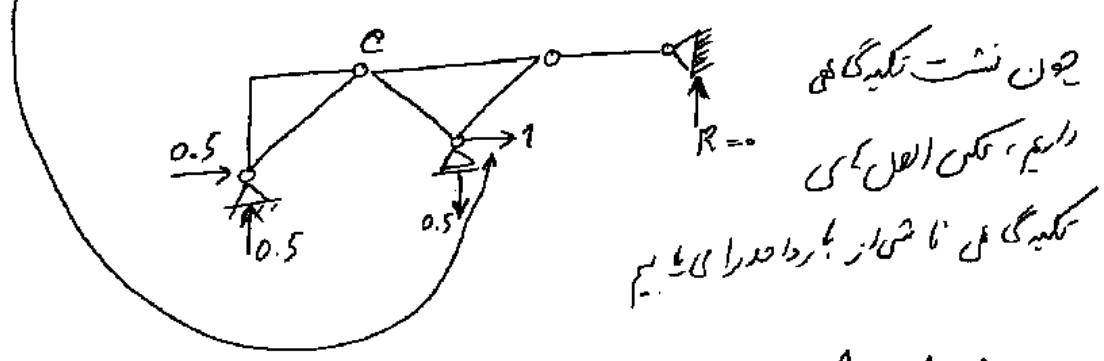
سراسری ۹۰

۶۰- اگر تکیه‌گاه A در امتداد افق به سمت راست به اندازه ۲ cm و تکیه‌گاه F در امتداد قائم به اندازه ۱ cm به سمت پایین نشست کند تغییر مکان افقی تکیه‌گاه G چند cm است؟

- ۱) $0.5 \rightarrow$
- ۲) $1 \rightarrow$
- ۳) $0.5 \leftarrow$
- ۴) $1 \leftarrow$



۵۰ با استفاده از روش کار مجاز در محل تغییر مکان نقطه A که خواسته شده یک بار واحد قرار می‌دهیم



چون نشست تکیه‌گاه‌ها داریم، مکن‌العمل می‌کنیم تکیه‌گاه‌ها را تا هم‌اندازه دراز می‌کنیم

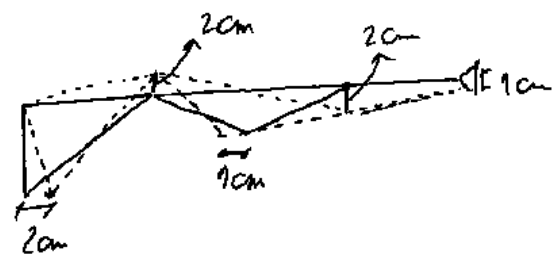
$$R \times 8 + 1 \times \Delta_G = 0 \Rightarrow \frac{0.5 \times 2}{2} + \frac{0.5 \times 1}{1} + 1 \times \Delta_G = 0$$

که مکن‌العمل در جهت نشست یکسان است و اگر نه باید با علامت منفی قرار می‌دهیم

تکیه‌گاه F

$$\rightarrow \Delta_G = -1$$

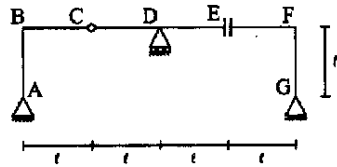
چون منفی شده پس خلاف جهت بار واحد مجاز حرکت می‌کنند



سراسری ۹۱

۶۲- در سازه شکل مقابل اگر تکیه‌گاه D به اندازه ۱ cm به سمت پایین نشست کند، اختلاف شیب سمت چپ و راست مفصل C بر

حساب رادیان چقدر است؟

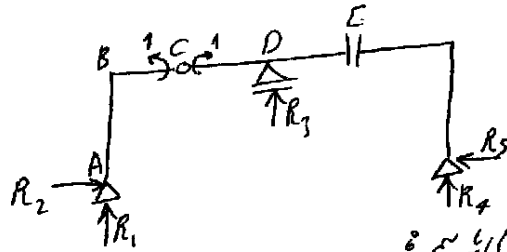


۱) ۰٫۰۰۵

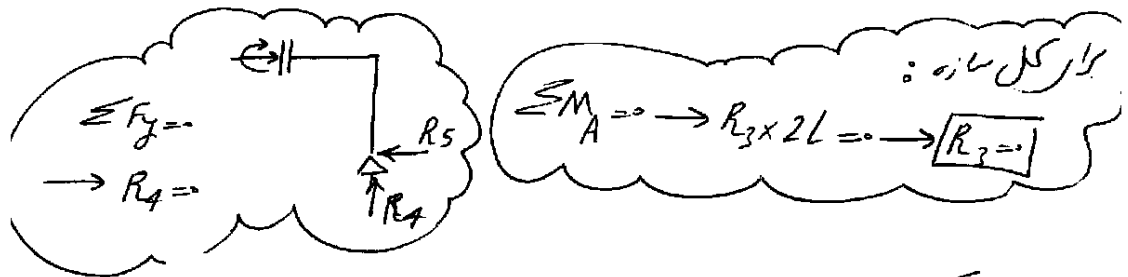
۲) ۰٫۰۰۱۲۵

۳) ۰٫۰۰۲۵

۴) صفر



برای یافتن اختلاف زاویه
یک جهت بگیرد واحد
در دو طرف مفصل C اعمال
می‌کنیم و فکس اصل تکیه‌گاه D را می‌گیریم



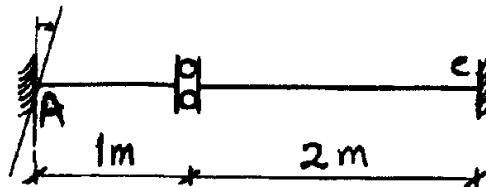
با توجه به اینکه ممکن اصل تکیه‌گاه D سمت اتر بار واحد، برابر هم‌وزن است،
 دوران پس نقطه C صفر است (گزینه ۴)

سراسری ۹۳

۵۹- در تیر شکل مقابل تحت نشست دورانی تکیه‌گاه A، ممان در تکیه‌گاه C بر

حساب t.m چقدر است؟

0.005 Rad



۱) ۰

۲) ۱

۳) ۲

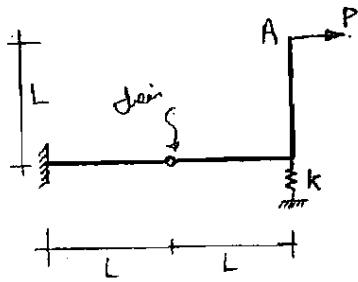
۴) ۳

$(EI = 1200 \text{ t.m}^2)$

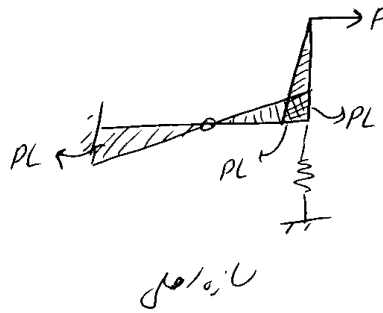
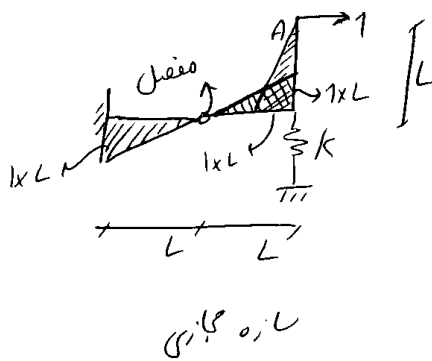
۹-۶- کار داخلی در فنرهای معین

سراسری ۸۴

۶۵- جابجایی افقی انتهای آزاد A تحت اثر بار متمرکز P چقدر است؟ (EI برای کلیه اعضاء ثابت و یکسان است).



$$k = \frac{3EI}{L^3}$$

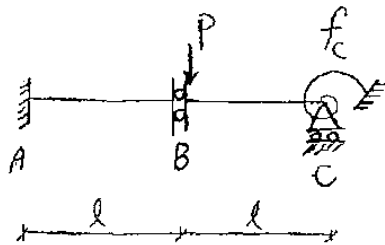


$$1 \times \Delta_A = \underbrace{\frac{PL^3}{3EI}}_{\text{فنر در راسته مجاری}} + \underbrace{\frac{PL^3}{3EI}}_{\text{فنر در راسته اصل}} + \underbrace{\frac{PL^3}{3EI}}_{\text{فنر در راسته اصل}} + \underbrace{\frac{P}{\left(\frac{3EI}{L^3}\right)}}_{\text{فنر در راسته مجاری}}$$

$$\rightarrow \Delta_A = \frac{PL^3}{EI} + (1) \times \frac{P}{\left(\frac{3EI}{L^3}\right)}$$

سراسری ۸۶

۶۱- در تیر شکل زیر مقدار لنگر فنر را محاسبه نمایید. صلبیت خمشی اعضاء EI، طول اعضاء l و ضریب نرمی فنر $f_c = \frac{L}{EI}$ است. (ضریب نرمی

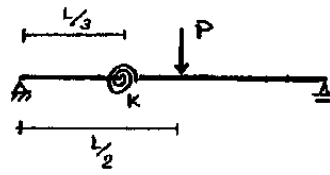


عکس ضریب سختی است.)

- (۱) صفر
- (۲) pl
- (۳) ۲pl
- (۴) $\frac{pl}{2}$

سراسری ۹۰

۵۶- خیز وسط دهانه تیر ساده شکل مقابل تحت بار منفرد P در وسط تیر و با وجود فنر پیچشی (دورانی) با سختی K چقدر است؟ (EI ثابت است.)



$$\frac{PL^3}{48EK} \quad (1)$$

$$\frac{PL^3}{48EI} + \frac{PL^3}{72K} \quad (2)$$

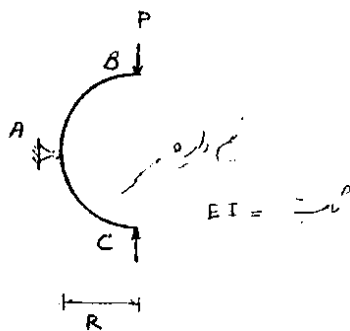
$$\frac{PL^3}{48EI + 18\left(\frac{K}{L}\right)} \quad (3)$$

$$\frac{PL^3}{48EI} + \frac{PL^3}{72K} \quad (4)$$

۹-۷- تغییر شکل سازه های دایروی

سراسری ۹۰

۵۸- در شکل مقابل تغییر مکان افقی نقطه B چقدر است؟ (فقط اثر لنگر خمشی را در نظر بگیرید.)



$$\frac{PR^2}{2EI} \quad (1)$$

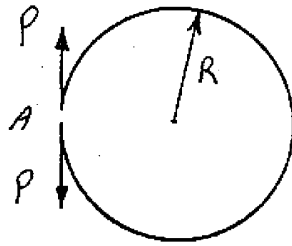
$$\frac{PR^2}{4EI} \quad (2)$$

$$\frac{PR^2}{2EI} \quad (3)$$

$$\frac{PR^2}{6EI} \quad (4)$$

سراسری ۸۸

۸۵- حلقه دایره شکلی در نقطه A بریده شده و تحت اثر دو نیروی مساوی با علامت مخالف P قرار گرفته است. بین دو انتهای بریده شده چقدر فاصله ایجاد می‌شود؟ (صلیبیت خمشی حلقه را EI فرض کنید و از اثرات برش و نیروی محوری صرف‌نظر نمایید.)



$$\frac{4\pi PR^2}{EI} \quad (1)$$

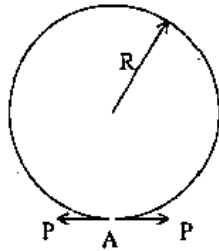
$$\frac{2\pi PR^2}{EI} \quad (2)$$

$$\frac{3\pi PR^2}{EI} \quad (3)$$

$$\frac{\pi PR^2}{EI} \quad (4)$$

سراسری ۹۴

۵۶- حلقه دایره‌ای شکل در نقطه A بریده شده و تحت بارگذاری مطابق شکل زیر قرار گرفته است. مقدار بازشدگی در محل بریدگی چقدر است؟ از اثرات تغییر مکان‌های برشی و محوری صرف‌نظر کنید و صلیبیت خمشی حلقه EI فرض می‌شود.



$$\frac{\pi PR^2}{EI} \quad (1)$$

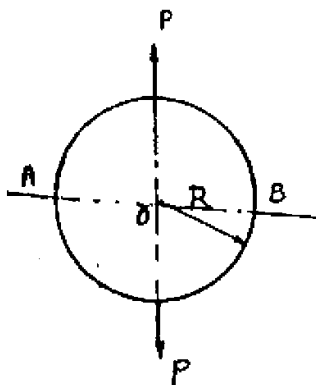
$$\frac{2\pi PR^2}{EI} \quad (2)$$

$$\frac{3\pi PR^2}{EI} \quad (3)$$

$$\frac{4\pi PR^2}{EI} \quad (4)$$

سراسری ۸۸

۸۷- کدام M_A است؟ (صلیبیت خمشی، برشی و محوری ثابت است.)



$$-\frac{PR}{\pi} \quad (1)$$

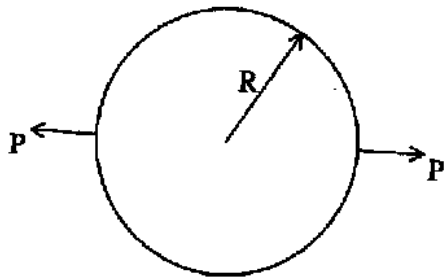
$$\frac{PR}{\pi} \quad (2)$$

$$\frac{PR}{\pi} \quad (3)$$

$$PR\left(\frac{1}{\pi} - \frac{1}{\pi}\right) \quad (4)$$

سراسری ۹۱

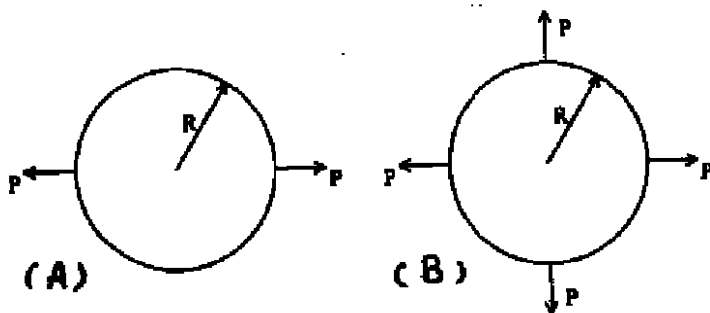
۵۹- حلقه دایره‌ای به شکل به شعاع R مطابق بارگذاری نشان داده شده قرار گرفته است. اگر صلبیت خمشی، برشی و محوری به ترتیب EI ، $\frac{GA}{f_s}$ و EA باشد، لنگر خمشی زیر نقطه بارگذاری P چقدر است؟



- (۱) $-\frac{PR}{2\pi}$
- (۲) $-\frac{2PR}{2\pi}$
- (۳) $-\frac{PR}{\pi}$
- (۴) $-\frac{\pi PR}{\pi}$

دکتری ۹۱

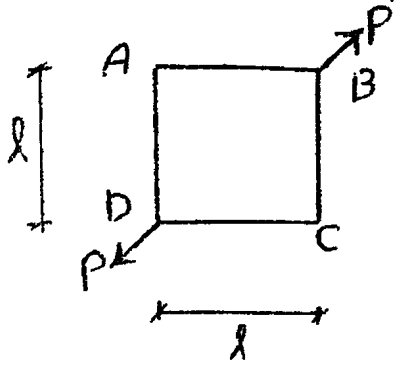
۱۹- حلقه دایره‌ای به شعاع R مفروض است. اگر لنگر خمشی زیر بار P در حالت (A) برابر M باشد، لنگر خمشی زیر بار P در حالت (B) کدام است؟ (لنگر مثبت تار داخلی حلقه را به کشش وادار می‌کند). EI را ثابت فرض کنید.



- (۱) $M + PR$
- (۲) $2M + PR$
- (۳) $M + \frac{PR}{2}$
- (۴) $2M + \frac{PR}{2}$

آزاد ۸۹

۸۰- در سازه مربعی شکل نشان داده شده، تگر در نقطه A و B کدام است؟ (EI ثابت)



$$M_A = M_B = \frac{Pl}{8} \quad (۲)$$

$$M_A = M_B = \frac{\sqrt{2}}{8} Pl \quad (۱)$$

$$M_A = \frac{Pl}{8} \quad (۱)$$

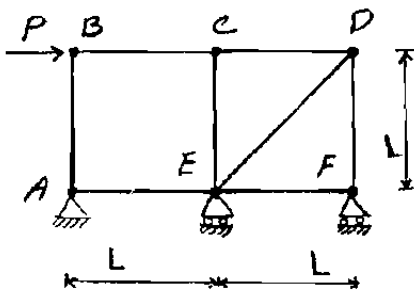
$$M_B = \frac{Pl}{4}$$

$$M_A = \frac{\sqrt{2}}{8} Pl \quad (۲)$$

$$M_B = \frac{\sqrt{2}}{4} Pl$$

تمرین سراسری ۸۴

۸۰- خرپای شکل مقابل مفروض است. اگر صلبیت محوری اعضا برابر EA باشد، تغییر مکان افقی B کدام است؟

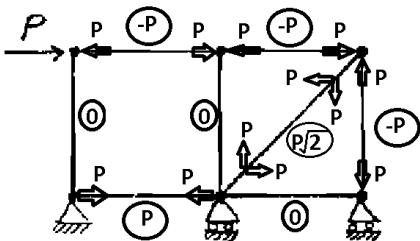


$$\frac{2PL}{EA} (1 + \sqrt{2}) \quad (۱)$$

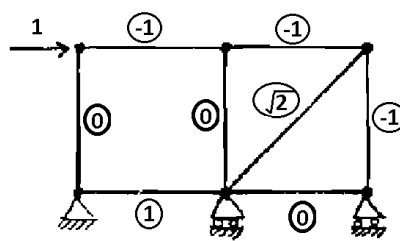
$$\frac{4PL}{EA} (1 + \sqrt{2}) \quad (۲)$$

$$\frac{2PL}{EA} (2 + \sqrt{2}) \quad (۳)$$

$$\frac{4PL}{EA} (1 + 2\sqrt{2}) \quad (۴)$$



سازه اصلی

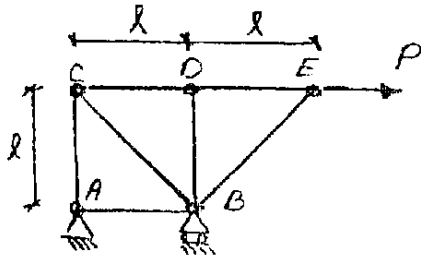


سازه مجازی

$$1 \times \Delta_B = 3 \left[-1 \times \frac{-PL}{EA} \right] + \left[1 \times \frac{PL}{EA} \right] + \left[\sqrt{2} \times \frac{(P\sqrt{2})L\sqrt{2}}{EA} \right] = \frac{2PL}{EA} (2 + \sqrt{2})$$

تمرین آزاد ۹۰

۶۶- در خرابی شکل زیر مقدار تغییر مکان افقی گره C برابر است با: (اعضاء یکسان است)



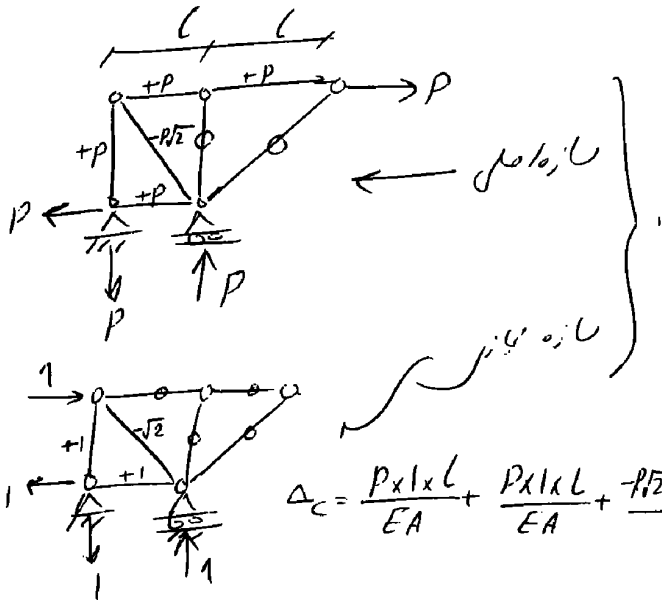
$\frac{Pl}{EA} (3 + 2\sqrt{2})$ (۲)

$\frac{3Pl}{EA} (1 + \sqrt{2})$ (۱)

$\frac{2Pl}{EA} (1 + \sqrt{2})$ (۴)

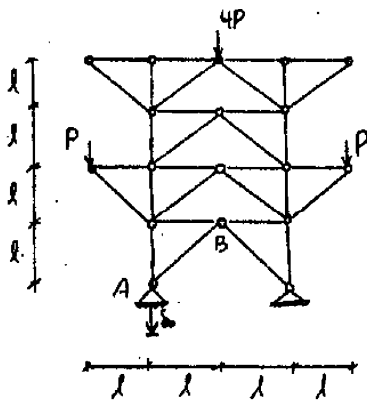
$\frac{2Pl}{EA}$ (۳)

66



تمرین آزاد ۹۱

۷۴- تغییر مکان قائم B تحت بارگذاری نشان داده شده و نشست تکیه گاهی δ_0 کدام است؟ (صلبیت محوری تمام اعضاء EA می باشد)



$\frac{Pl}{EA} + \frac{\delta_0}{2}$ (۲)

$\frac{3Pl}{EA} + 2\delta_0$ (۴)

$\frac{2Pl}{EA} - \delta_0$ (۳)

گزینه ۱

از روش کار مجازی استفاده میکنیم. در سازه مجازی مطابق

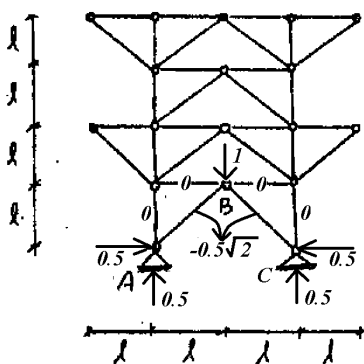
شکل نیروی تمامی میله ها صفر است به جز میله های AB و BC:

از طرفی در سازه اصلی به علت تقارن، نیروی میله های AB و BC صفر

است و بنابراین نیروها در نقطه B تغییر مکان قائم ایجاد نمی کنند

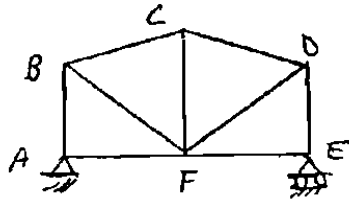
و تنها نشست تکیه گاه A موجب جابجایی B خواهد شد:

$1 \times \Delta_B + R_A \times (-\delta_0) = 0 \rightarrow \Delta_B = R_A \times \delta_0 = \frac{\delta_0}{2}$



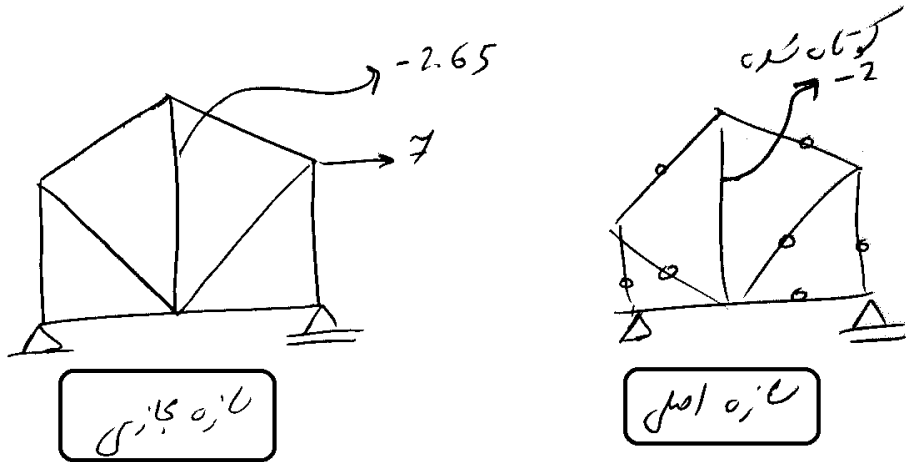
تمرین سراسری ۸۵

در خزیای شکل زیر CF در حین اجرا ۲ سانتی متر کوتاهتر اجرا شده است. تغییر مکان افقی نقطه D را پس از مونتاز حساب کنید. (می دانیم در صورتی که این خریا تحت اثر بار افقی ۷ ton از چپ به راست قرار گیرد نیروی داخلی میله CF برابر ۲/۶۲۵ ton - (فشاری) می باشد.)



- (۱) ۰٫۷۵ cm به سمت چپ
- (۲) ۰٫۷۵ cm به سمت راست
- (۳) ۵٫۲۵ cm به سمت راست

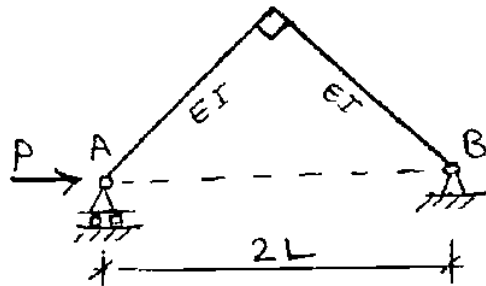
(۴) برای محاسبه، ابعاد هندسی سازه می بایست داده شده باشد و خریا تحلیل گردد.



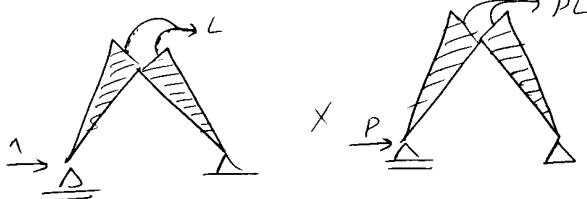
$$7 \times \Delta = -2.65 \times -2 \Rightarrow \Delta = 0.7571 \text{ cm}$$

تمرین سراسری ۸۱

۵۱ مقدار نزدیک شدن گانه A و B سازه رو برو چقدر است؟



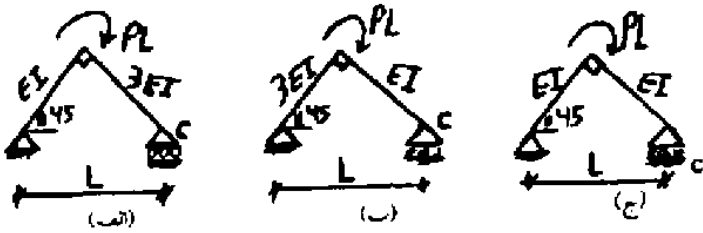
- (۱) $\frac{PL^2}{3EI}$
- (۲) $\frac{\sqrt{2}PL^2}{3EI}$
- (۳) $\frac{\sqrt{2}PL^2}{2EI}$
- (۴) $\frac{2\sqrt{2}PL^2}{3EI}$



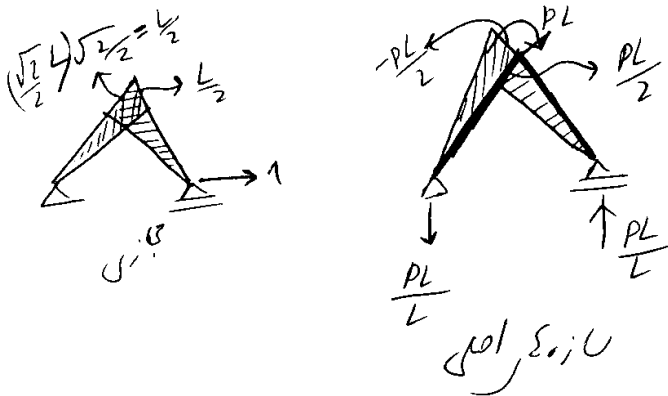
$$1 \times \Delta = 2 \left[\frac{L \times PL(\sqrt{2}L)}{3EI} \right] = \frac{2\sqrt{2}PL^3}{3EI}$$

تمرین آزاد ۸۸

۶۴- کدام گزینه در مورد تغییر مکان تکیه گاه C در قابهای نشان داده شده صحیح می باشد؟



- (۱) تکیه گاه C به مقدار $\frac{\sqrt{2}}{36} \frac{PL^3}{EI}$ در قاب (الف) به سمت راست و در قاب (ب) به سمت چپ می رود و در قاب (ج) جایجا نمی شود.
- (۲) تکیه گاه C به مقدار $\frac{\sqrt{2}}{36} \frac{PL^3}{EI}$ در قاب (الف) به سمت چپ و در قاب (ب) به سمت راست می رود و در قاب (ج) جایجا نمی شود.
- (۳) تکیه گاه C در هر دو قاب (الف) و (ب) به مقدار $\frac{\sqrt{2}}{9} \frac{PL^3}{EI}$ به سمت چپ می رود و در قاب (ج) به مقدار $\frac{\sqrt{2}}{18} \frac{PL^3}{EI}$ به سمت چپ می رود.
- (۴) در هر سه قاب (الف) و (ب) و (ج) تکیه گاه C جایجا نمی شود.



$$\Delta_c = \left\{ \left[\text{triangle} \times \text{triangle} \right] + \left[\text{triangle} \times \text{triangle} \right] \right\}$$

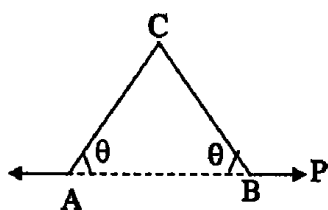
$$\left\{ \frac{-\frac{L}{2} \times PL/2 \times \frac{L\sqrt{2}}{2}}{3EI} \right\} + \left\{ \frac{\frac{L}{2} \times PL/2 \times \frac{L\sqrt{2}}{2}}{3(3EI)} \right\} = -\frac{\sqrt{2}}{36} \frac{PL^3}{EI}$$

$$1) \Delta_c = \left\{ \frac{-\frac{L}{2} \times PL/2 \times \frac{L\sqrt{2}}{2}}{3(3EI)} \right\} + \left\{ \frac{L/2 \times PL/2 \times \frac{L\sqrt{2}}{2}}{3EI} \right\} = +\frac{\sqrt{2}}{36} \frac{PL^3}{EI}$$

$$2) \Delta_c = \left\{ \frac{0}{3EI} \right\} + \left\{ \frac{0}{3EI} \right\} = 0$$

تمرین آزاد ۹۳

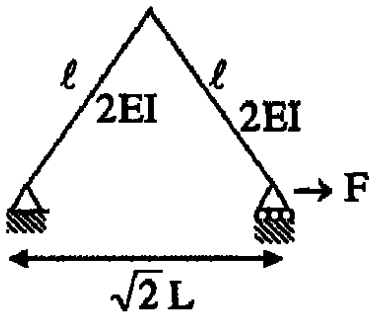
۵۳- بازشدگی نقاط A و B نسبت به یکدیگر کدام است؟



- (۱) $\frac{2PL^3 \sin^2 \theta}{3EI}$
- (۲) $\frac{PL^3 \sin^2 \theta}{3EI}$
- (۳) $\frac{2PL^3 \sin^2 \theta}{3EI} + \frac{2PL \cos^2 \theta}{EA}$
- (۴) $\frac{PL^3 \sin^2 \theta}{3EI} + \frac{PL \cos^2 \theta}{EA}$

تمرین آزاد ۹۳

۵۱. در تغییر مکان افقی تکیه گاه B کدام است؟



$$\frac{2FL^3}{3EI} \quad (۲)$$

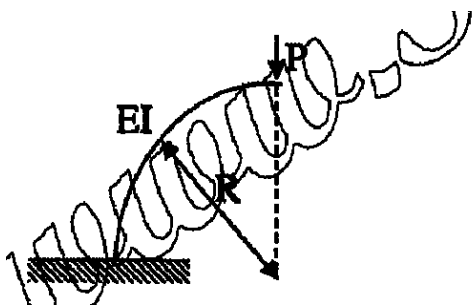
$$\frac{\sqrt{2}FL^3}{6EI} \quad (۴)$$

$$\frac{FL^3}{3EI} \quad (۱)$$

$$\frac{FL^3}{6EI} \quad (۳)$$

تمرین آزاد ۹۳

۵۲. در ربع حلقه زیر میزان تغییر مکان قائم نقطه اثر نیرو کدام است؟



$$\frac{\pi PR^3}{2EI} \quad (۲)$$

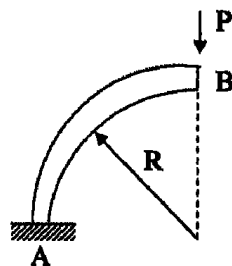
$$\frac{4\pi PR^3}{4EI} \quad (۴)$$

$$\frac{\pi PR^3}{4EI} \quad (۱)$$

$$\frac{2\pi PR^3}{4EI} \quad (۳)$$

تمرین آزاد ۹۳

۵۳. در سازه به موازات زیر با بارگذاری نشان داده شده مطلوب است تعیین تغییر مکان افقی و عمودی نقطه B.



$$\frac{PR^3\pi}{2EI}, \frac{PR^3}{2EI} \quad (۱)$$

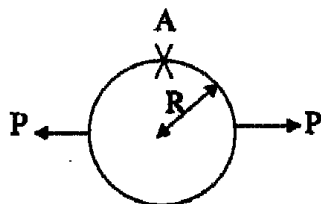
$$\frac{PR^3\pi}{2}, \frac{PR^3}{2EI} \quad (۲)$$

$$\frac{PR^3}{2EI}, \frac{PR^3\pi}{2EI} \quad (۳)$$

$$\frac{PR^3\pi}{4EI}, \frac{PR^3}{2EI} \quad (۴)$$

تمرین آزاد ۹۳

۵۴. در حلقه روبرو لنگر و نیروی برش دو نقطه A کدام است؟



$$V_A = P, M = \frac{PR}{2} \quad (۱)$$

$$V_A = P, M = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi}\right)PR \quad (۲)$$

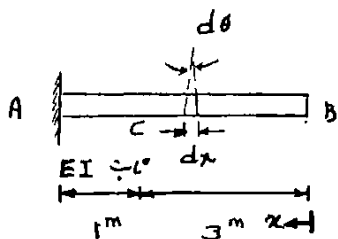
$$V_A = \frac{P}{2}, M = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi}\right)PR \quad (۳)$$

$$V_A = \frac{P}{2}, M = \frac{PR}{2} \quad (۴)$$

۱۰- تیر مزدوج

سراسری ۹۲

۶۰- اگر در تیر AB که تحت شرایط خارجی تغییر شکل داده و خم برداشته است با رابطه $d\theta = \frac{x dx}{EI}$ بیان شود، Δ_C کدام است؟ (نقطه C به فاصله یک متر از تکیه گاه A قرار گرفته است).



- (۱) $-0.33/EI$
 (۲) $-9/EI$
 (۳) $1/82/EI$
 (۴) $-21/33/EI$

$$\left. \begin{aligned} q &= \frac{d}{dx}(V) \\ V &= \frac{d}{dx}(M) \\ \frac{M}{EI} &= \frac{d}{dx}(\theta) \\ \theta &= \frac{d}{dx}(y) \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{aligned} V &= \int q dx \\ M &= \int V dx \\ \theta &= \int \frac{M}{EI} dx \\ y &= \int \theta dx \end{aligned}$$

روش اول:

$$\frac{d}{dx}(\theta) = \frac{x}{EI} \rightarrow \theta = \int \frac{x}{EI} dx = \frac{x^2}{2EI} + C \xrightarrow{x=4 \rightarrow \theta=0} C = -\frac{8}{EI} \rightarrow \theta = \frac{x^2}{2EI} - \frac{8}{EI}$$

$$y = \int \theta dx = \frac{x^3}{6EI} - \frac{8x}{EI} + C \xrightarrow{x=4 \rightarrow y=0} C = \frac{21.33}{EI} \rightarrow y = \frac{x^3}{6EI} - \frac{8x}{EI} + \frac{21.33}{EI}$$

$$\xrightarrow{x=3} y_C = \frac{x^3}{6EI} - \frac{8x}{EI} + \frac{21.33}{EI} = \frac{1.83}{EI}$$

روش دوم: با توجه به روابط فوق معادله لنگر تیر نشان می دهد که تیر تحت اثر بار متمرکز واحد در انتهای آزاد

خود قرار دارد:

$$\frac{M}{EI} = \frac{d}{dx}(\theta) = \frac{x}{EI}$$

بنابراین تغییر شکل نقطه C برابر است با:

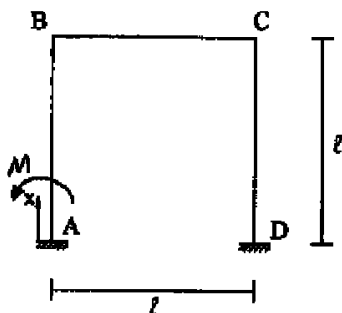
$$y_C = \frac{PL^3}{3EI} + \frac{ML^2}{2EI} = 1 \left(\frac{1^3}{3EI} \right) + 3 \left(\frac{1^2}{2EI} \right) = \frac{11}{6EI} = \frac{1.83}{EI}$$

دکتری ۹۱

۱۸- قاب مطابق شکل، تحت اثر بارگذاری خاصی قرار گرفته و لنگر خمشی در عضو AB:

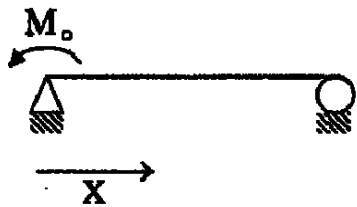
$$M = 6Wx^2 + 3Wlx + Wl^2$$

شده است. تغییر مکان افقی B تحت آن بارگذاری کدام است؟ (EI تمام اعضا یکسان است).



- (۱) $\frac{1}{2} \frac{Wl^3}{EI}$
 (۲) $\frac{3}{2} \frac{Wl^3}{EI}$
 (۳) $\frac{2}{2} \frac{Wl^3}{EI}$
 (۴) $\frac{5}{2} \frac{Wl^3}{EI}$

تمرین: آزاد ۹۳

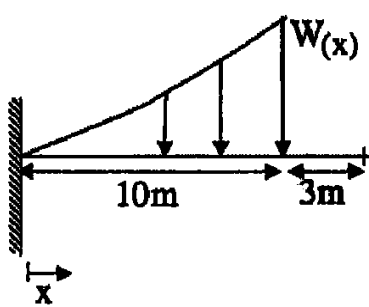


۶۲- بیشینه خیز در چه فاصله‌ای از ابتدای تیر است؟

$X = \frac{L}{2\sqrt{3}}$ (۲) $X = \frac{2L}{\sqrt{3}}$ (۱)

$X = \frac{L}{3}(3 - \sqrt{3})$ (۴) $X = \frac{L}{\sqrt{3}}$ (۳)

تمرین: آزاد ۹۳

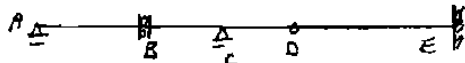


۶۳- تغییر مکان انتهای تیر تحت بار گسترده W چیست؟

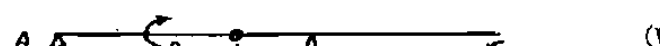
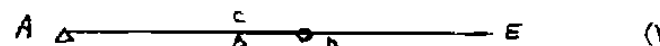
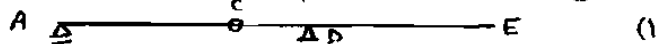
$\frac{4089}{EI}$ (۲) $\frac{1356}{EI}$ (۱)

$\frac{2056}{EI}$ (۴) $\frac{1389}{EI}$ (۳)

سراسری ۸۳

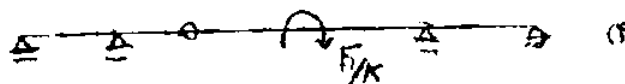
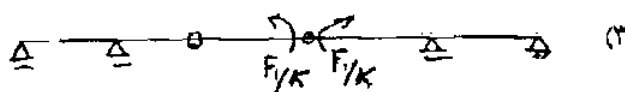
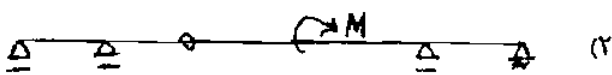
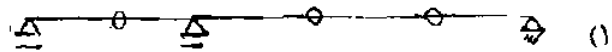
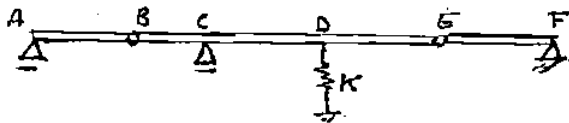


۶۶- تیر مزدوج تیر شکل زیر مطابق کدام یک از اشکال داده شده می‌باشد؟



سراسری ۸۵

۶۳- تیر مزدوج تیر شکل زیر کدام است؟



از تعادل تیر مزدوج به دست می‌آید.

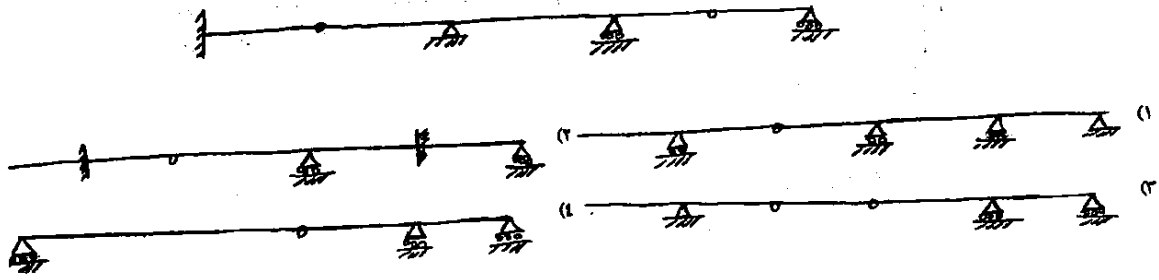
F_1 نیروی فنر است.

F_1 نیروی فنر است.

گزینه ۳

آزاد ۸۵

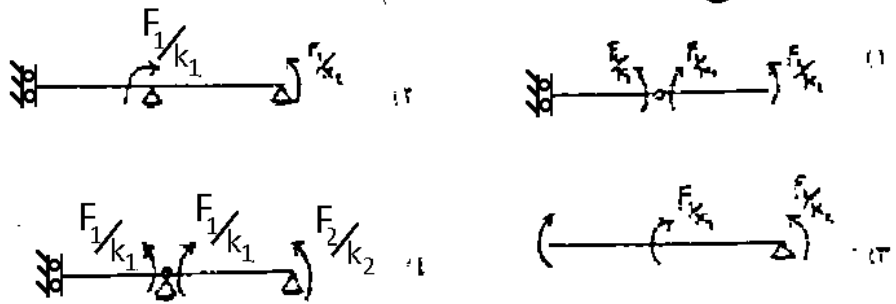
۹۳- تیر مزدوج تیر دوبرو کدام است؟



گزینه ۳

آزاد ۸۷

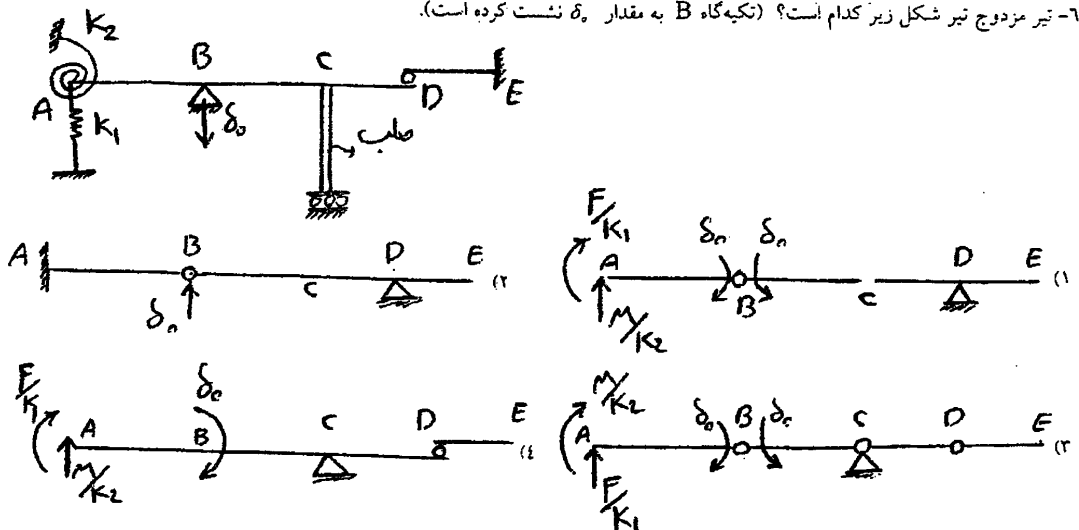
۶۳- تیر مزدوج سازه نشان داده شده کدام است؟



گزینه ۴

آزاد ۸۹

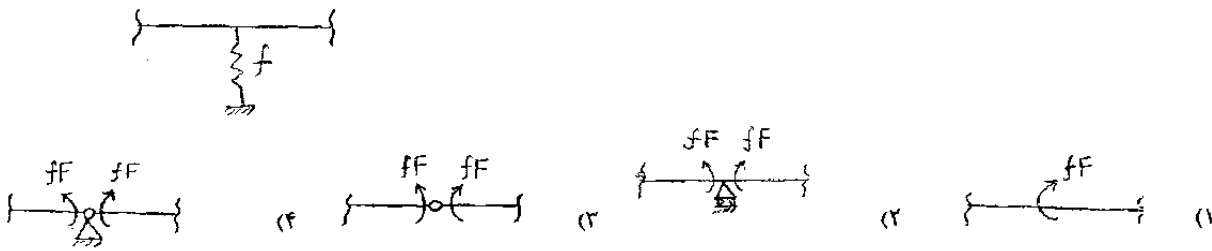
۶۷- تیر مزدوج تیر شکل زیر کدام است؟ (تکیه‌گاه B به مقدار δ_0 نشست کرده است).



گزینه ۱

سراسری ۸۶

۶۲- تکیه‌گاه میانی فنری به صورت شکل مقابل مفروض است. نظیر این تکیه‌گاه در تیر مزدوج مطابق کدام یک از گزینه‌ها است؟ f ضریب نرمی فنر است و F نیروی کششی فنر می‌باشد. (ضریب نرمی عکس ضریب سختی است.)



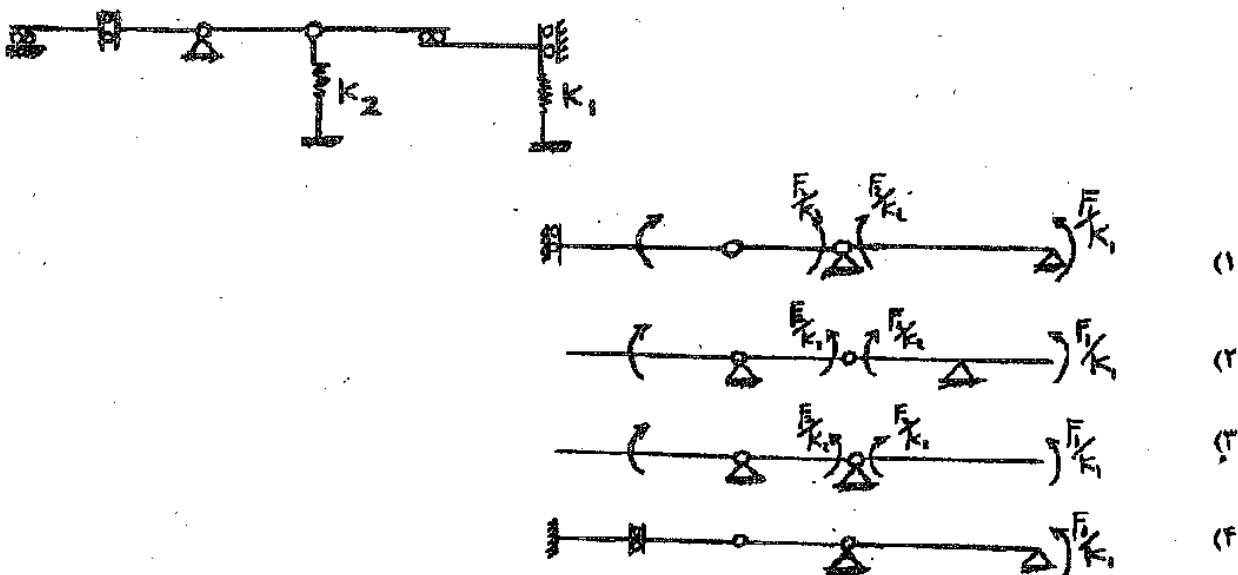
گزینه ۳

نکته: نرمی = $\frac{1}{\text{سختی}}$

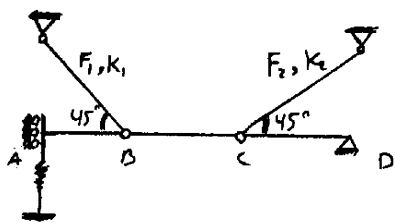
بنابراین سختی فنر برابر $K = \frac{1}{f}$ می‌باشد. در نتیجه به جای فرمول $F = K\Delta$ می‌توان نوشت $\Delta = fF$

آزاد ۹۲

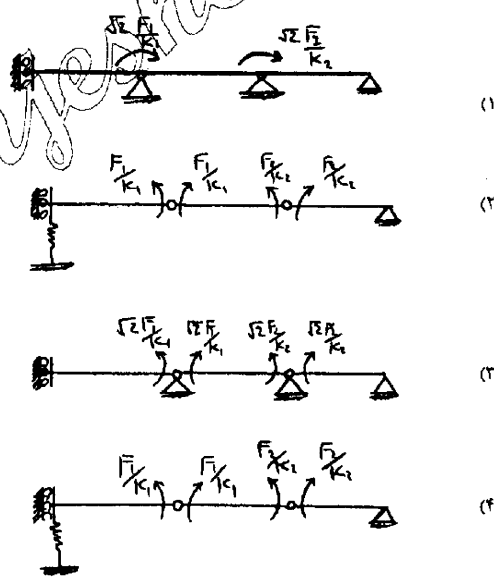
۷۷- تیر مزدوج تیر نشان داده شده کدام است؟ (k_1, k_2 سختی فنرها می‌باشند)



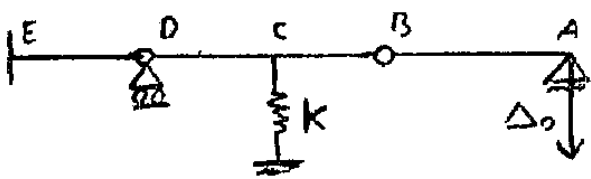
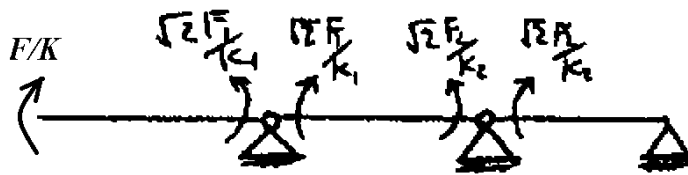
گزینه ۳



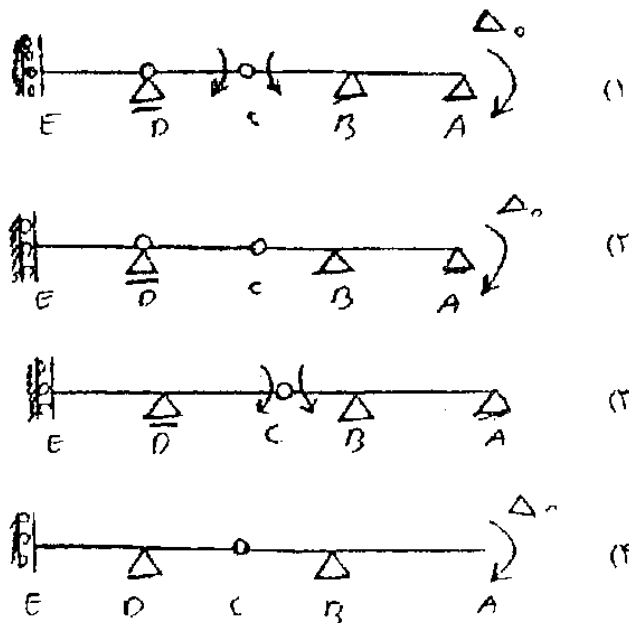
۴۸- تیر مزدوج سازه نشان داده شده کدام است؟ (نیرو (F) و سختی محوری (K) اعضاء در کنار هر یک آمده است)



تیر مزدوج سازه فوق به صورت زیر می باشد که در گزینه ها نیست.

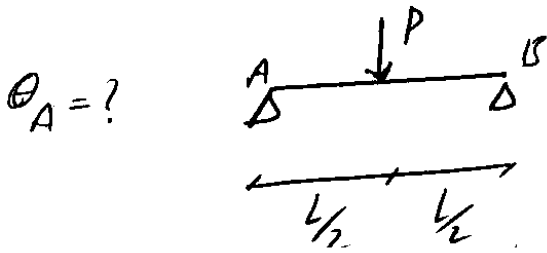


۷۰- سازه مزدوج تیر نشان داده شده که بارگذاری آن به صورت نشست تکیه گاهی در تکیه گاه A می باشد کدام است؟



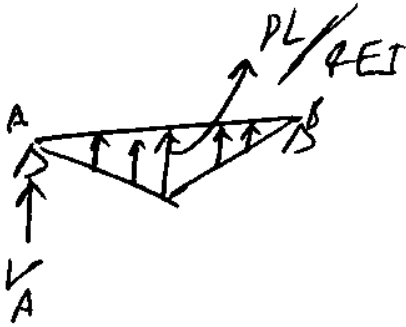
۱-۱۰- محاسبه تغییر شکل سازه ها با استفاده از روش تیر مزدوج

مثال: دوران نقطه A را در تیر مقابل بیابید:



حل:

ابتدا تیر مزدوج آنرا رسم می کنیم:



سپس عکس العمل تکیه گاه A را در تیر مزدوج می یابیم:

$$\theta_A = V_A \rightarrow \sum M_B = 0 \rightarrow V_A \times L + \left(\frac{PL \times L}{4} \times \frac{L}{2} \right) \times \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow V_A = -\frac{PL^2}{16EI}$$

یعنی θ_A خلاف جهت عقربه های ساعت

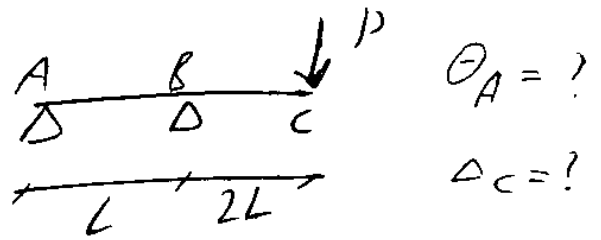
مثال

$$\sum M_B = 0 \rightarrow V_A \times L + \left(\frac{qL^2}{8EI} \times L \right) \times \frac{2}{3} \times \frac{L}{2} = 0$$

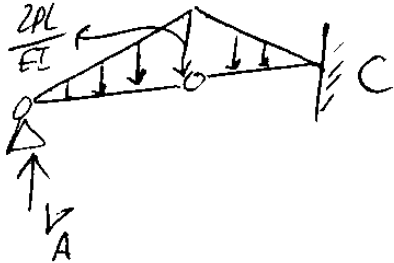
حالت

$$\Rightarrow V_A = -\frac{qL^3}{24EI}$$

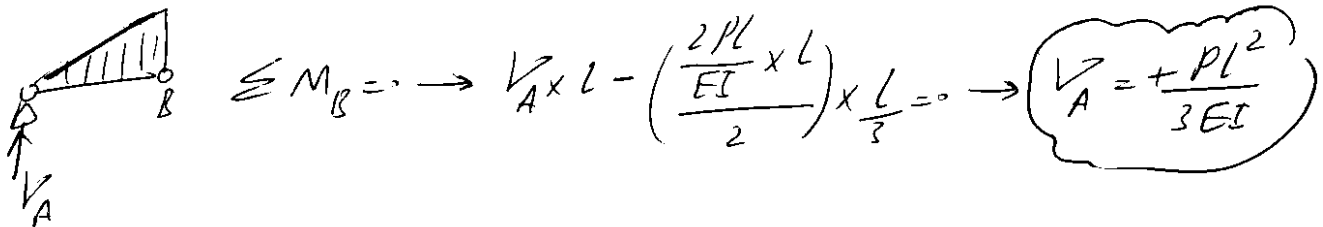
مثال:



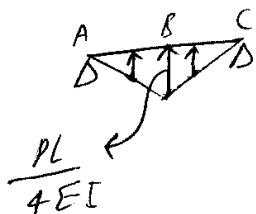
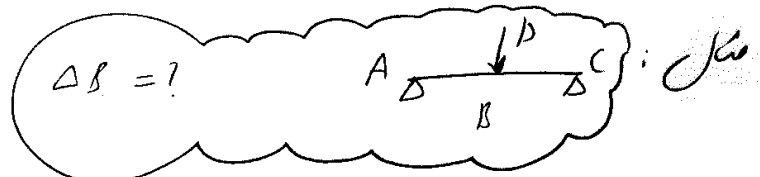
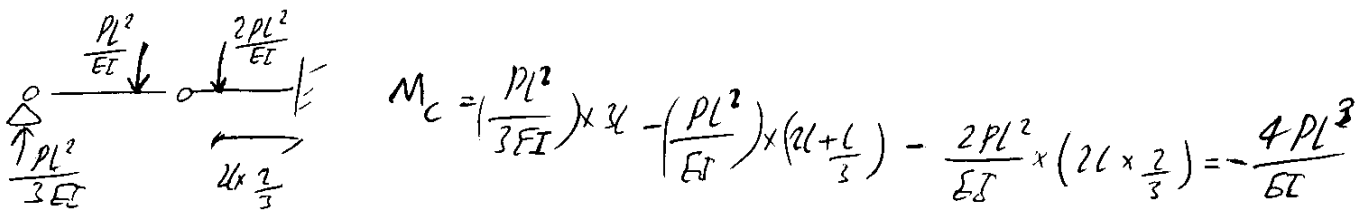
تیر مزدوج را رسم می کنیم:



برای یافتن V_A باید تیر مزدوج را تحلیل کنیم و برای این منظور باید سازه مزدوج را از محل مفصل جدا کنیم:



بنابراین مقدار θ_A برابر $\frac{PL^2}{3EI}$ می باشد. مقدار Δ_C نیز برابر M_C در تیر مزدوج می باشد. پس باید M_C را بیابیم. برای این منظور بارهای گسترده مثلثی را در تیر مزدوج با بار متمرکز معادل جایگزین می کنیم:

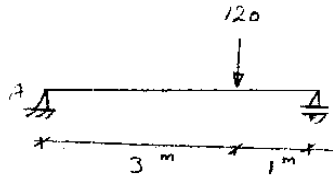


$$\downarrow R_A = \frac{\left(\frac{PL}{4EI} \times \frac{L}{2} \right)}{2} = \frac{PL^2}{16EI}$$

$$\sum M_B = - \frac{PL^2}{16EI} \times \frac{L}{2} + \frac{\left(\frac{PL}{4EI} \times \frac{L}{2} \right)}{2} \times \frac{L}{3} = - \frac{PL^3}{32EI} + \frac{PL^3}{96EI} = - \frac{PL^3}{48EI}$$

آزاد ۸۹

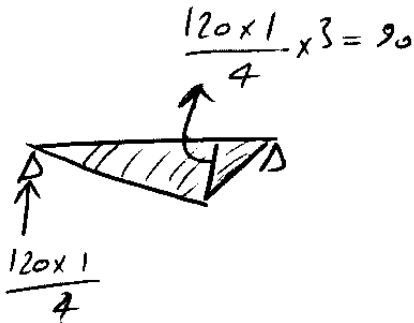
۶۵- زاویه θ_A در اثر اعمال بار نشان داده شده چقدر است. مدول ارتجاعی تیر E و ممان اینرسی مقطع T است. ET ثابت است.



$$\frac{600}{EI} \quad (۳) \quad \frac{150}{EI} \quad (۱)$$

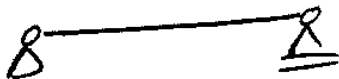
$$\frac{300}{EI} \quad (۴) \quad \frac{100}{EI} \quad (۲)$$

۱- رسم دیاگرام لنگر در تیر اصلی:

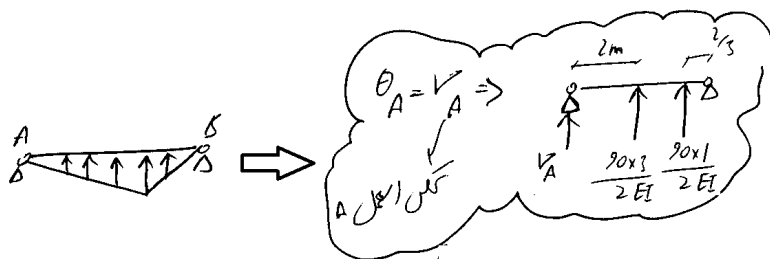


۲- تبدیل تیر اصلی به تیر مزدوج

(که در این مثال تیر اصلی و مزدوج یکی می شود)



۳- یافتن عکس العمل تکیه گاه A در تیر مزدوج:

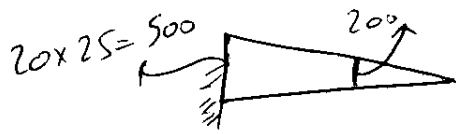
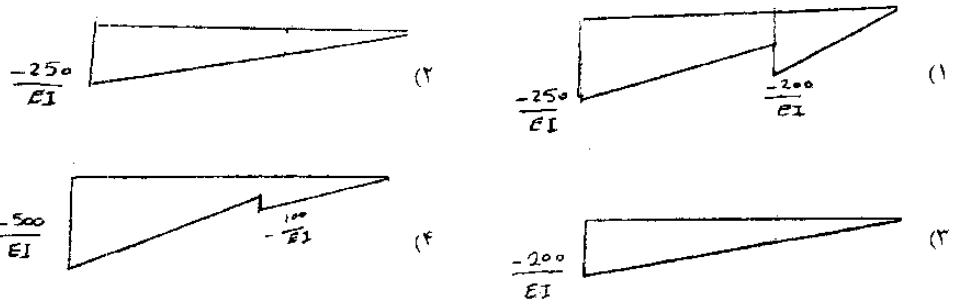
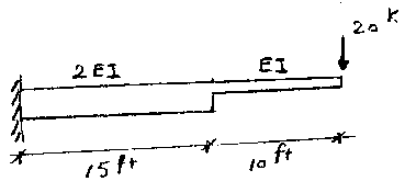


$$\sum M_B = 0 \rightarrow V_A \times 4 + \left(\frac{90 \times 3}{2EI}\right) \times 2 + \left(\frac{90 \times 1}{2EI}\right) \times 2 = 0$$

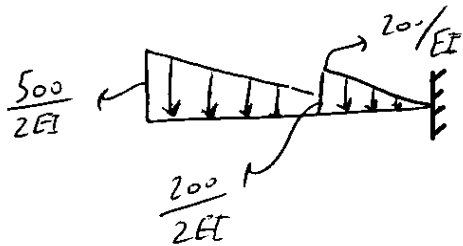
$$\rightarrow V_A = \frac{-75}{EI}$$

آزاد ۸۹

۶۴- تیر مزدوج تیر روبرو کدام است؟



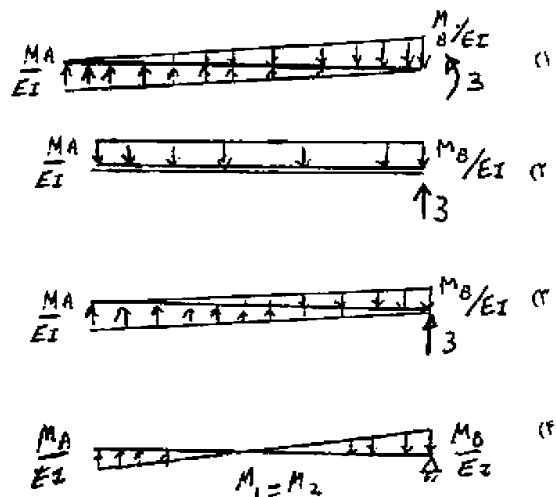
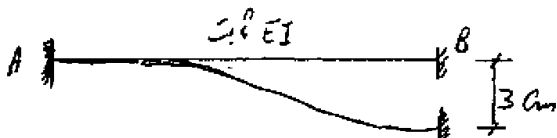
دیاگرام لنگر بدون در نظر گرفتن تغییرات EI در طول تیر:



دیاگرام لنگر پس از اعمال تغییرات EI در طول تیر:

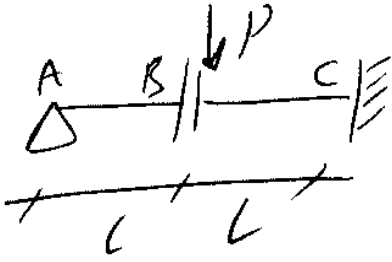
سراسری ۸۸

۷۱- در تیر شکل مقابل، تکیه‌گاه B، ۲ سانتی‌متر نشست کرده است. تیر مزدوج این تیر کدام است؟



گزینه ۱

مثال: تغییر مکان نسبی دو طرف مفصل برشی B؟



مزدوج

در مسائلی که تغییر مکان نسبی دو طرف مفصل برشی را می خواهند

در محل مفصل برشی بیابیم. تیر مزدوج سازه فوق به شکل زیر خواهد بود که مقدار M نشان دهنده تغییر مکان

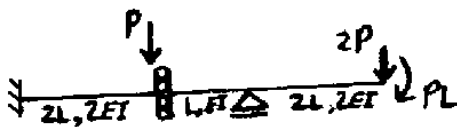
نسبی دو طرف مفصل B می باشد.



$$\sum M_A = 0 \rightarrow M + \left(\frac{PL}{EI}\right) \times L \times \left(L + \frac{2L}{3}\right) = 0 \rightarrow M = -\frac{5PL^3}{6EI} \Rightarrow \Delta_B = -\frac{5PL^3}{6EI}$$

آزاد ۸۸

۶۲- اختلاف ارتفاع در محل مفصل برشی کدام است؟ (نیروی P در سمت چپ مفصل برشی وارد شده است)



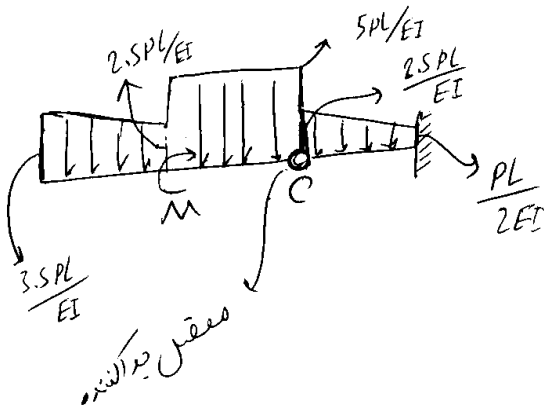
$$\frac{55 PL^3}{6 EI} \quad (f)$$

$$\frac{89 PL^3}{6 EI} \quad (g)$$

$$\frac{4 PL^3}{3 EI} \quad (h)$$

$$\frac{59 PL^3}{3 EI} \quad (i)$$

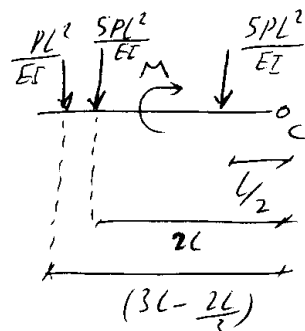
دیagram لنگر در تیر مزدوج:



باید مقدار M را در تیر فوق بیابیم برای این منظور از محل مفصل جداکننده

تیر را دو قسمت کرده و برای قسمت سمت چپ معادله لنگر می نویسیم.

منتها قبل از نوشتن معادله لنگر بارهای گسترده را معادل سازی می کنیم:



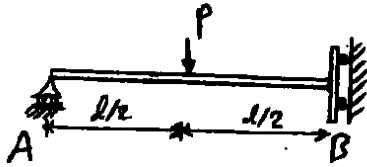
$$\sum M_C = 0$$

$$\Rightarrow \frac{PL^2}{EI} \left(5 \times \frac{L}{2} + 5 \times 2L + 1 \times \frac{7L}{3} \right) - M = 0$$

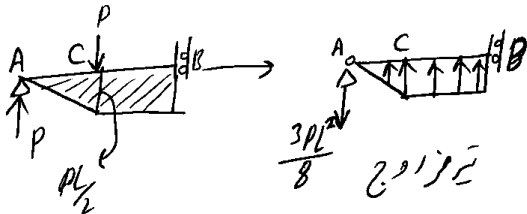
$$\rightarrow M = \left(\frac{15 + 60 + 14}{6} \right) \frac{PL^3}{EI} = \frac{89 PL^3}{6 EI}$$

تمرین آزاد ۸۳

۲۱- تغییر مکان قائم نقطه اثر P چقدر است؟



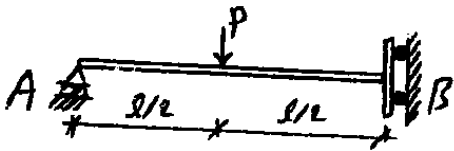
- (۱) $PL^3/6EI$
- (۲) $PL^3/3EI$
- (۳) $PL^3/4EI$
- (۴) هیچکدام



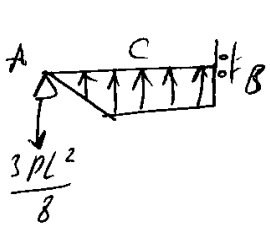
$$\delta_C = M_C = \frac{3PL^2}{8} \times \frac{L}{2} - \frac{\frac{PL}{2} \times \frac{L}{2}}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{L}{2} \rightarrow \delta_C = \frac{PL^3}{6EI}$$

تمرین آزاد ۸۳

۲۵- تغییر مکان قائم تکیه گاه B چقدر است؟



- (۱) $13PL^3/96EI$
- (۲) $11PL^3/48EI$
- (۳) $PL^3/6EI$
- (۴) هیچکدام



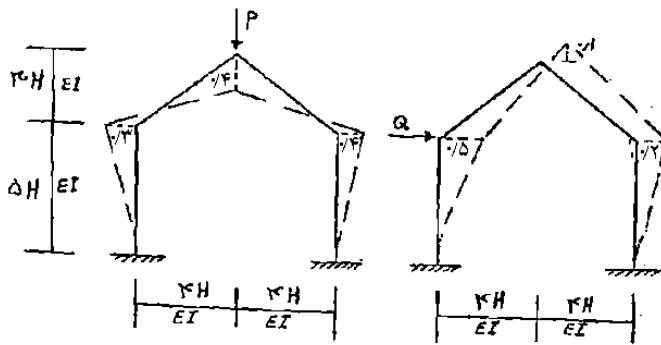
$$\delta_B = M_B = \frac{-3PL^2}{8} \times L + \frac{\frac{PL}{2} \times \frac{L}{2}}{2} \times \left(\frac{L}{2} + \frac{L}{6}\right) + \frac{\frac{PL}{2} \times \frac{L}{2} \times \frac{L}{4}}{EI} = \frac{-11PL^3}{48EI}$$

۱۱- بتی - ماکسول

بتی ماکسول : در باره کمی که تغییرات را دارند
 نشست - گسیختگی دارند
 انحراف زینتار غیرالاستیک دارند
 صاف نیست

سراسری ۸۵

چه رابطه‌ای بین P و Q در قاب دروازه‌ای زیر برقرار است؟



$P = Q$ (۱)

$P = 2Q$ (۲)

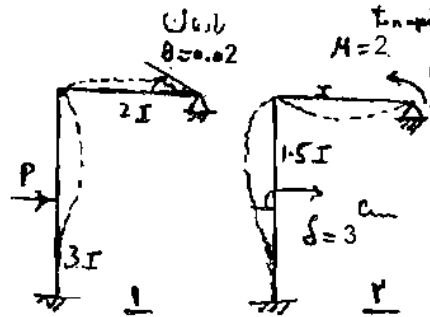
$P = -2Q$ (۳)

$P = 3Q$ (۴)

$-P \times 0.1 = -Q \times 0.3 \rightarrow P = 3Q$

سراسری ۸۴

۲۴- با توجه به اشکال ۱ و ۲ مقدار P چقدر است؟



$P = -1 \text{ ton}$ (۱)

$P = \frac{2}{3} \text{ ton}$ (۲)

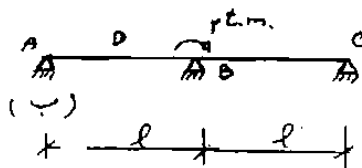
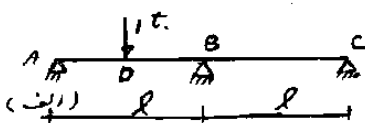
$P = \frac{4}{3} \text{ ton}$ (۳)

$P = \frac{8}{3} \text{ ton}$ (۴)

$-P \times 0.03 = -2 \times 0.04 \rightarrow P = \frac{8}{3} \text{ ton}$

سراسری ۸۱

۵۰- تیر ABC تحت بارگذاری (الف) و (ب) قرار گرفته است. اگر تحت اثر بارگذاری (الف) $\theta_B = 0.01 \text{ R}$ باشد، تغییر مکان نقطه D تحت



بارگذاری (ب) چقدر است؟

1.011 (۱)

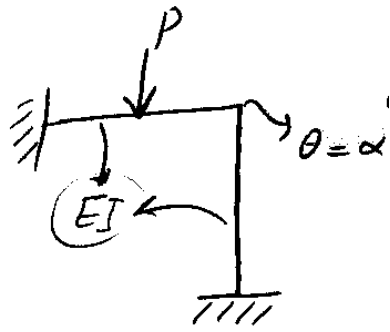
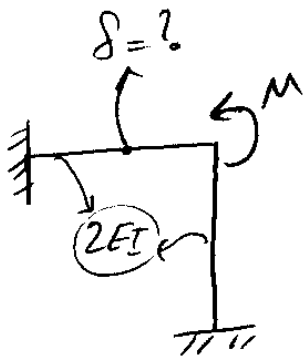
1.021 (۲)

1 cm (۳)

2 cm (۴)

$1 \times \Delta_D = 2 \times 0.01 \rightarrow \Delta_D = 0.02 \text{ m} = 2 \text{ cm}$

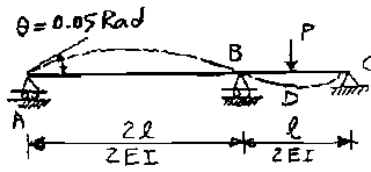
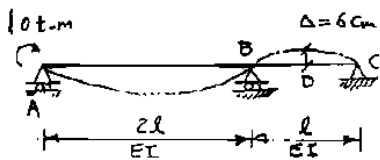
مثال:



$$P \times \delta = M \times \frac{\alpha}{2} \rightarrow \delta = \frac{M \times \alpha}{2P}$$

سراسری ۸۲

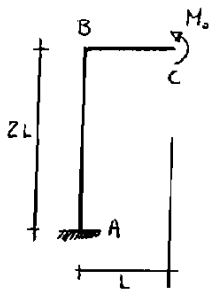
۴۶- با توجه به اشکال زیر مقدار P را به دست آورید. تغییر شکل تیر در اثر اعمال بار در شکل نشان داده شده است سختی هر تیر در کنار آن نوشته شده است؟



- ۱) 1/6 ton
- ۲) 25/3 ton
- ۳) 1/12 ton
- ۴) 50/3 ton

$$-10 \times 0.1 = -P \times 0.06 \rightarrow P = \frac{50}{3} \text{ ton}$$

سراسری ۸۳



۴Δ (۴)

Δ/۳ (۳)

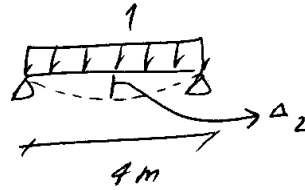
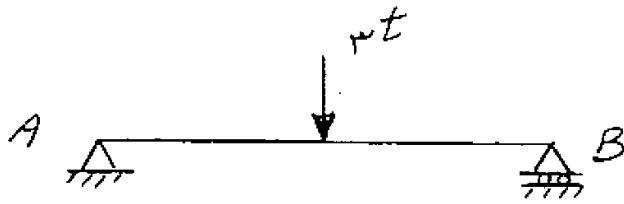
۲Δ (۲)

Δ (۱)

۷۰. اگر جابجایی افقی نقطه B تحت اثر ممان متمرکز M_۰ در انتهای آزاد C مطابق شکل روبرو برابر Δ باشد، آنگاه جابجایی قائم انتهای آزاد C تحت اثر بار افقی M_۰ در نقطه B چقدر خواهد بود؟

سراسری ۸۸

۸۲- تیر AB به طول ۴m و صلبیت خمشی $EI = 10^7 \text{ t.m}^2$ مفروض است. مساحت زیر منحنی تغییر شکل بر حسب cm^2 چقدر است؟ (منظور منحنی تغییر شکل ناشی از خعش می باشد.)



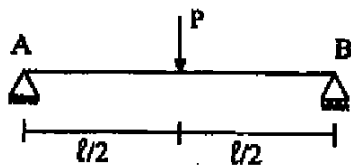
۱x مساحت زیر منحنی = 3x Δ_2 → مساحت زیر منحنی = $3 \times \frac{5}{384} \frac{1 \times 4^4}{EI}$

= $\frac{15 \times 4^4}{384 \times 10^7}$

= $0.001 \text{ m}^2 = 10 \text{ cm}^2$

دکتری ۹۱

۱۳- مساحت زیر منحنی تغییر شکل تیر AB تحت اثر بار P در وسط دهانه چقدر است؟



(۱) $\frac{Pl^4}{96EI}$

(۲) $\frac{Pl^4}{72EI}$

(۳) $\frac{Pl^4}{64EI}$

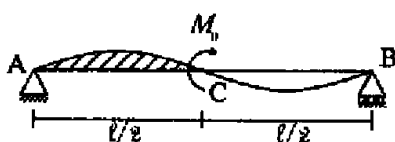
(۴) $\frac{5Pl^4}{384EI}$

دکتری ۹۲

۱۹- لنگر خمشی متمرکز M_0 به وسط تیر AB اعمال شده است. مساحت زیر منحنی تغییر شکل یافته تیر بین A و C (هاشور خورده) کدام است؟

(راهنمایی: استفاده از قضیه تقابل)

EI تیر ثابت فرض می شود.



(۱) $\frac{5M_0 l^3}{384EI}$

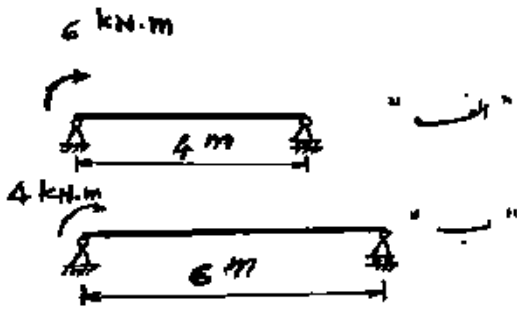
(۲) $\frac{7M_0 l^3}{384EI}$

(۳) $\frac{11M_0 l^3}{384EI}$

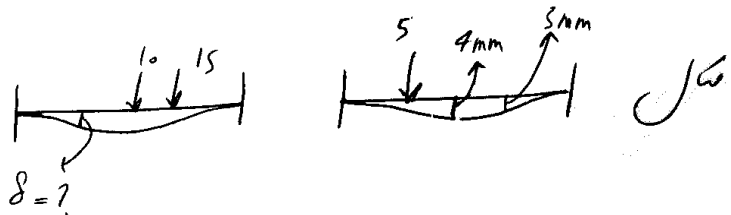
(۴) $\frac{M_0 l^3}{384EI}$

۶۳- در تیرهای داده شده با EI یکسان، سطح زیر منحنی تغییر شکل تیر ب چند برابر سطح زیر منحنی تغییر

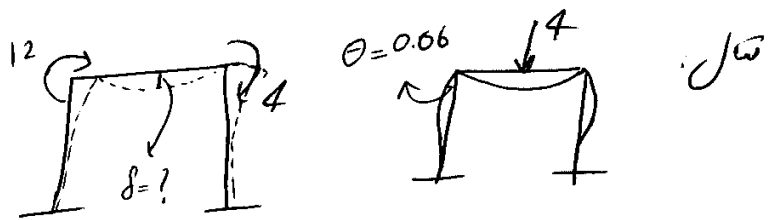
شکل تیر الف است؟



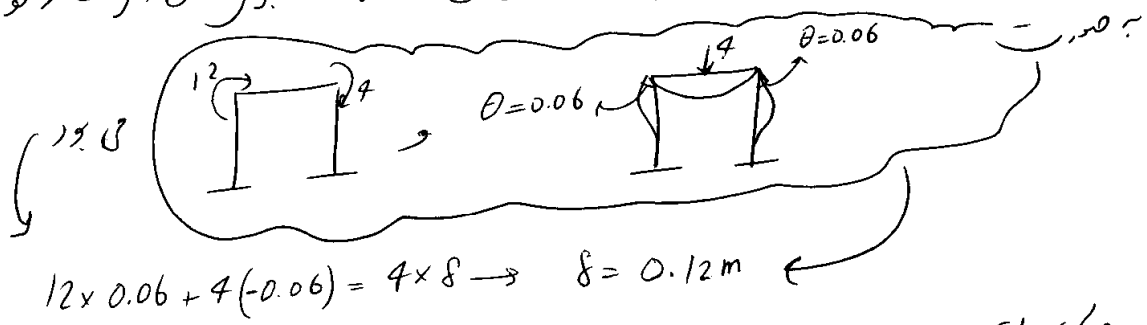
- (۱) ۰/۲۴۶
- (۲) ۰/۴۴۴
- (۳) ۲/۲۵
- (۴) ۳/۳۷۵



$$10 \times 4 + 15 \times 3 = 5 \times \delta \rightarrow \delta = \frac{85}{5} = 17 \text{ mm}$$



نکته: در برخی مسائل تغییر شکل که ناقص می‌رساند! برای مثال اگر مثلاً فوق

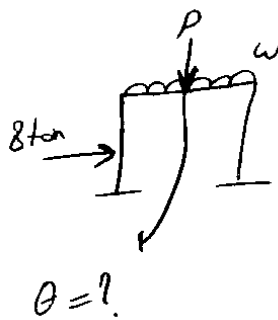


$$12 \times 0.06 + 4(-0.06) = 4 \times \delta \rightarrow \delta = 0.12 \text{ m}$$

دی باتوجه به تقارن لازم نیست (اگر اینجور راه شود خرابان می‌رانیم که $\theta_L = \theta_R = 0.06$ است)

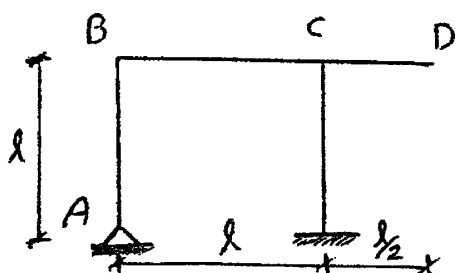
مثال

$\theta = 0.001$
 $\theta = 0.00586$
 $10 + m$
 $\delta_1 = ?$
 $\delta_2 = ?$
 $+10 \times 0.001 = -1 \times \delta_2 - 8 \times \delta_1$
 $+10 \times 0.00586 = 2 \times \delta_2 - 4 \times \delta_1$
 $\delta_1 = -3.95 \times 10^{-3} m$
 $\delta_2 = 2.143 \times 10^{-2} m$



آزاد ۸۹

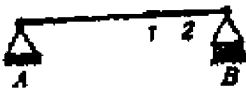
۷۵- در اثر اعمال لنگر $M = Pl$ به گره C، این نقطه به مقدار Δ تغییر مکان می دهد. جایابی قائم D در اثر اعمال نیروی افقی $2P$ به گره B کدام است؟ (EI ثابت است)



- (۱) 2Δ
- (۲) Δ
- (۳) $\frac{\Delta}{2}$
- (۴) $\frac{3}{2}\Delta$

آزاد ۸۸

۶۰- در تیر زیر تغییر مکان نقاط ۱ و ۲ تحت اثر بار قائم P در نقطه ۱ به ترتیب برابر Δ و $\frac{\Delta}{3}$ می باشد و تغییر مکان نقطه ۲ تحت اثر بار قائم 2P در نقطه ۲ برابر $\frac{4}{3}\Delta$ می باشد. اگر بارهای قائم P و 2P بطور همزمان در نقاط ۱ و ۲ وارد شوند انرژی کرنشی تیر چقدر می شود؟

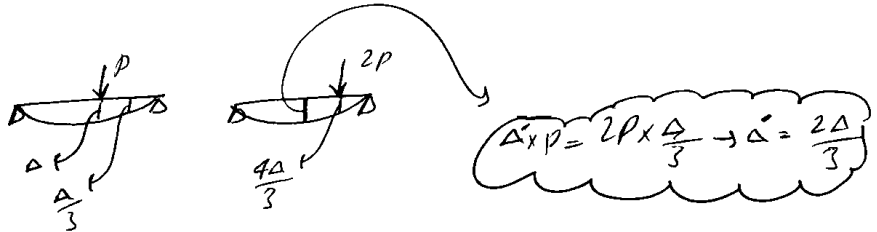


$\frac{5}{2}P\Delta$ (۴)

$\frac{11}{6}P\Delta$ (۳)

$\frac{5}{3}P\Delta$ (۲)

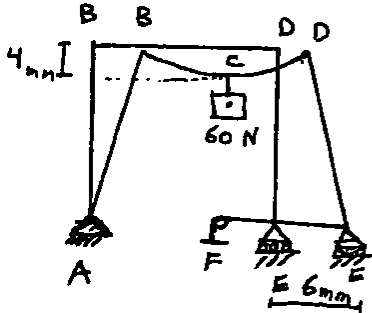
$\frac{7}{3}P\Delta$ (۱)



$$U = \frac{P\left(\Delta + \frac{2\Delta}{3}\right) + 2P\left(\frac{\Delta}{3} + \frac{4\Delta}{3}\right)}{2} = \frac{5P\Delta}{2}$$

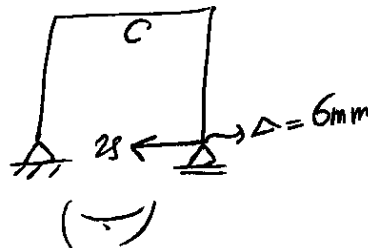
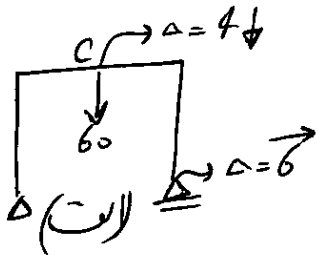
آزاد ۸۵

۷۸- تغییر شکل قابی تحت اثر بار ۶۰ نیوتن مطابق شکل زیر است. برای اینکه جابجایی تکیه گاه B در جهت افقی صفر شود باید بار ۲۵ نیوتن در آریز F قرار دهیم. تغییر مکان قائم C تحت اثر مشترک بارهای ۶۰ و ۲۵ نیوتنی چقدر است؟



۲ mm (۲)
0 (۱)

۱/۵ mm (۱)
۲/۵ mm (۳)



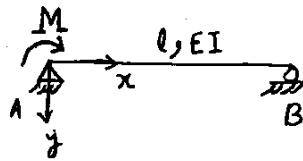
$$\Delta_c = 4 - 2.5 = 1.5 \text{ mm}$$

نتیجاً کانسول $\rightarrow (\Delta_c) \times 60 = -25 \times 6 \rightarrow \Delta_c = -2.5 \text{ mm}$

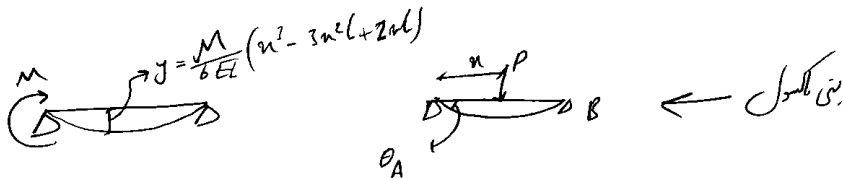
آزاد ۸۳

۲۹- در تیر زیر منحنی تغییر شکل تحت اثر لنگر M در تکیه گاه A بصورت $y(x) = \frac{M}{6EI}(x^3 - 3x^2l + 2xl^2)$ باشد. بار قائم P را در چه

فاصله‌ای از تکیه گاه B اعمال کنیم تا شیب تکیه گاه A ماکزیمم شود؟



- $\frac{l}{2}$ (۱)
- $\frac{\sqrt{3}}{2}l$ (۲)
- $\frac{\sqrt{3}}{4}l$ (۳)
- $\frac{\sqrt{3}}{3}l$ (۴)

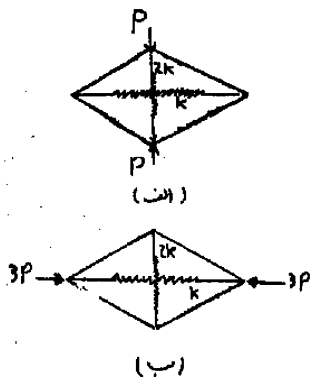


$$M \times \theta_A = P \times y \rightarrow \theta_A = \frac{Py}{M} \rightarrow \theta_A = \frac{P}{6EI}(x^3 - 3x^2l + 2xl^2) \rightarrow \theta'_A = 0 \rightarrow 3x^2 - 6xl + 2l^2 = 0$$

$$\rightarrow x = \left(\frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \times 3 \times 2}}{2 \times 3} \right) l \rightarrow x = \left(\frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{3}}{3} \right) l \rightarrow \text{غیر قابل قبول} \rightarrow \text{فاصله از B} = \frac{\sqrt{3}}{3}l$$

تمرین آزاد ۹۱

۷۸- اگر تحت بارگذاری نشان داده شده در سازه (الف)، نیروی ایجاد شده در فنر افقی برابر با F_0 باشد آنگاه تحت بارگذاری سازه (ب) چه نیرویی در فنر قائم آن ایجاد می‌شود؟



www.hoseinzadeh.com

$4F_0$ (۲)

$2F_0$ (۱)

$8F_0$ (۴)

$6F_0$ (۳)

گزینه ۳

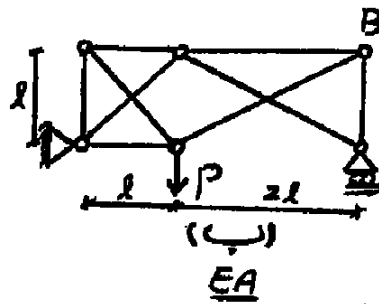
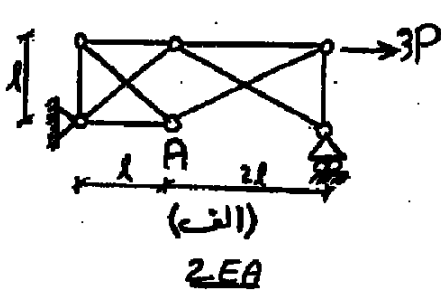
با استفاده از قانون بتی ماکسول می‌توان نوشت:

$$P(\text{الف}) \times \Delta(\text{ب}) = 3p(\text{ب}) \times \Delta(\text{الف})$$

با توجه به اینکه نیروی فنر در سازه الف برابر F_0 می‌باشد، و سختی فنر k می‌باشد، Δ فنر افقی در سازه الف برابر

می‌باشد. با فرض اینکه نیرو در فنر قائم سازه ب F باشد، داریم:

$$P \times \frac{F}{2k} = 3p \times \frac{F_0}{k} \rightarrow F = 6F_0$$



۶۵- اگر در خرپای الف (با صلبیت محوری $2EA$)، تغییرمکان قائم گره A برابر با Δ باشد آنگاه تغییرمکان القی گره B در خرپای ب (با صلبیت محوری EA) کدام است؟

$$\frac{3}{2} \Delta \quad (۴)$$

$$\frac{2}{3} \Delta \quad (۳)$$

$$\frac{\Delta}{2} \quad (۲)$$

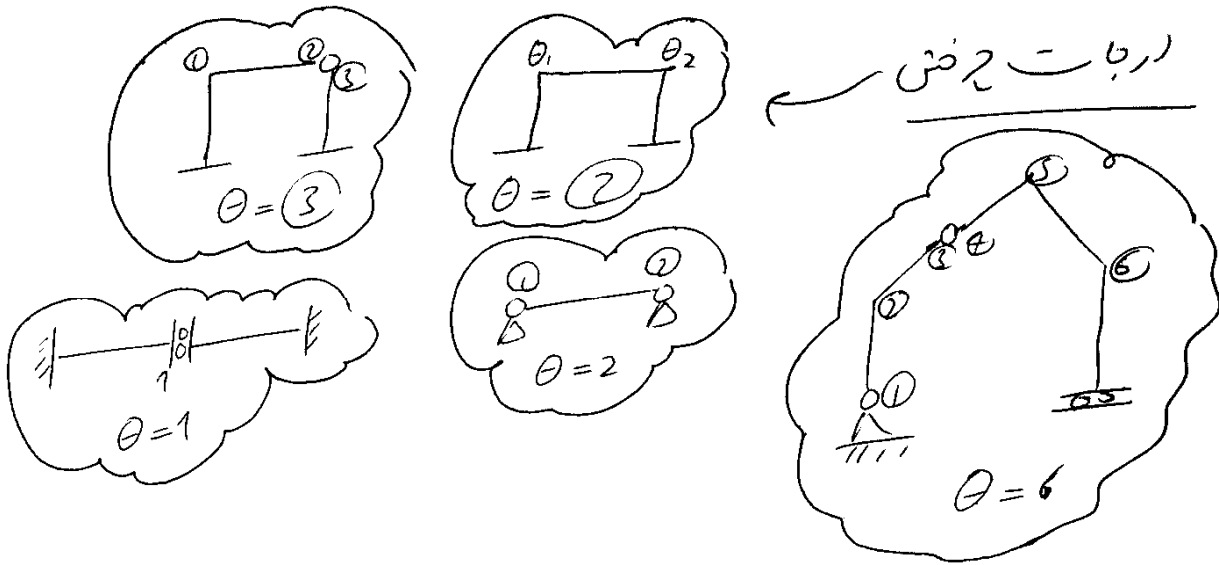
$$\frac{\Delta}{3} \quad (۱)$$

گزینه ۳: از قضیه بتی ماکسول استفاده می کنیم. دقت شود که در صورتی که سختی خرپای الف به جای $2EA$ برابر EA باشد، تغییرشکلهای آن دو برابر خواهند شد:

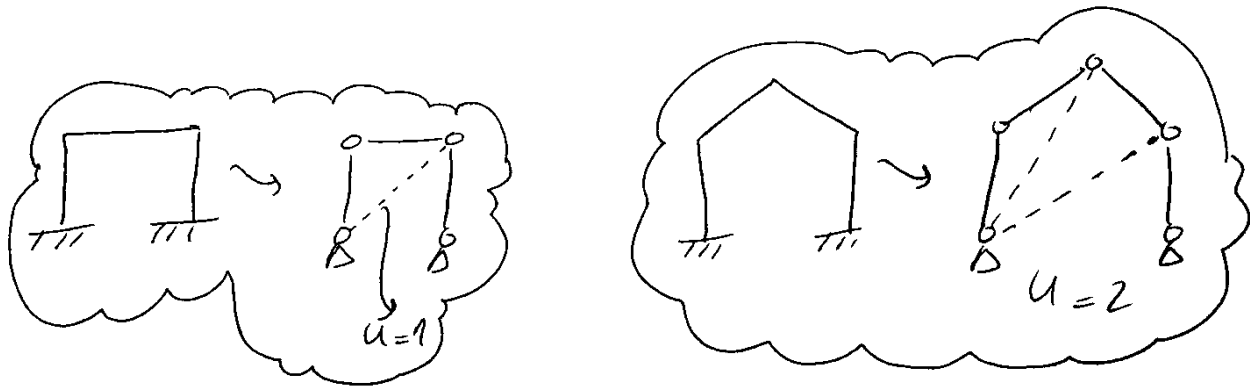
$$(2\Delta_{A-الف}) \times P = \Delta_{B-ب} \times 3P \rightarrow \Delta_{B-ب} = \frac{2}{3} \Delta$$

۱۲- شیب افست

درجات آزادی انتقال در فرض:



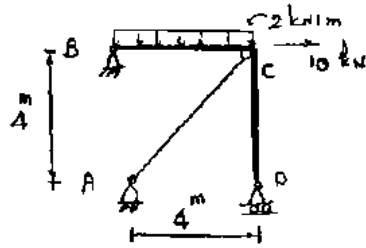
درجات انتقال



سراسری ۸۴

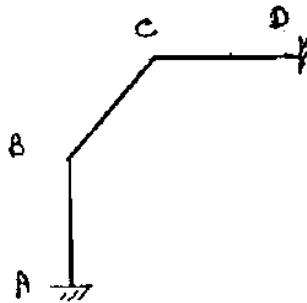
با صرف نظر کردن از اثر نیروی محوری در قطعه BCD، مقدار F_{AC} کدام است؟

$E = ۲ \text{ cm}^2$ ، سطح مقطع میله AC، $I = ۱۰۰ \text{ cm}^4$ (کلیه اعضاء)، ثابت $E =$



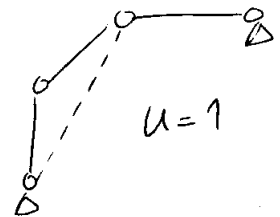
- (۱) صفر
- (۲) ۵ kN
- (۳) ۱۰ kN
- (۴) ۲۰ kN

سراسری ۸۴



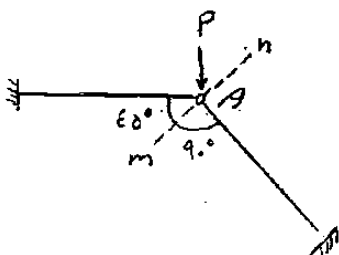
سازه شکل مقابل کلاً چند Δ مستقل دارد؟ (جابجایی هر گره: Δ)

- (۱) صفر
- (۲) یکی
- (۳) دو
- (۴) سه



سراسری ۸۵

۷۸- تغییر مکان نقطه A در راستای mm چقدر است؟ (طول اعضا ۱ و صلبيت خمشی آنها ۱ است.)



- (۱) صفر
- (۲) $\frac{PI^2}{3EI}$
- (۳) $\frac{\sqrt{2}PI^2}{6EI}$
- (۴) $\frac{\sqrt{2}PI^2}{3EI}$

دکتری ۹۳

۱۳- اگر هیچکدام از نقاط d, c, b در قاب زیر حرکت نداشته باشند، مقدار $\frac{Q}{P}$ چه قدر

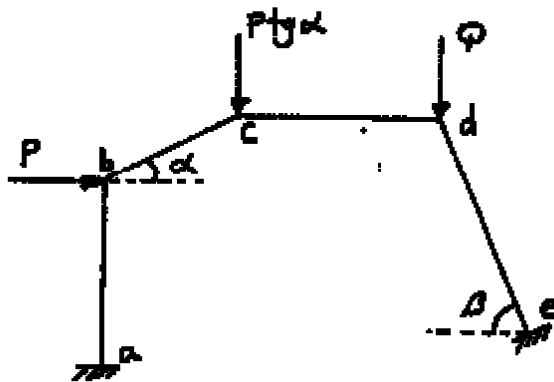
می‌باشد؟ (عضو ab عمودی و عضو cd افقی می‌باشد.)

(۱) $\cos \beta$

(۲) $\operatorname{tg} \beta$

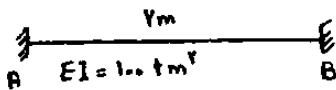
(۳) $\operatorname{tg} \alpha$

(۴) $\operatorname{tg} \alpha \times \operatorname{tg} \beta$



آزاد ۸۴

۲۶- لنگر گیرداری ناشی از نشست تکیه گاه B به اندازه ۵ سانتی متر در تکیه گاه A چقدر است؟



(۱) ۱۵ تن متر

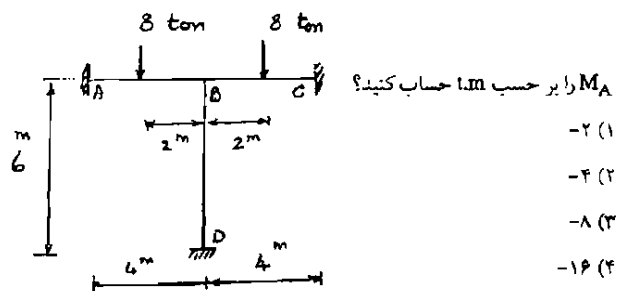
(۲) ۱۷/۲۵ تن متر

(۳) ۳/۷۵ تن متر

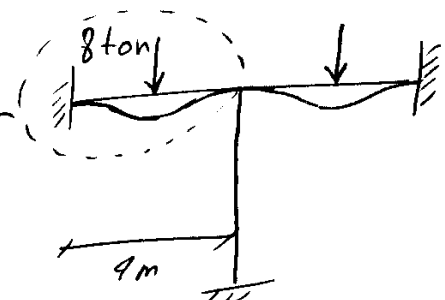
(۴) ۷/۵ تن متر

$$M_A = \frac{-6 EI \delta}{L^2} = \frac{-6 \times 100 \times 0.05}{7^2} = -7.5 \text{ t.m.}$$

سراسری ۸۱

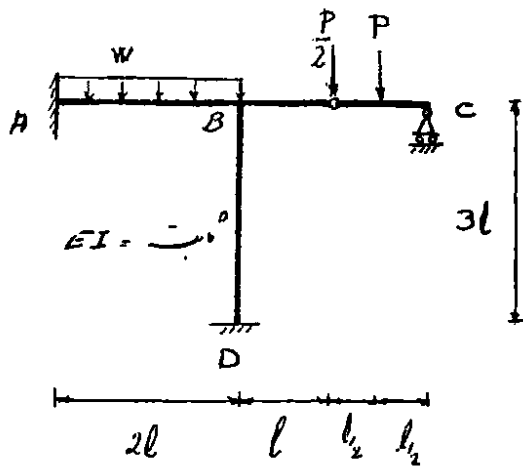


$$M_A = \frac{-PL}{8} = \frac{-8 \times 4}{8} = -4$$



سراسری ۹۲

۵۶- در سیستم روبه‌رو، P چقدر انتخاب شود تا M_D صفر شود؟



(۱) $\frac{wl}{3}$

(۲) $\frac{3wl}{8}$

(۳) $\frac{wl}{6}$

(۴) $\frac{wl}{12}$

با استفاده از روش شیب افت، گزینه ۱ صحیح است (M_D زمانی صفر می‌شود که دوران در گره B صفر باشد).

دکتری ۹۳

۱۶- در تیر یکسره زیر با تعداد دهانه‌های بینهایت، طول هر دهانه ℓ و صلبیت

خمشی EI می‌باشد. اگر تحت اثر لنگر M_0 ، لنگر در تکیه‌گاهها از قانون

$M_{i+1} = \alpha M_i$ ($i = 0, 1, \dots$) تبعیت کند میزان دوران در تکیه‌گاه ابتدایی

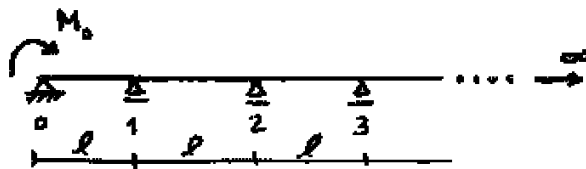
(θ_0) چه مقدار می‌باشد؟ ($\alpha = 2 - \sqrt{3}$)

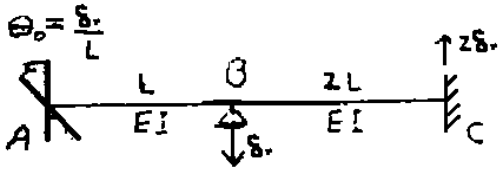
(۱) $\frac{3\alpha^2 M_0 \ell}{10 EI}$

(۲) $\frac{\sqrt{2} M_0 \ell}{6 EI}$

(۳) $\frac{2\alpha^2 M_0 \ell}{EI}$

(۴) $\frac{2 M_0 \ell}{10 EI}$





دوران گره B بر اثر نشست های تکیه گاهی نشان داده شده کدام است؟

$$\frac{8 \delta_0}{25 L}$$

$$\frac{7 \delta_0}{8 L}$$

$$\frac{7 \delta_0}{12 L}$$

$$\frac{25 \delta_0}{12 L}$$

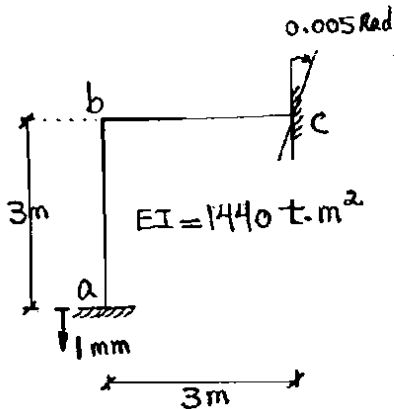
$$\begin{cases} M_{BC} = \frac{4EI \theta_B}{(2L)} + \frac{2EI (\theta_C)}{(2L)} - \frac{6EI (-2\delta_0)}{(2L)^2} \\ M_{BA} = \frac{4EI \theta_B}{L} + \frac{2EI (-\frac{\delta_0}{L})}{L} - \frac{6EI (\delta_0)}{L^2} \end{cases}$$

$$M_{BC} + M_{BA} = 0 \rightarrow (2\theta + 4.5 \frac{\delta_0}{L}) + 4\theta - \frac{2\delta_0}{L} - \frac{6\delta_0}{L} = 0$$

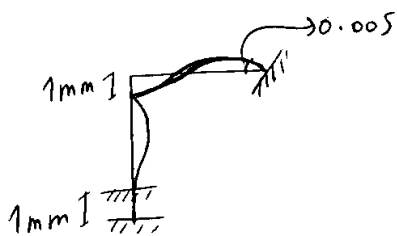
$$\rightarrow \theta = \frac{3.5 \delta_0}{6 \times L} = \frac{7\delta_0}{12L}$$

سراسری ۸۴

در قاب شکل مقابل تحت نشست در تکیه گاه a و دوران در تکیه گاه c، M_{cb} بر حسب kg.m چقدر است؟ (از تغییر شکل های محوری و برشی صرف نظر می گردد.)



- ۸۱۶۰ (۱)
- ۸۶۴۰ (۲)
- ۹۱۲۰ (۳)
- ۱۰۵۶۰ (۴)



برگانه M_{cb}

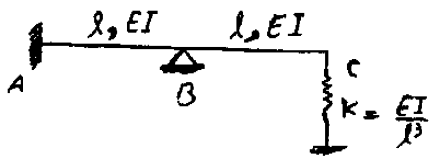
نیاز به θ داریم بنابراین ابتدا θ_b را حساب می کنیم

$$M_{bc} + M_{ba} = 0$$

$$\left(\frac{4EI\theta_b}{3} + \frac{2 \times 0.005 \times EI}{3} - \frac{6EI(-0.001)}{3^2} \right) + \left(\frac{4EI\theta_b}{3} \right) = 0$$

$$\rightarrow \theta_b = \frac{-0.002 - 0.01}{8} \Rightarrow M_{cb} = \frac{4EI(0.005)}{3} + \frac{2EI(-0.0015)}{3} - \frac{6EI(0.001)}{3^2}$$

$$\rightarrow M_{cb} = 2.12 \text{ t.m} = 212 \text{ kg.m}$$



۶۹- اگر تحت بارگذاری عرضی نامشخص در قسمت AB، فنر به اندازه δ_0 فشرده شود. آنگاه دوران گره C کدام است؟

$\frac{5\delta_0}{6l}$ (۲) $\frac{1\delta_0}{6l}$ (۱)

$\frac{\delta_0}{l}$ (۴) $\frac{2\delta_0}{3l}$ (۳)

گزینه ۲

نیروی وارد بر فنر برابر است با: $F_C = \frac{EI}{L^3} \delta_0$ و در نتیجه لنگر در نقطه B برابر است با: $M_B = FL = \frac{EI}{L^2} \delta_0$
 حال با استفاده از روابط شیب افت برای قسمت BC داریم:

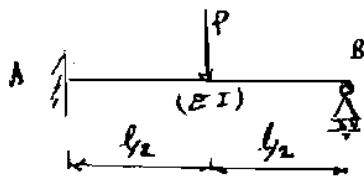
$$M_{CB} = 0 = \frac{4EI\theta_C}{l} + \frac{2EI\theta_B}{l} - \frac{6EI\delta_0}{l^2} \rightarrow \frac{4EI\theta_B}{l} = -\frac{8EI\theta_C}{l} + \frac{12EI\delta_0}{l^2}$$

$$M_{BC} = FL = \frac{EI}{l^2} \delta_0 = \frac{4EI\theta_B}{l} + \frac{2EI\theta_C}{l} - \frac{6EI\delta_0}{l^2} = -\frac{6EI\theta_C}{l} + \frac{6EI\delta_0}{l^2} \rightarrow \theta_C = \frac{5\delta_0}{6l}$$

۱۲-۱- روش اصلاح شده

سراسری ۸۳

۷۴. تکیه‌گاه B به اندازه ۱cm نشست می‌کند، M_A را حساب کنید؟

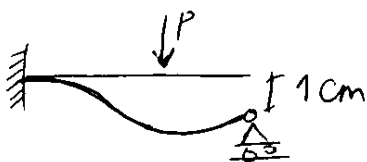


$M_A = -\frac{pl}{8} - \frac{3EI}{l^2}$ (۱)

$M_A = -\frac{3pl}{16} - \frac{6EI}{l^2}$ (۲)

$M_A = -\frac{3pl}{16} - \frac{3EI}{l^2}$ (۳)

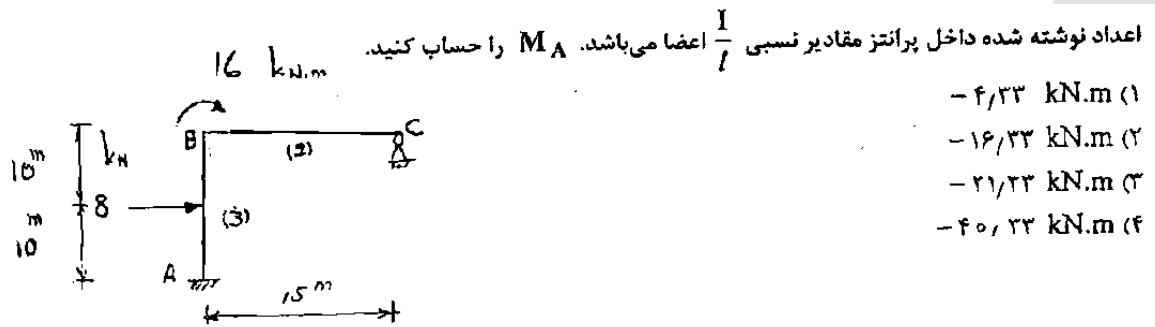
$M_A = -\frac{pl}{8} - \frac{6EI}{l^2}$ (۴)



$$M_A = \frac{3EI(\theta_A)}{l} - 1.5 \frac{PL}{8} - \frac{3EI(1)}{l^2}$$

$$= -\frac{3PL}{16} - \frac{3EI}{l^2}$$

سراسری ۸۵



- (۱) $-۴,۳۳ \text{ kN.m}$
- (۲) $-۱۶,۳۳ \text{ kN.m}$
- (۳) $-۲۱,۳۳ \text{ kN.m}$
- (۴) $-۴۰,۳۳ \text{ kN.m}$

نگرانی

$$M_{BC} + M_{BA} = 16$$

$$[3(2)(E)\theta_B] + [4(3)(E)\theta_B + \frac{8 \times 20}{8}] = 16$$

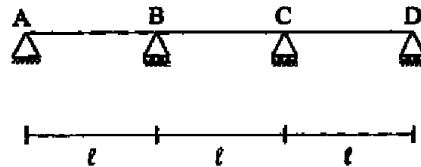
$$\rightarrow \theta_B = \frac{-2}{2E} \implies M_A = \frac{2EI\theta_B}{20} - \frac{8 \times 20}{8} = 2(3)E\theta_B - 20$$

$$\implies M_A = 6 \times \left(\frac{-2}{2}\right) - 20 = -21.33$$

دکتری ۹۱

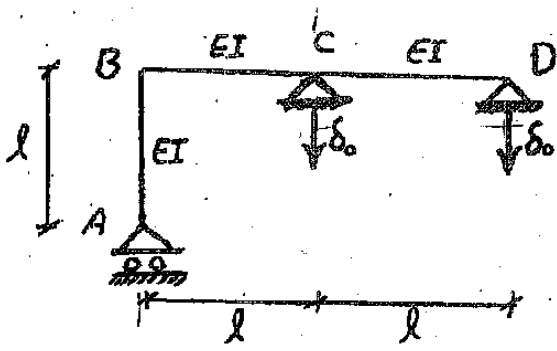
۲۰- تکیه‌گاه B تیر مطابق شکل به اندازه $0,04 \text{ m}$ به سمت پائین نشست می‌کند. لنگر خمشی آن تکیه‌گاه کدام است؟

(EI را ثابت فرض کنید.)



- (۱) $0,018 \frac{EI}{l^2}$
- (۲) $0,046 \frac{EI}{l^2}$
- (۳) $0,072 \frac{EI}{l^2}$
- (۴) $1,44 \frac{EI}{l^2}$

آزاد ۹۲



۷۶- دوران گره C در قاب نشان داده شده تحت نشست‌های تکیه‌گاهی به مقدار δ_0 کدام است؟

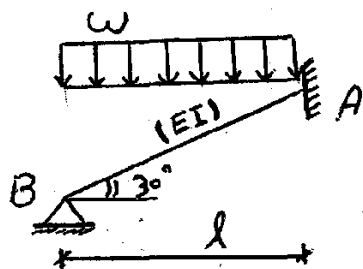
$2 \frac{\delta_0}{l}$ (۲)

$\frac{1}{2} \frac{\delta_0}{l}$ (۱)

$4 \frac{\delta_0}{l}$ (۴)

$3 \frac{\delta_0}{l}$ (۳)

آزاد ۹۲



۶۲- لنگر تکیه‌گاه گیردار A کدام است؟

$\frac{\omega l^2}{8}$ (۲)

$\frac{\omega l^2}{4}$ (۱)

$\frac{\omega l^2}{24}$ (۴)

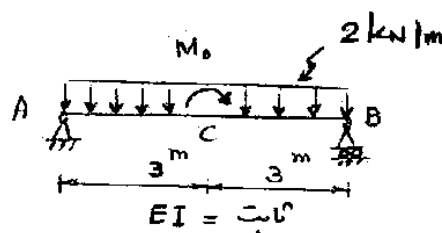
$\frac{\omega l^2}{12}$ (۳)

گزینه ۲: $M = 1.5 \frac{wl^2}{12} = \frac{wl^2}{8}$

۱۲-۲- تقارن در شیب افت

سراسری ۸۷

۷۷- M_0 را آنچنان تعیین کنید که θ_c برابر 0.02 رادیان گردد.



$0.01 EI$ (۱)

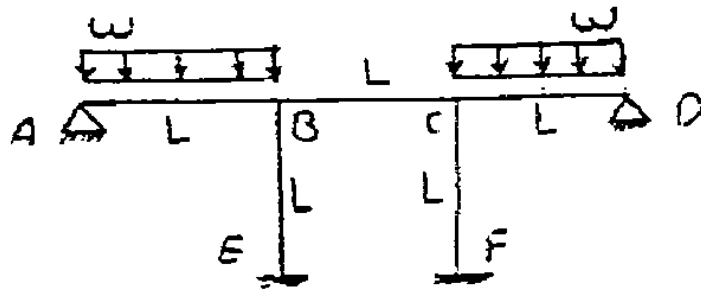
$0.02 EI$ (۲)

$0.04 EI$ (۳)

$0.08 EI$ (۴)

آزاد ۸۷

M_{BE} کدام است؟



$$\frac{wL^3}{28} = \frac{wL^3}{8}$$

$$\frac{wL^3}{18} = \frac{5wL^3}{72}$$

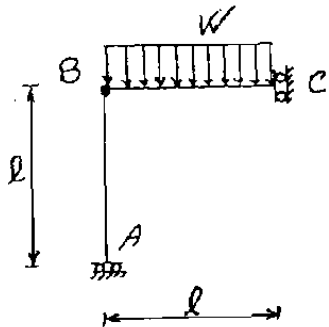
برای بدست آوردن M_{BE} باید θ_B را داشته باشیم
 برای بدست آوردن θ_B از رابطه $M_{BA} + M_{BE} + M_{BC} = 0$ استفاده می‌کنیم

$$\left(\frac{3EI\theta}{L} + 1.5 \times \frac{wL^2}{12}\right) + \left(\frac{4EI\theta}{L}\right) + \left(\frac{4EI\theta}{L} - \frac{2EI\theta}{L}\right) = 0$$

$$\rightarrow \theta(3+4+2) = -\frac{wL^3}{8EI} \rightarrow \theta = -\frac{wL^3}{72EI} \rightarrow M_{BE} = \frac{4EI\theta}{L} = -\frac{wL^2}{18}$$

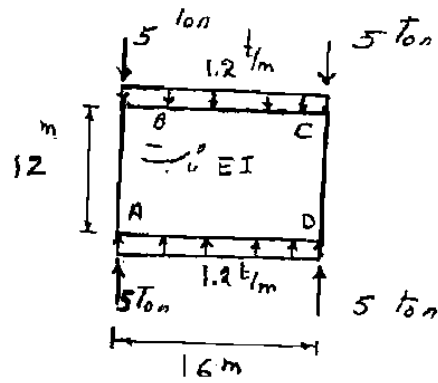
سراسری ۸۴

۶۴- در قاب شکل مقابل صلبیت خمشی اعضا EI می‌باشد. دوران سمت راست مفصل B (مربوط به تیر BC) مطابق با کدام پاسخ می‌باشد؟



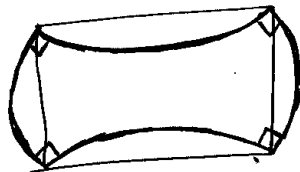
- (۱) $\frac{wl^3}{3EI}$
- (۲) $\frac{wl^3}{2EI}$
- (۳) $\frac{wl^3}{4EI}$
- (۴) $\frac{wl^3}{6EI}$

سراسری ۸۶



۶۱- در بسازه شکل زیر چرخش θ_B چقدر است؟

- (۱) $\frac{25}{6 EI}$
- (۲) $\frac{614}{4 EI}$
- (۳) $\frac{43}{9 EI}$
- (۴) $\frac{87}{8 EI}$



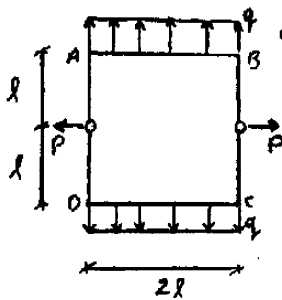
با توجه به تئورن
 $\theta_C = -\theta_B$
 $\theta_A = -\theta_B$

با توجه به تئورن $M_{BC} + M_{BA} = 0$

$$\left[\frac{4EI\theta_B}{16} + \frac{2EI(-\theta_B)}{16} - \frac{qL^2}{12} \right] + \left[\frac{4EI\theta_B}{12} + \frac{2EI(-\theta_B)}{12} \right] = 0$$

$$\rightarrow \theta_B = \frac{87.8}{EI}$$

آزاد ۹۱



۷۴- در شکل نشان داده شده، مقدار q چقدر باشد تا دوران در گوشه‌های بسازه مربعی صفر گردد؟ (EI ثابت می باشد)

(۲) $q = \frac{3P}{2l}$

(۱) $q = \frac{2P}{3l}$

(۴) $q = \frac{2P}{5l}$

(۳) $q = \frac{5P}{2l}$

گزینه ۲

با توجه به اینکه دوران گرهها صفر است:

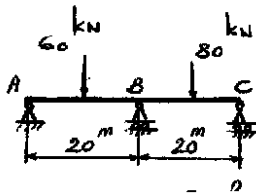
$M_{BA} = \frac{q(2L)^2}{12}$

, $M_{BC} = \frac{p}{2} \times L$

$\rightarrow M_{BA} = M_{BC} \rightarrow q = \frac{3P}{2L}$

سراسری ۹۱

۶۴- در صورتی که تیر در نقطه B قطع شود، چه مقدار لنگر خمشی به صورت () باید به دو لبه تیر در این نقطه اعمال گردد تا تیر به حالت اول بر گردد.



- (۱) ۵۲۵
- (۲) ۱۸۷,۵۵
- (۳) ۲۶۲,۵
- (۴) ۹۳,۷۷

در واقع مسأله مقدار لنگر خمشی را در نقطه B می‌خواهد

با استفاده از روش شیب است:

$$\sum M_B = 0 \rightarrow M_{BA} + M_{BC} = 0$$

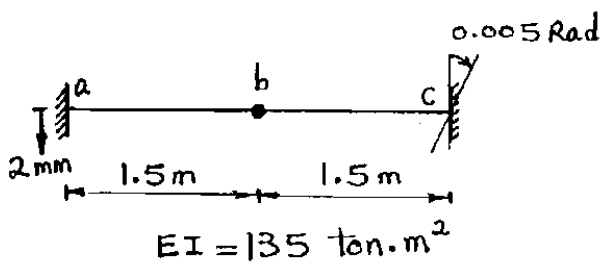
$$\rightarrow \left[\frac{3EI\theta_B}{20} + 1.5 \times \frac{60 \times 20}{8} \right] + \left[\frac{3EI\theta_B}{20} - 1.5 \times \frac{80 \times 20}{8} \right] = 0$$

$$\rightarrow \frac{3EI\theta_B}{20} = \frac{1}{2} \times 1.5 \times \frac{20 \times 20}{8}$$

$$\rightarrow M_{BA} = \frac{3EI\theta_B}{20} + 1.5 \times \frac{60 \times 20}{8} = 1.5 \times \frac{70 \times 20}{8} = \frac{2100}{8} = \boxed{262.5}$$

سراسری ۸۳

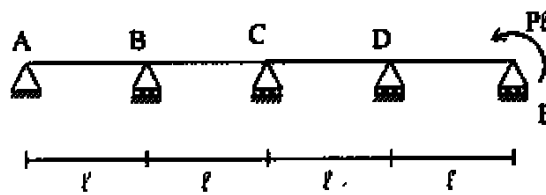
۷۶- در تیر شکل مقابل تحت نشست و چرخش نکیه‌گاهی نشان داده شده M_{ab} بر حسب $kg.m$ کدام است ؟



- (۱) ۴۰۵
- (۲) ۴۹۵
- (۳) ۸۵۵
- (۴) ۹۳۵

دکتری ۹۳

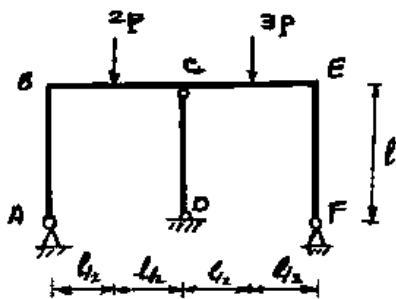
۲۰- تیر سراسری مطابق شکل و با صلبیت خمشی ثابت EI مفروض است. نسبت لنجر خمشی تکیه‌گاه D به تکیه‌گاه B برابر است با:



- ۵ (۱)
- ۲۰ (۲)
- ۱۵ (۳)
- ۱۰ (۴)

سراسری ۹۴

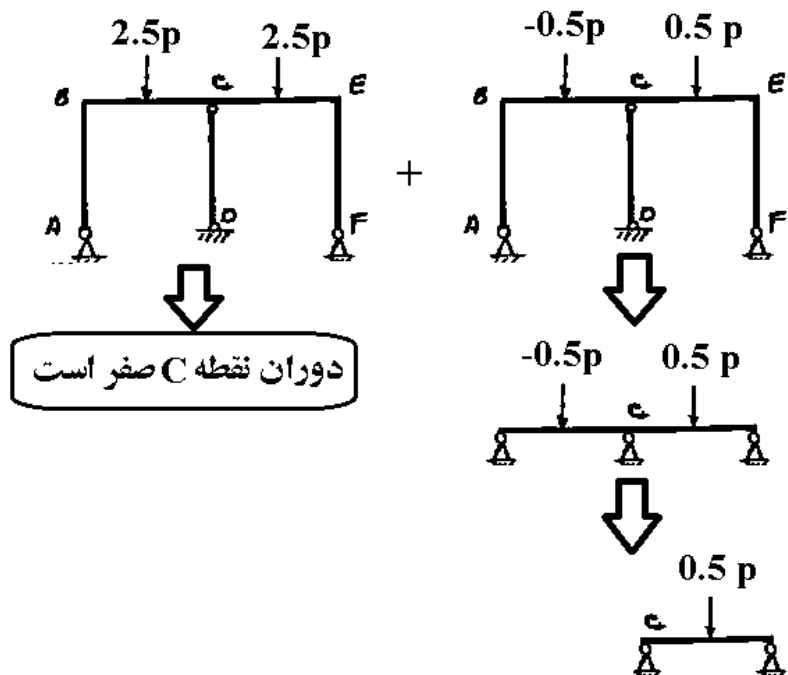
۶۲- کدام است θ_C ؟ (ثابت EI =)



- $\frac{P l^2}{16EI}$ (۱)
- $\frac{P l^2}{24EI}$ (۲)
- $\frac{P l^2}{32EI}$ (۳)
- $\frac{\Delta P l^2}{48EI}$ (۴)

بارگذاری را می‌توان به مجموع دو سازه متقارن و پادمتقارن تبدیل کرد. در سازه متقارن مقدار دوران صفر خواهد بود. مقدار دوران در سازه پادمتقارن با استفاده از روش شیب افت قابل محاسبه می‌باشد:

$$\sum M_C = 0 \rightarrow M_{CE} = 0 \rightarrow \frac{3EI}{L} \theta_C - 1.5 \left(\frac{0.5PL}{8} \right) = 0 \rightarrow \theta_C = \frac{PL^2}{32EI}$$

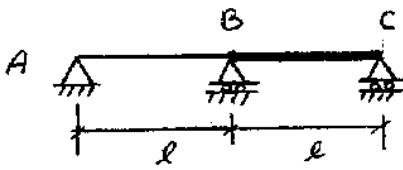


دوران نقطه C صفر است

۱۲-۳- میله صلب در شیب افت

سراسری ۸۷

۷۱- تیر دو دهانه ABC مفروض است. دهانه AB با صلبیت خمشی EI و دهانه BC با صلبیت خمشی بینهایت است. اگر تکیه‌گاه C به اندازه δ به سمت بالا حرکت کند. لنگر خمشی تکیه‌گاه B را محاسبه کنید.



$$\frac{EI\delta}{l^2} \quad (1)$$

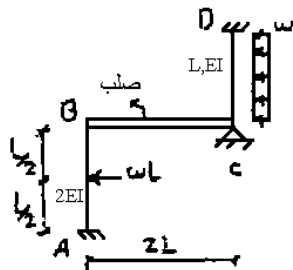
$$\frac{2EI\delta}{l^2} \quad (2)$$

$$\frac{3EI\delta}{l^2} \quad (3)$$

$$\frac{6EI\delta}{l^2} \quad (4)$$

آزاد ۸۷

۶۶- لنگر تکیه‌گاه گیردار A و D کدام است؟



$$M_A = \frac{\omega L^2}{8} \quad , \quad M_D = \frac{\omega L^2}{12} \quad (7)$$

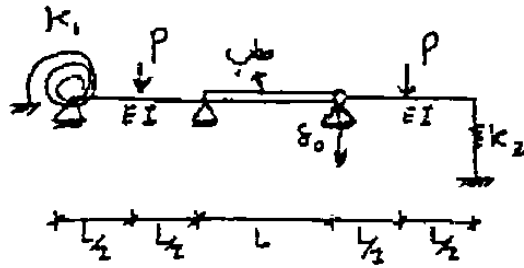
$$M_A = M_D = \frac{\omega L^2}{8} \quad (1)$$

$$M_A = M_D = \frac{\omega L^2}{12} \quad (11) \quad , \quad M_A = \frac{3\omega L^2}{8} \quad , \quad M_D = \frac{3\omega L^2}{16} \quad (12)$$

آزاد ۸۷

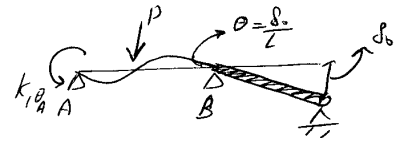
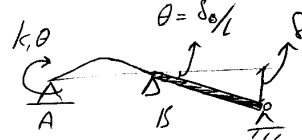
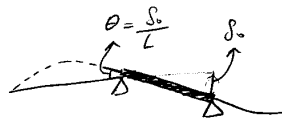
۷۲- لنگر فنر تحت بارگذاری نشان داده شده و نسبت تکیه گاه‌ها به مقدار δ_0 کدام است؟

$$\left(K_1 = \frac{4EI}{L}, K_2 = \frac{EI}{L^3} \right)$$



$$\frac{2EI\delta_0}{L^2} + \frac{PL}{8} \quad (1) \quad \frac{EI\delta_0}{L^2} - \frac{PL}{16} \quad (2)$$

$$\frac{4EI\delta_0}{L^2} + \frac{3PL}{8} \quad (3) \quad \frac{PL}{16} - \frac{EI\delta_0}{2L^2} \quad (4)$$



نرخ تکیه گاه

$$A \text{ تکیه گاه} \Rightarrow M_{AB} = M_0 \Rightarrow M_{BA} = -K_1 \theta_A$$

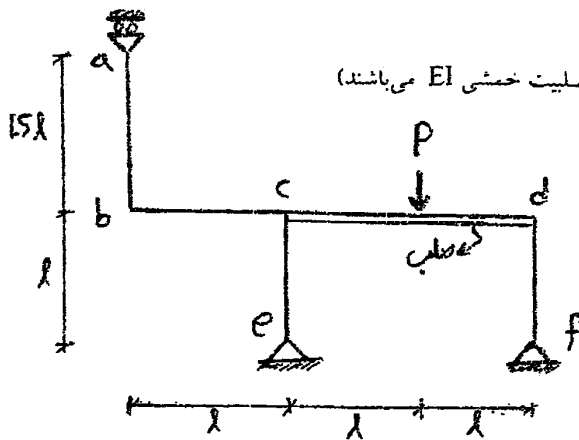
$$\left(\frac{4EI\theta_A}{L} - \frac{PL}{8} + \frac{2EI\theta_B}{L} \right) = -\frac{4EI}{L} \theta_A$$

$$\rightarrow \frac{4EI\theta_A}{L} - \frac{PL}{8} + \frac{2EI\delta_0}{L^2} = -\frac{4EI\theta_A}{L} \rightarrow \theta_A \left(\frac{8EI}{L} \right) = \frac{PL}{8} - \frac{2EI\delta_0}{L^2}$$

$$\rightarrow \theta_A = \frac{PL^2}{64EI} - \frac{\delta_0}{4L} \rightarrow M = -K_1 \theta = -\frac{PL}{16} + \frac{EI\delta_0}{L^2}$$

آزاد ۸۹

۷۷- دوزان گره b کدام است؟ (میلنگ cd صلب و سایر اجزاء دارای صلیب خمشی EI می‌باشند)

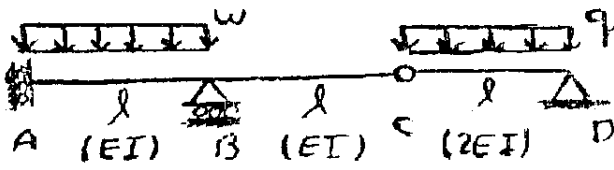


$$\frac{Pl^2}{EI} \quad (1) \quad \frac{Pl^2}{3EI} \quad (2)$$

$$\frac{Pl^2}{2EI} \quad (3) \quad \text{صفر} \quad (4)$$

آزاد ۹۰

۷۵- نسبت $\frac{w}{q}$ چقدر باشد تا تغییر مکان تکیه گاه A صفر گردد؟



$\frac{6}{5}$ (۲)

$\frac{5}{6}$ (۱)

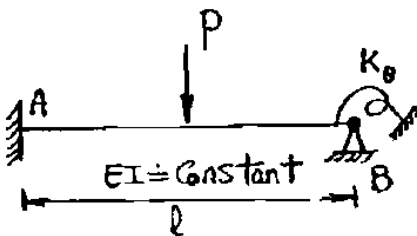
$\frac{24}{5}$ (۴)

$\frac{5}{24}$ (۳)

۱۲-۴- فنر پیچشی در شیب افت

سراسری ۸۲

۵۰- در تیر شکل مقابل ممان در فنر پیچشی تکیه گاه B کدامست؟

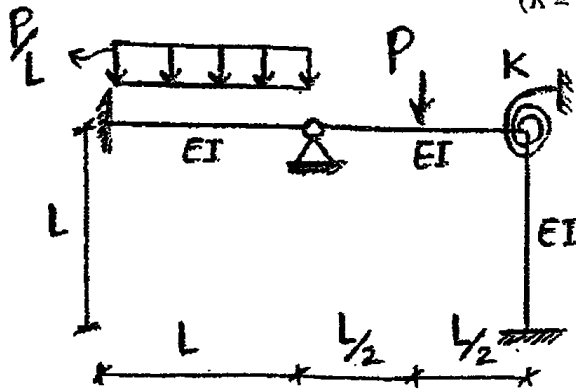


$K_\theta = \frac{2EI}{l}$

- $\frac{Pl}{12}$ (۱)
- $\frac{Pl}{16}$ (۲)
- $\frac{Pl}{24}$ (۳)
- $\frac{Pl}{8}$ (۴)

آزاد ۸۹

۷۶- در سازه نشان داده شده لنگر فتر کدام است؟ $(K = \frac{7EI}{L})$

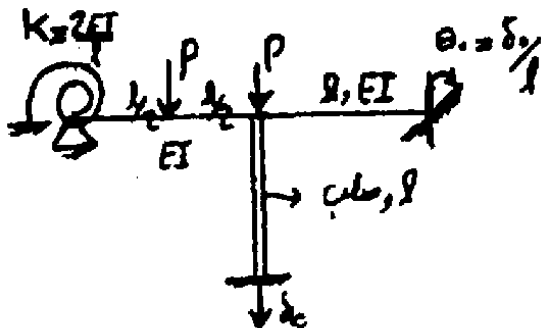


(۱) $\frac{PL}{16}$ (۲) $\frac{PL}{8}$

(۳) $\frac{PL}{24}$ (۴) صفر

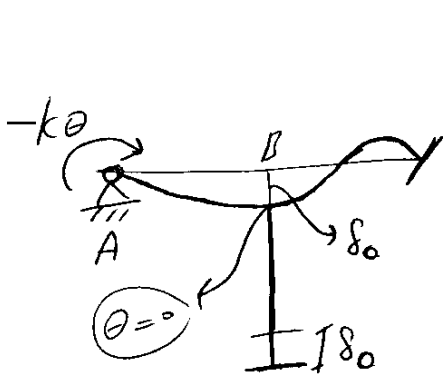
آزاد ۸۸

۷۵- در سازه نشان داده شده لنگر فتر کدام است؟ $(\delta_0$ و θ_0 نشت های تکیه گاه می و ک سختی فتر می باشد.)



(۱) $\frac{EI \delta_0}{l^2} + \frac{Pl}{8}$ (۲) $\frac{2EI \delta_0}{l^2} + \frac{Pl}{16}$

(۳) $\frac{EI \delta_0}{l^2} + \frac{3Pl}{16}$ (۴) $\frac{2EI \delta_0}{l^2} + \frac{Pl}{24}$



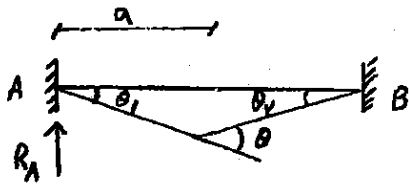
نشت فتر
A گره
 $M_{AB} = -k\theta$

$$\left(\frac{4EI\theta_A}{L} - \frac{6EI\delta_0}{L^2} - \frac{PL}{8} \right) = -\frac{2EI}{L}\theta_A$$

$$\rightarrow \theta_A = \frac{\delta_0}{L} + \frac{PL^2}{48EI}$$

$$M_A = k\theta_A = \frac{2EI}{L}\theta_A = \frac{2EI\delta_0}{L^2} + \frac{PL}{24}$$

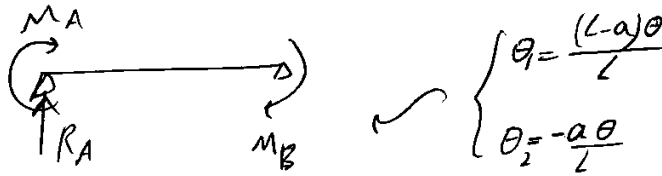
۱۰- عکس العمل تکیه کاه A ناشی از خطای ساخت نشان داده شده در شکل چقدر است؟



EI, l

$$R_A = \left(1 - \frac{a}{l}\right) \frac{6EI\theta}{l^2} \quad (v) \quad R_A = \left(1 - \frac{2a}{l}\right) \frac{2EI}{l^2} \theta \quad (i)$$

$$R_A = \left(1 - \frac{2a}{l}\right) \frac{6EI\theta}{l^2} \quad (e) \quad R_A = \left(1 - \frac{a}{l}\right) \frac{2EI\theta}{l^2} \quad (c)$$



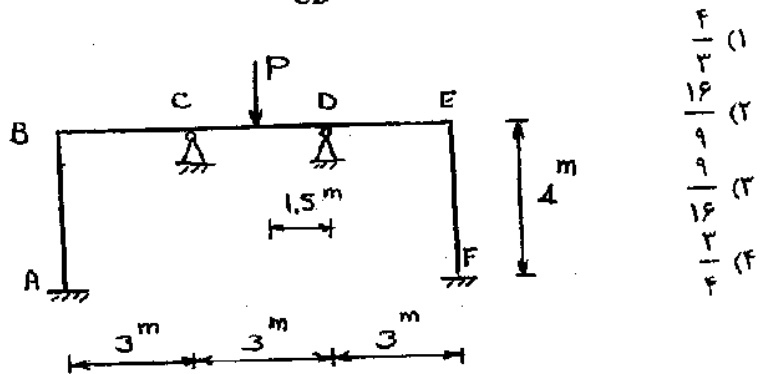
$$M_B = \frac{4EI(-a\theta)}{L^2} + 2 \left[\frac{(L-a)\theta}{L} \right] \times \frac{EI}{L} \quad M_A = \frac{4EI}{L} \left[\frac{(L-a)\theta}{L} \right] + \frac{2EI}{L} \left(\frac{a\theta}{2} \right)$$

$$R_A \times L + M_A + M_B = 0 \rightarrow R_A = -\frac{(M_A + M_B)}{L} = \frac{EI}{L^2} \theta \left[\frac{4a}{L} - \frac{2(L-a)}{L} - \frac{4(L-a)}{L} + \frac{2a}{L} \right]$$

$$= \frac{EI\theta}{L^2} \left[\frac{12a - 6L}{L} \right] = \frac{6EI\theta}{L^2} \left[\frac{2a}{L} - 1 \right]$$

سراسری ۸۷

$\theta_C = \frac{1}{EI} \text{ rad}$ P- را آنچنان انتخاب کنید که: $M_{CD} = 0$



$EI = \dots$

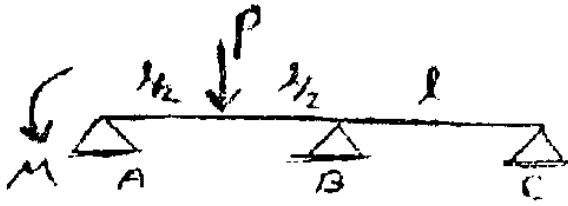
$$M_{CD} = \frac{4EI\theta_C}{L} + \frac{2EI\theta_D}{L} - \frac{PL}{8} \xrightarrow{\theta_D = -\theta_C}$$

$$M_{CD} = \frac{2EI\theta_C}{3} - \frac{3P}{8}$$

$$\left. \begin{matrix} M_{CD} = 0 \\ \theta_C = \frac{1}{EI} \end{matrix} \right\} \rightarrow \frac{2}{3} - \frac{3P}{8} = 0 \rightarrow P = \frac{16}{9}$$

آزاد ۹۰

۷۶- مقدار M چقدر باشد تا عکس العمل قائم تکیه‌گاه C صفر گردد؟ (صلبیت خمشی تیر EI ثابت می‌باشد)



$$\frac{1}{6} PL \quad (1)$$

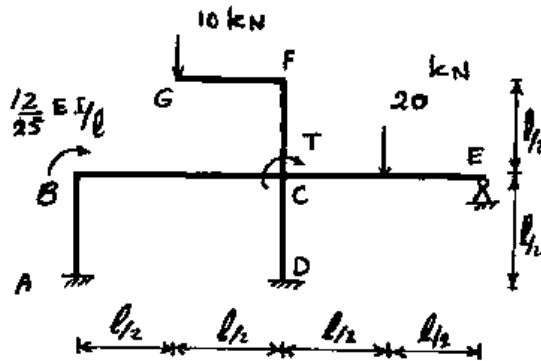
$$\frac{1}{16} PL \quad (2)$$

$$\frac{3}{16} PL \quad (3)$$

$$\frac{3}{8} PL \quad (3)$$

سراسری ۹۴

۶۰- اگر T آنچنان باشد که انرژی خمشی در سازه را حداقل کند، θ_B چقدر است؟ (از تغییر شکل ناشی از سایر انرژی‌ها صرف‌نظر می‌شود) (ثابت $EI =$)



$$0,08 \quad (1)$$

$$0,04 \quad (2)$$

$$0,02 \quad (3)$$

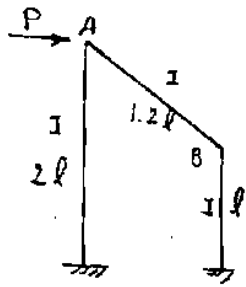
$$0,01 \quad (4)$$

برای حداقل شدن انرژی مقدار T باید چنان باشد که دوران نقطه C صفر شود.

اگر مقدار دوران C صفر باشد، با نوشتن روابط شیب افت برای نقطه B مقدار دوران آن بدست می‌آید:

$$\frac{4EI}{L} \theta_B + \frac{4EI}{L} \theta_B = \frac{12EI}{25L}$$

$$\theta_B = \frac{1}{25} = 0.04$$

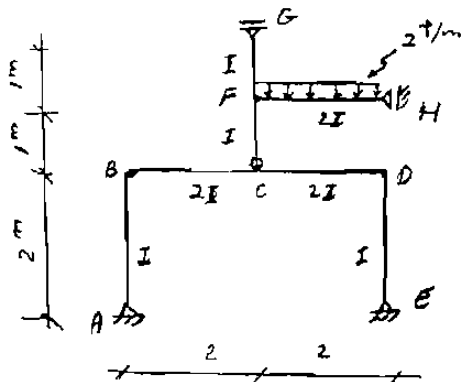


- در قاب شکل مقابل، چنانچه θ_B و θ_A معلوم باشد، در مورد تعیین M_{AB} کدام درست است؟
- (۱) با نوشتن معادله شیب افت به دست می آید.
 - (۲) بدون محاسبه Δ (تغییر مکان جانبی) نمی توان M_{AB} را به دست آورد.
 - (۳) با داشتن θ_B و θ_A برش پای ستون ها را باید حساب کرد و سپس لنگر M_{AB} را به دست آورد.
 - (۴) ابتدا باید معادلات شیب افت را برای ستون ها نوشت سپس از معادلات تعادل M_{AB} را محاسبه نمود.

چون از تغییرشکل های محوری صرف نظر می شود، عضو AB تغییر شکل جانبی ندارد ($\delta_{AB}=0$).

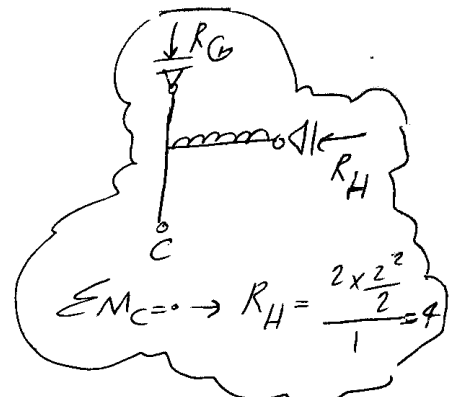
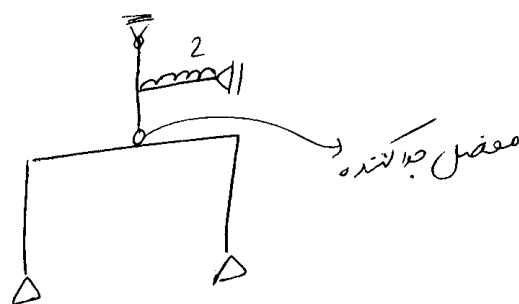
$$M_{AB} = \frac{4EI\theta_A}{1.2L} + \frac{2EI\theta_B}{1.2L}$$

بنابراین با داشتن θ_B و θ_A می توان مقدار M را محاسبه نمود (گزینه ۱)

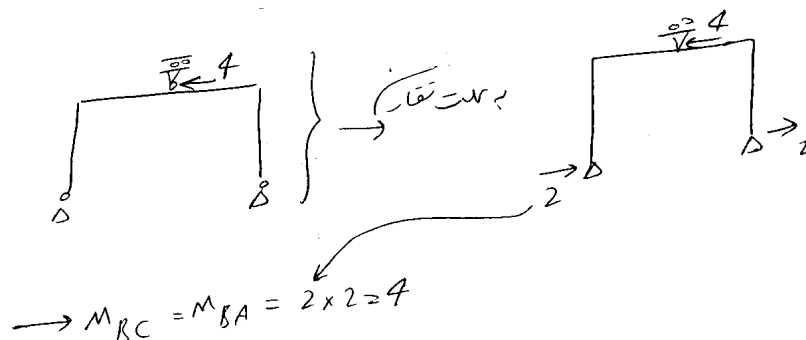


M_{BC} را بر حسب t.m حساب کنید و از تغییر طول اعضاء صرف نظر شود؟

- (۱) صفر
- (۲) ۴
- (۳) ۶
- (۴) ۸

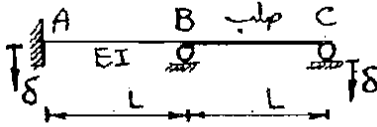


با صرف نظر از تغییر شکل مگر تغییر مکان قائم C صواب است:

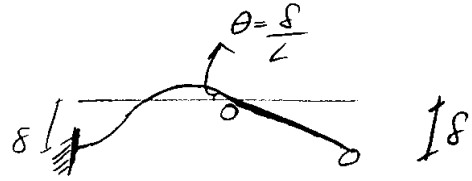
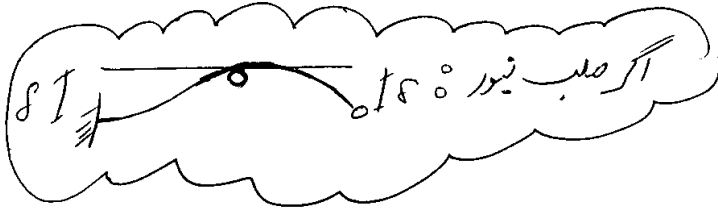


تمرین سراسری ۸۴

۶۷- در تیر شکل مقابل تحت نشست‌های تکیه‌گاهی نشان داده شده، M_{AB} چقدر است؟



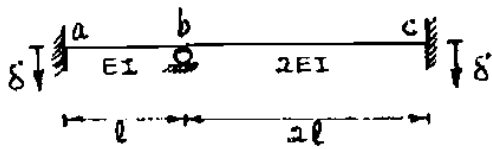
- (۱) $\frac{8EI\delta}{L^2}$
- (۲) $\frac{6EI\delta}{L^2}$
- (۳) $\frac{4EI\delta}{L^2}$
- (۴) $\frac{2EI\delta}{L^2}$



$$M_{AB} = \frac{2EI\left(\frac{\delta}{L}\right) - 6EI(-\delta)}{L^2} = +\frac{8EI\delta}{L^2}$$

تمرین سراسری ۸۳

۶۸- در تیر شکل مقابل تحت نشست‌های تکیه‌گاهی نشان داده شده M_{ab} کدام است؟

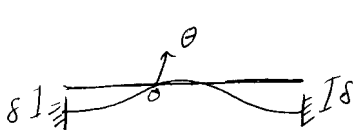


(۴) $0,25 \frac{EI\delta}{l^2}$

(۳) $3,75 \frac{EI\delta}{l^2}$

(۲) $7 \frac{EI\delta}{l^2}$

(۱) $3 \frac{EI\delta}{l^2}$



$M_{ba} + M_{bc} = 0$

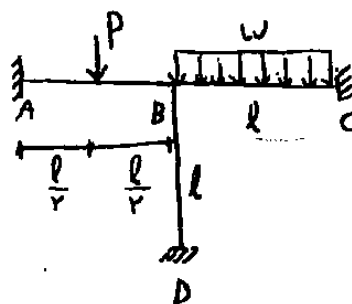
$$\left(\frac{4EI\theta}{l} - \frac{6EI(-\delta)}{l^2} \right) + \left(\frac{4(2EI)\theta}{2l} - \frac{6(2EI)\delta}{(2l)^2} \right) = 0$$

$$\rightarrow \frac{\theta EI(4+4)}{l} = -\frac{6EI\delta}{l^2} + \frac{3EI\delta}{l^2} \rightarrow \theta = \frac{-3\delta}{8l}$$

$$\rightarrow M_{ab} = \frac{2EI\theta}{l} - \frac{6EI(-\delta)}{l^2} = EI\left(-\frac{6}{8} \frac{\delta}{l^2} + \frac{6\delta}{l^2}\right) = 5,25 \frac{EI\delta}{l^2}$$

تمرین آزاد ۸۳

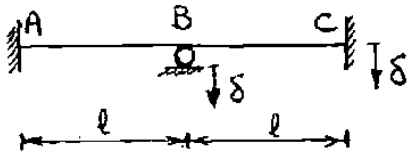
۲۷- در سازه زیر بار P چقدر باشد تا ممان در تکیه گاه D برابر صفر شود؟



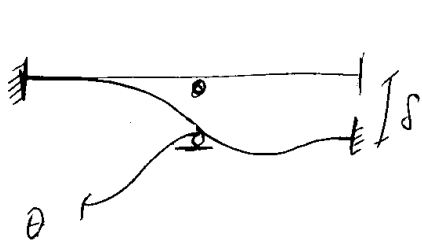
- (۱) $\frac{wl}{3}$
- (۲) wl
- (۳) $\frac{2}{3} wl$
- (۴) $\frac{4}{3} wl$

تمرین سراسری ۸۱

در تیر ممتد شکل مقابل با صلبیت خمشی ثابت EI، تحت نشست‌های تکیه‌گاهی نشان داده شده، M_{AB} کدام است؟



- (۱) $\frac{3EI\delta}{l^2}$
- (۲) $\frac{6EI\delta}{l^2}$
- (۳) $\frac{7/5EI\delta}{l^2}$
- (۴) $\frac{2/5EI\delta}{l^2}$



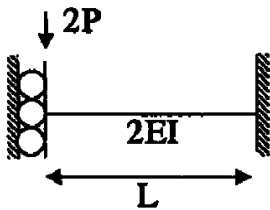
$$M_{BA} + M_{BC} = 0$$

$$\left(\frac{4EI\theta}{L} - \frac{6EI\delta}{L^2}\right) + \left(\frac{4EI\theta}{L}\right) = 0$$

$$\rightarrow \theta = \frac{3}{4} \frac{\delta}{L} \rightarrow M_{AB} = \left(\frac{2EI\theta}{L} - \frac{6EI\delta}{L^2}\right) = -\frac{4.5EI\delta}{L^2}$$

تمرین: آزاد ۹۳

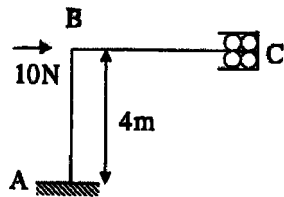
۶۵ شیب در وسط دهانه تیر مقابل کدام است؟



- (۱) $\frac{PL^2}{8EI}$
- (۲) $\frac{PL^2}{4EI}$
- (۳) $\frac{PL}{8EI}$
- (۴) $\frac{PL}{4EI}$

تمرین: آزاد ۹۳

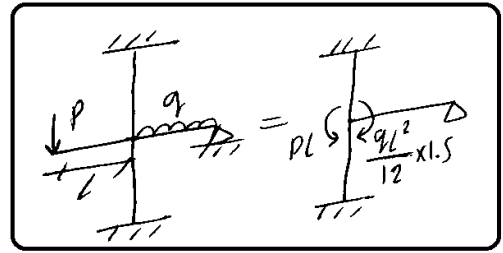
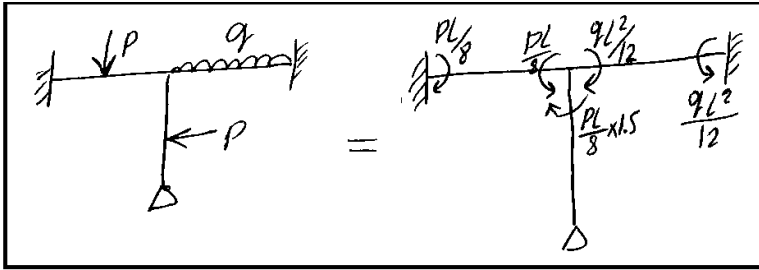
۹۹ لنگر در C کدام است؟



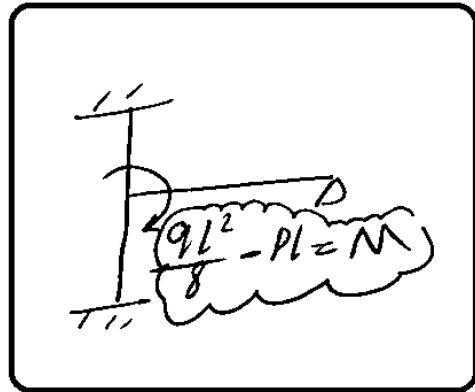
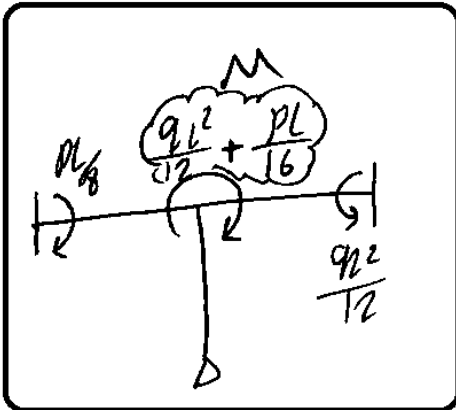
- (۱) -16KN.m
- (۲) +16KN.m
- (۳) -8KN.m
- (۴) صفر

۱۳- پخش لنگر

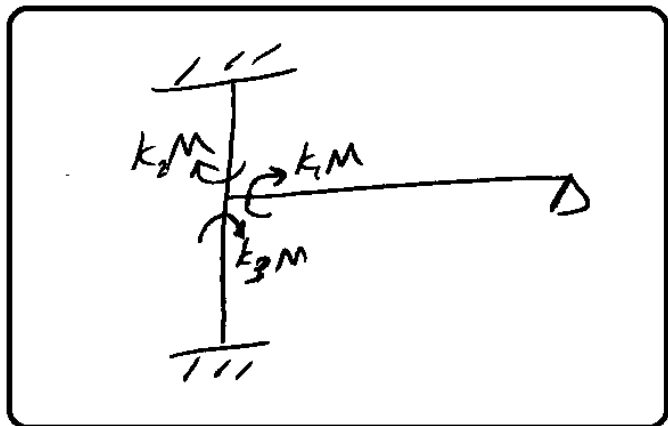
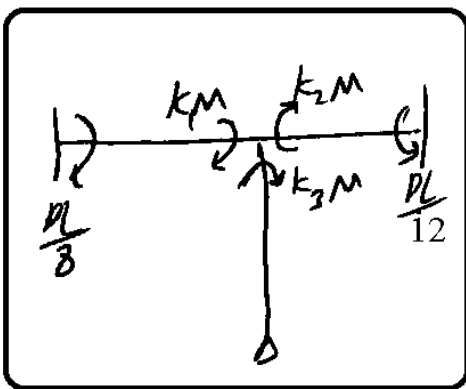
۱- ابتدا لنگر های ناشی از بارها را به گره های کناری منتقل می کنیم:



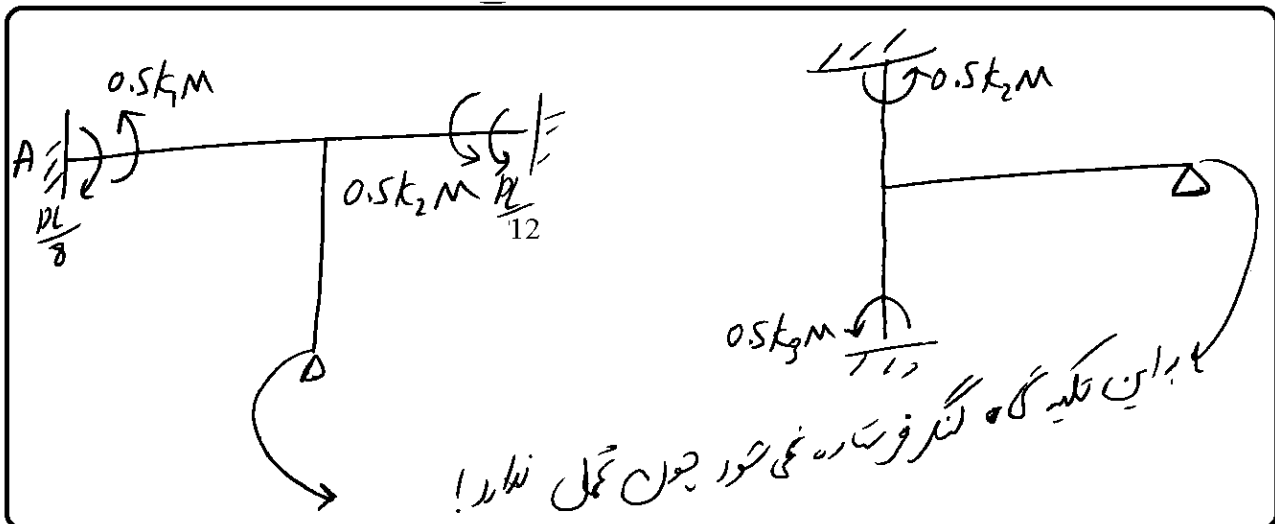
۲- برآیند لنگر ها را می نویسیم:



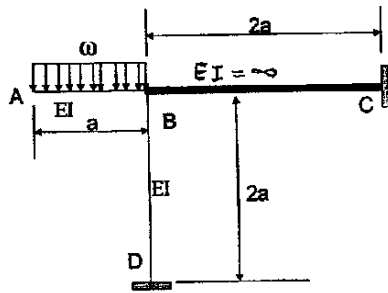
۳- لنگر نامتعادل پس فرستاده می شود:



۴- لنگر های تقسیم شده به تکیه گاههای کناری فرستاده می شوند:

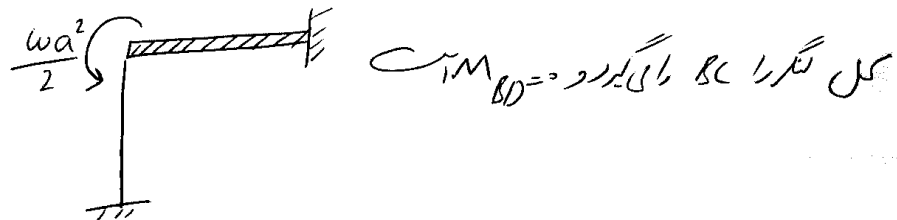


سراسری ۸۷



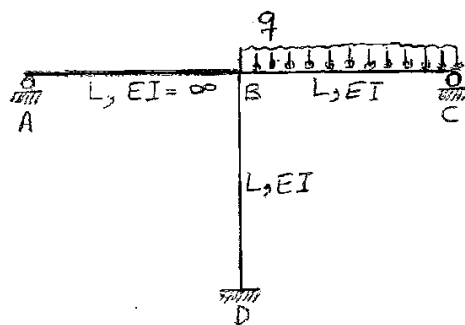
۷۲- در قاب مقابل لنگر انتهای B در ستون BD چقدر است؟

- (۱) صفر
- (۲) $\omega a^2 / 2$
- (۳) $2\omega a^2 / 3$
- (۴) $\omega a^2 / 4$



سراسری ۸۶

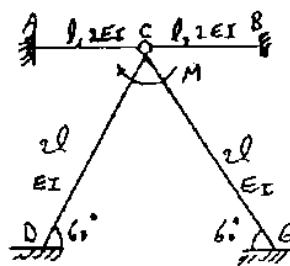
۸۰- در سازه نشان داده شده عکس العمل A کدام است؟



- (۱) $\frac{qL}{4}$
- (۲) $\frac{qL}{2}$
- (۳) $\frac{qL}{12}$
- (۴) $\frac{qL}{8}$

سراسری ۸۲

۵۲- در سازه شکل زیر لنگر M_{AC} و M_{DC} چقدر خواهد شد؟



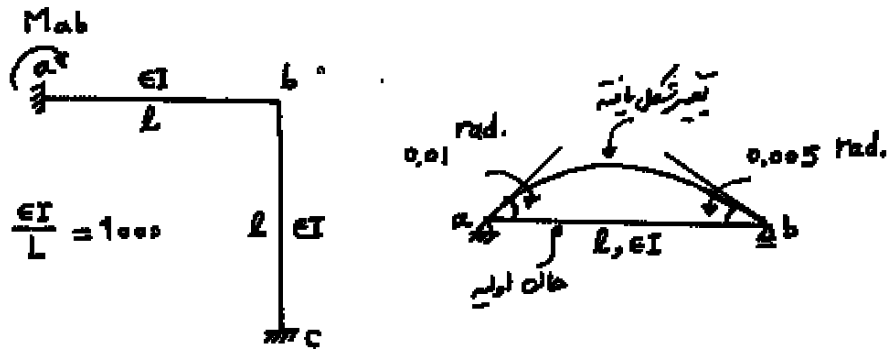
- (۱) $\frac{M}{4}$ و صفر
- (۲) $\frac{M}{4}$ و $\frac{3M}{4}$
- (۳) $\frac{M}{2}$ و صفر
- (۴) $\frac{M}{2}$ و $\frac{M}{6}$

لنگر M تنها توسط اعضای DC و GC جذب می شود و چون سختی آنها برابر است بین آنها تقسیم می شود:

$$\begin{cases} M_{AC} = 0 \\ M_{DC} = \frac{1}{2} \left(\frac{M}{2} \right) = \frac{M}{4} \end{cases}$$

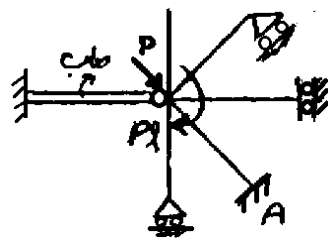
دکتری ۹۳

۱۵- میزان انحراف تکیه‌گاه a در قاب زیر در اثر تغییر درجه حرارت در تیر ab چه مقدار می‌باشد، اگر عضو ab روی تکیه‌گاه‌های مفصلی تحت اثر تغییر درجه حرارت مشابه به صورت زیر تغییر شکل دهد؟



- (۱) ۲۰-
- (۲) ۲۵-
- (۳) ۲۰
- (۴) ۲۵

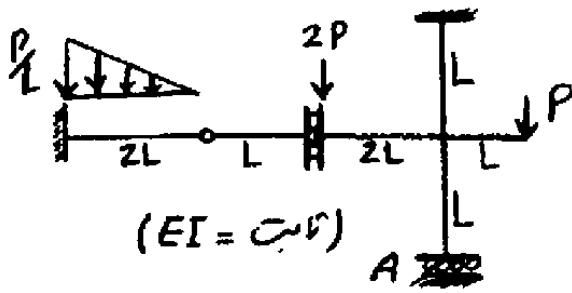
آزاد ۸۸



۷۰- انحراف تکیه‌گاه A گیردار است؟ (EI ثابت و طول تمام اعضاء l می‌باشد).

- (۱) $\frac{Pl}{4}$
- (۲) $\frac{Pl}{2}$
- (۳) $\frac{2}{11}Pl$
- (۴) صفر

آزاد ۸۸



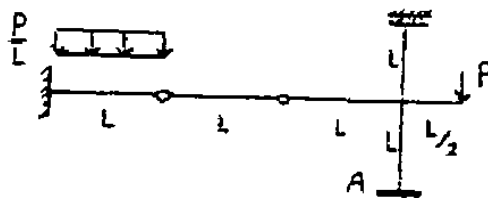
۸۰- لنگر تکیه گاه غلتکی برشی A کدام است؟
(نیروی $2P$ در سمت راست مفصل برشی وارد شده است.)

$\frac{3}{5} PL$ (۲) $\frac{1}{2} PL$ (۱)

$\frac{2}{11} PL$ (۱) $\frac{6}{11} PL$ (۳)

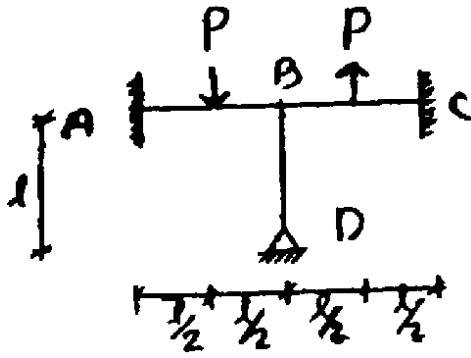
آزاد ۸۷

لنگر تکیه گاه گیردار A کدام است؟ (صلبیت خمشی: EI ثابت می ماند)



$\frac{PL}{10}$ (۱) $\frac{PL}{8}$ (۳) $\frac{PL}{4}$ (۲) $\frac{PL}{5}$ (۱)

آزاد ۸۸



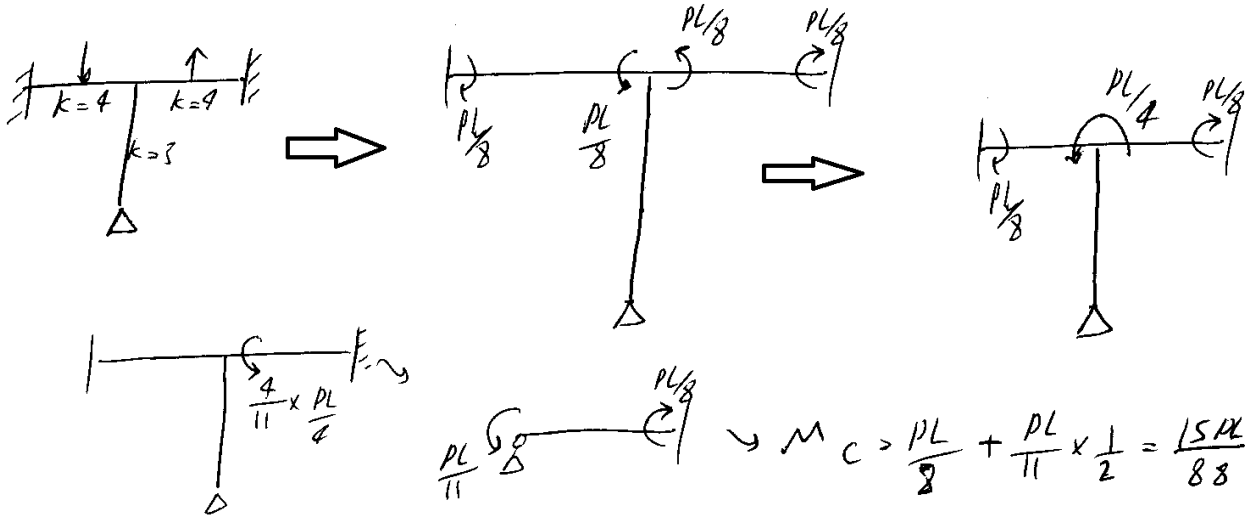
۷۷- لنگر نگی گاه C کدام است؟ (EI ثابت)

(۲) $\frac{15}{88} Pl$

(۱) $\frac{7}{88} Pl$

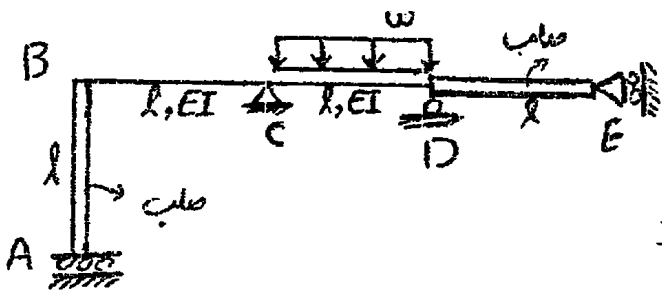
(۱) $\frac{11}{56} Pl$

(۳) $\frac{Pl}{8}$



آزاد ۸۹

۷۸- لنگر B کدام است؟

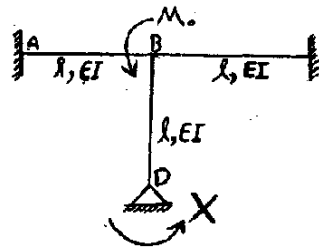


(۱) $\frac{wl^2}{28}$

(۲) $\frac{wl^2}{32}$

(۳) $\frac{wl^2}{24}$

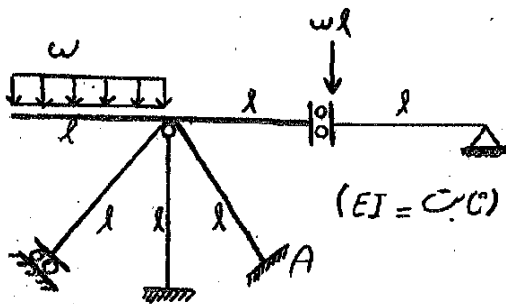
(۱) صفر



۶۹- مقدار لنگر X چقدر باشد تا انرژی ذخیره شده در قلاب مقابل حداقل گردد؟ (صلبیت خمشی اعضاء EI می باشد)

- (۱) $\frac{M_0}{2}$
- (۲) $\frac{M_0}{4}$
- (۳) $\frac{M_0}{3}$
- (۴) $\frac{M_0}{6}$

گزینه ۴: مقدار X باید چنان باشد که دوران گره D صفر شود (تا انرژی حداقل شود). بنابراین فرض می کنیم که تکیه گاه D گیردار است و عکس العمل آنرا بدست می آوریم. در این صورت با توجه به مبحث پخش لنگر، لنگر M_0 به نسبت مساوی بین سه عضو تقسیم می شود و سهم ستون BD از لنگر برابر $M_0/3$ خواهد بود که نصف آن به تکیه گاه D منتقل می شود و مقدار لنگر X برابر $M_0/6$ خواهد بود.

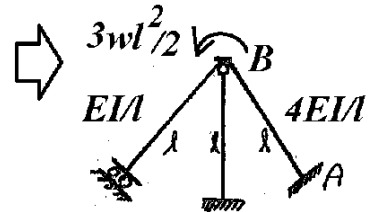
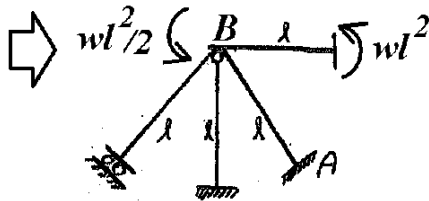
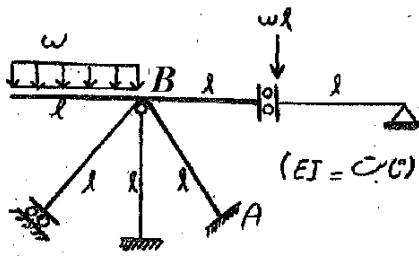


۷۹- لنگر تکیه گاه گیردار A کدام است؟ (طول تمام اعضاء l و صلبیت خمشی ثابت برابر با EI می باشد)

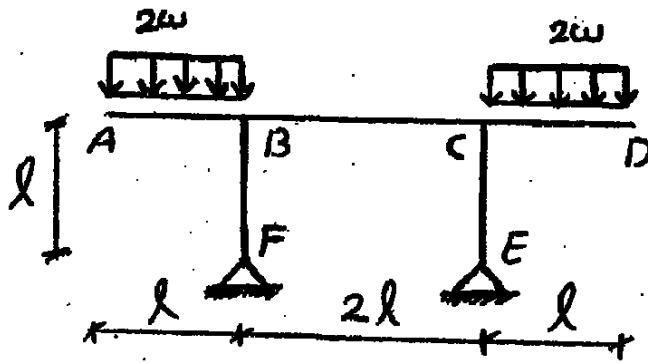
- (۱) $\frac{2}{5} \omega l^2$
- (۲) $\frac{3}{5} \omega l^2$
- (۳) $\frac{4}{5} \omega l^2$
- (۴) $\frac{7}{5} \omega l^2$

گزینه ۲ - لنگر متمرکز به نسبت سختی بین دو عضو مایل پخش می شود. اتصال ستون میانی به گره مفصلی بوده و در تحمل لنگر مشارکت ندارد. سختی ستونها در کنار آنها نشان داده شده است.

$$M_{BA} = \frac{3wl^2}{2} \times \frac{4}{4+1} = \frac{6wl^2}{5} \rightarrow M_{AB} = M_{BA} \times \frac{1}{2} = \frac{3wl^2}{5}$$



۸۰- لنگر داخلی در وسط عضو BC کدام است؟ (صلبیت خمشی تمام اعضاء EI می باشد)



$$\frac{\omega l^2}{12} \quad \text{a}$$

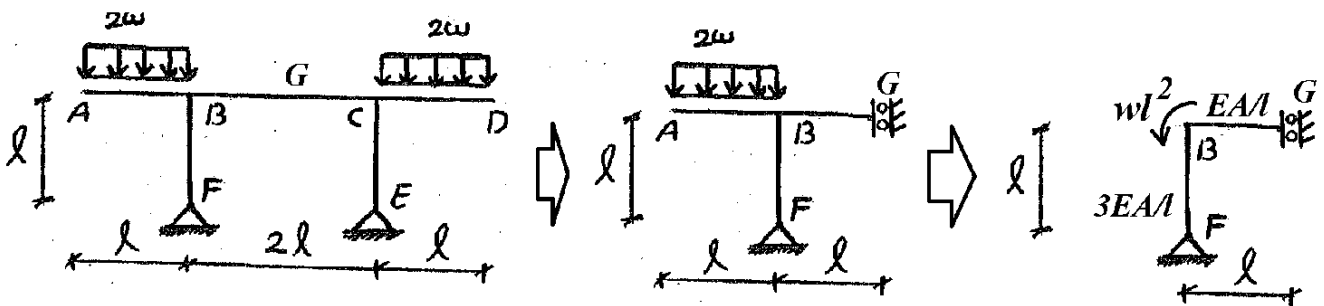
$$\frac{\omega l^2}{16} \quad \text{b}$$

$$\frac{\omega l^2}{4} \quad \text{c}$$

$$\frac{\omega l^2}{8} \quad \text{d}$$

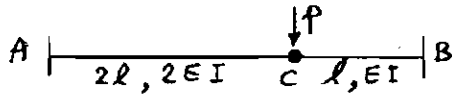
گزینه ۴ - با استفاده از تقارن و استفاده از روش پخش لنگر می توان لنگر در وسط تیر را محاسبه نمود. سختی ستونها در کنار آنها نشان داده شده است.

$$M_{GB} = M_{BG} = \frac{1}{1+3} w l^2 = \frac{w l^2}{4}$$



۱۴- مدل سازی با فنر

سراسری ۸۳



۶۷. مقدار جابجایی نقطه C و لنگر M_{AC} در تیر شکل زیر برابر است با:

$$\frac{2pl}{\delta}, \frac{2pl^2}{\sqrt{EI}} \quad (۲)$$

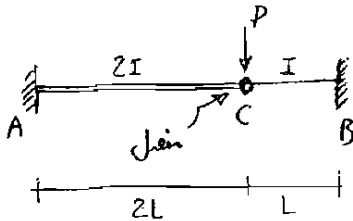
$$\frac{2pl}{\delta}, \frac{pl^2}{\sqrt{EI}} \quad (۴)$$

$$\frac{pl}{2}, \frac{8pl^2}{15EI} \quad (۱)$$

$$\frac{2pl}{\delta}, \frac{2pl^2}{15EI} \quad (۳)$$

سراسری ۸۲

۴۷- در تیر مقابل قدر مطلق لنگرهای انتهایی تحت اثر بار متمرکز P کدامند؟ (توجه: ممان اینرسی قطعه AC دو برابر ممان اینرسی قطعه است.)



$$M_A = \frac{PL}{\delta}, M_B = \frac{4PL}{\delta} \quad (۱)$$

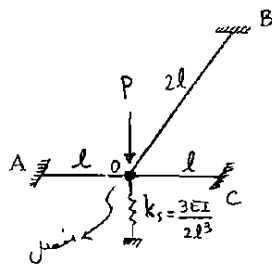
$$M_A = \frac{2PL}{\delta}, M_B = \frac{4PL}{\delta} \quad (۲)$$

$$M_A = \frac{2PL}{\delta}, M_B = \frac{2PL}{\delta} \quad (۳)$$

$$M_A = \frac{PL}{2}, M_B = \frac{PL}{2} \quad (۴)$$

سراسری ۸۲

۵۲- در سازه مسطح شکل مقابل، بار عمود بر صفحه سازه در نقطه O به آن اعمال می شود. لنگر خمشی در تکیه گاه B چقدر است؟ صلیب خمشی اجزاء AO و CO برابر با $\frac{EI}{2}$ و صلیب خمشی عضو BO، $4EI$ است.



$$\frac{Pl}{2} \quad (۱)$$

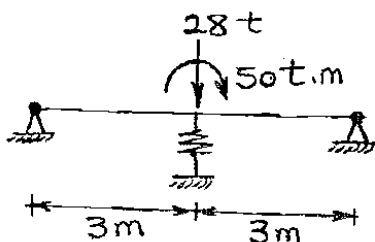
$$\frac{Pl}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{2Pl}{4} \quad (۳)$$

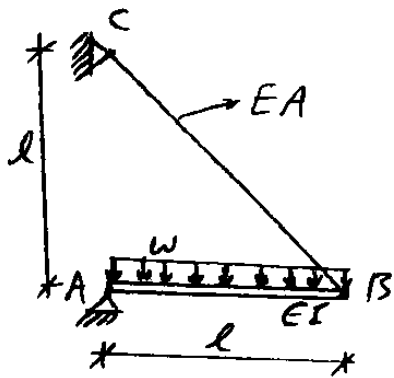
$$\frac{2Pl}{2} \quad (۴)$$

سراسری ۸۶

۷۰- تیر شکل مقابل با صلیبیت خمشی 5400 t.m^2 در وسط دهانه بر فنری به سختی $200 \frac{\text{t}}{\text{m}}$ اتکاء دارد. نیرو در فنر بر حسب ton چقدر است؟



- ۴ (۱)
- ۷ (۲)
- ۱۰ (۳)
- ۲۸ (۴)



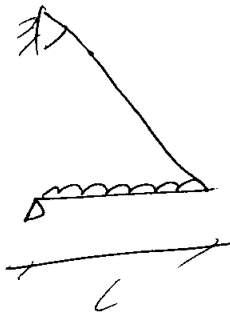
۴۰- با فرض $A = 12\sqrt{2} I/l^2$ و E ثابت، تغییر مکان در نقطه وسط تیر AB چقدر است؟

(۱) $(1/48)wl^4/EI$

(۲) $(13/384)wl^4/EI$

(۳) $(3/128)wl^4/EI$

(۴) هیچکدام

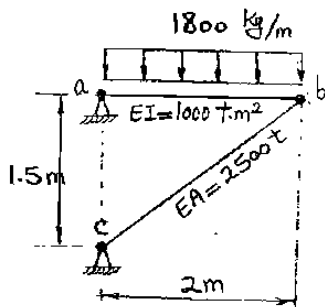


$$k = \frac{EA}{(\frac{l}{\cos \alpha})^2} = \frac{\sqrt{2}EA}{4l} \rightarrow k = \frac{\sqrt{2}E}{4l} \left(\frac{12\sqrt{2}I}{l^2} \right) = \frac{6EI}{l^3}$$

$$\delta_A = \frac{5}{384}wl^4 + \frac{1}{2} \Delta = \frac{5}{384}wl^4 + \frac{1}{2} \frac{wl/2}{\frac{6EI}{l^3}} = \frac{7wl^4}{128EI}$$

سراسری ۸۶

۶۹- در سازه شکل مقابل با اتصالات مفصل خمشی از تغییر شکل محوری و برشی عضو ab صرف نظر می شود. تغییر مکان گره b بر حسب mm



کدام است؟

(۱) ۳

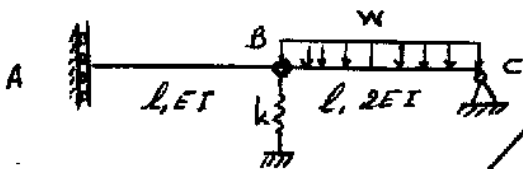
(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۶

سراسری ۹۱

۵۷- مقدار تغییر مکان نقطه A تحت بارگذاری نشان داده شده در سازه شکل زیر چقدر است؟ $(k^{-1} = \frac{l^3}{EI})$

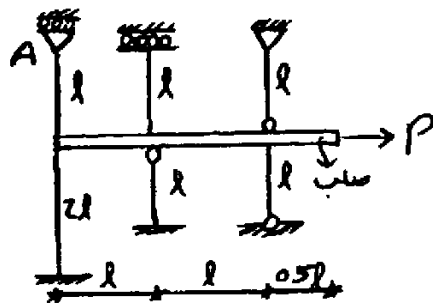


(۱) $\frac{2wl^4}{EI}$

(۲) $\frac{wl^4}{EI}$

(۳) $\frac{3}{2} \frac{wl^4}{EI}$

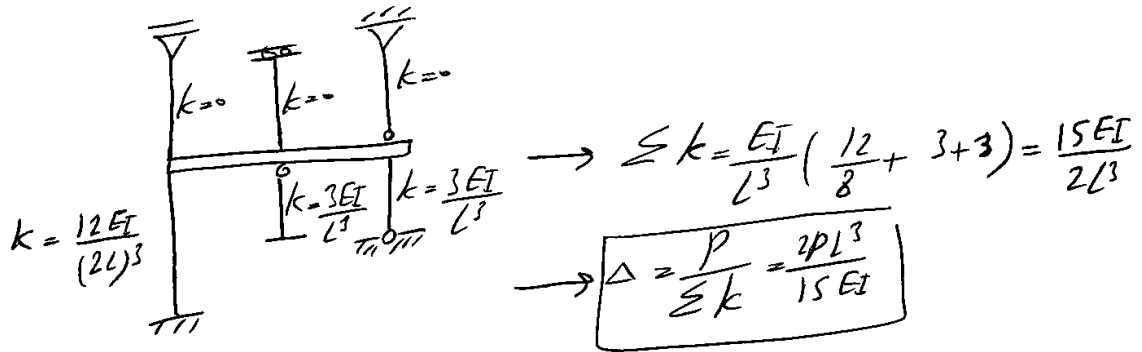
(۴) $\frac{wl^4}{2EI}$



۶۶- تغییر مکان تکیه گاه A کدام است؟
(صلبیت خمشی تمام ستونها EI می باشد.)

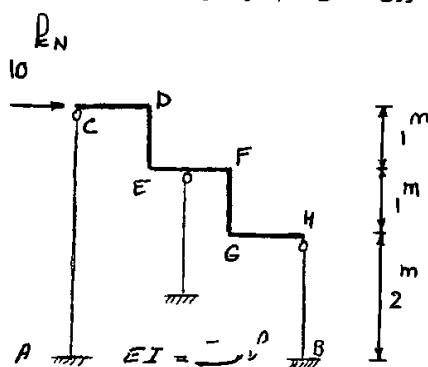
$\frac{2PL^3}{39EI}$ (۲) $\frac{2PL^3}{27EI}$ (۱)

$\frac{2PL^3}{51EI}$ (۱) $\frac{2PL^3}{15EI}$ (۳)



سراسری ۹۲

۵۹- مقدار $\frac{M_A}{M_B}$ کدام است؟ سقف قاب را صلب فرض و از تغییر طول محوری اعضای قائم صرف نظر کنید.



$\frac{1}{2}$ (۱)

$\frac{1}{8}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۳)

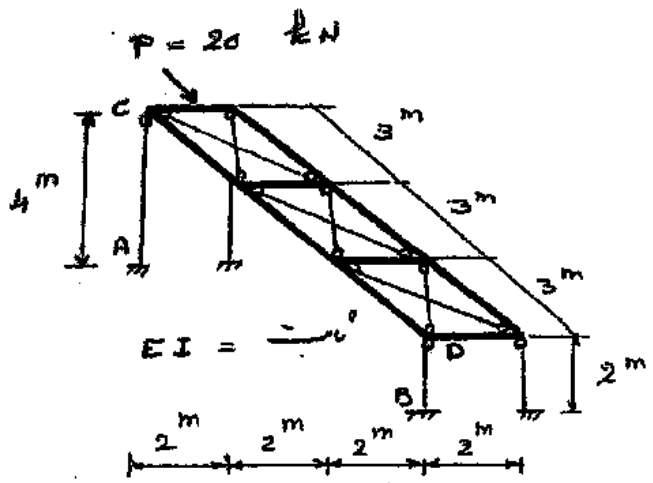
$\frac{1}{16}$ (۴)

گزینه ۳.

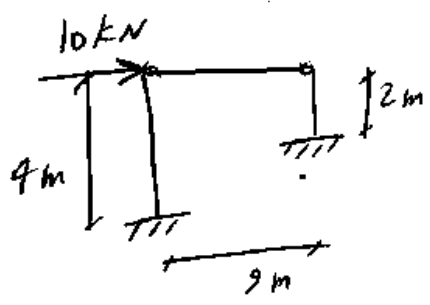
نیرو به نسبت سختی بین ستونها تقسیم می شود:

$$\left. \begin{aligned} K_{AC} &= \frac{3EI}{(4L)^3} \\ K_{BH} &= \frac{3EI}{(2L)^3} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{V_{AC}}{V_{BH}} = \frac{K_{AC}}{K_{BH}} = \frac{1}{8} \rightarrow \frac{M_A}{M_B} = \frac{V_{AC} \times 4}{V_{BH} \times 2} = \frac{1}{4}$$

اگر مقادیر ثابت شکل مقابل را افقی و صلب فرض کنیم، نسبت $\frac{M_A}{M_B}$ چقدر است؟

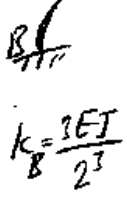
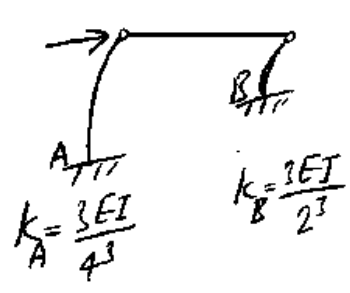


- ۱/۲ (۱)
- ۱/۸ (۲)
- ۱/۴ (۳)
- ۱/۱۶ (۴)



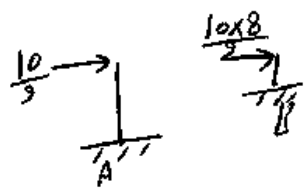
۵) اگر از نمای ست را در نظر بگیریم به هر قاب (از دو قاب طولی)

۱۰kN بار وارد می شود و چون انتقال فوقانی ستون کم مفصل است مانند یک تیر طولی عمل می کنند و سختی آنها $\frac{3EI}{L^3}$ است و بار ۱۰kN به نسبت سختی بین آنها تقسیم می شود



بنابراین ۸ سهم به B می رسد و ۱ سهم به ستون A و جمع سهم کم است

$\rightarrow k_A = \frac{1}{8} k_B \Rightarrow$

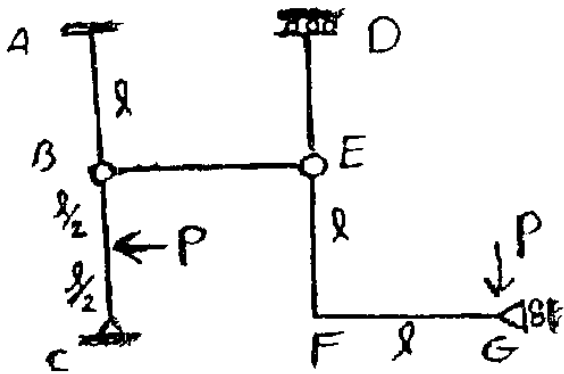


$\rightarrow M_A = \frac{10}{9} \times 4 = \frac{40}{9}$

$M_B = \frac{10 \times 8}{9} \times 2 = \frac{160}{9}$

$\rightarrow \frac{M_A}{M_B} = \frac{1}{4}$

۷۴- کدام گزینه صحیح می باشد؟ (EI ثابت)

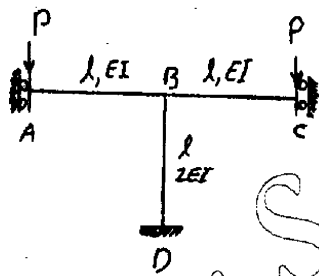


$$\delta_B = \delta_E = \delta_D = \frac{Pl^3}{2EI} \quad (1)$$

$$\delta_D = \frac{Pl^3}{6EI}, \delta_B = \delta_E = \frac{Pl^3}{3EI} \quad (2)$$

$$\delta_B = \delta_E = \delta_D = \frac{Pl^3}{3EI} \quad (3)$$

$$\delta_B = \frac{Pl^3}{2EI}, \delta_E = \delta_D = \frac{Pl^3}{3EI} \quad (4)$$



۷۱- تغییر مکان تکیه گاه غلتکی برشی A کدام است؟

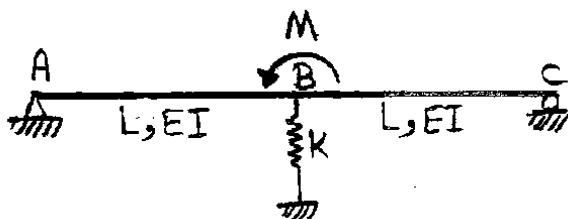
$$\frac{Pl^3}{6EI} \quad (1)$$

$$\frac{Pl^3}{3EI} \quad (1)$$

$$\frac{Pl^3}{24EI} \quad (2)$$

$$\frac{Pl^3}{12EI} \quad (2)$$

۷۷- نیرو در فنر چقدر است؟ $(K = \frac{rEI}{L^2})$



(۱) صفر

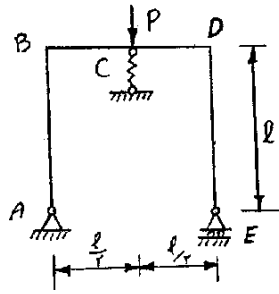
(۲) $\frac{M}{L}$

(۳) $\frac{M}{2L}$

(۴) $\frac{M}{4L}$

سراسری ۸۷

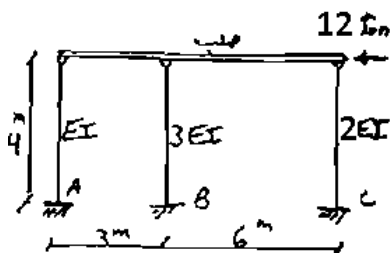
۸۲- صلبیت خمشی اعضای قاب شکل مقابل EI و ضریب فنریت فنر C برابر $\frac{l^2}{48EI}$ می باشد. نیروی فنر را محاسبه کنید.



- (۱) صفر
- (۲) $\frac{P}{2}$
- (۳) $\frac{P}{3}$
- (۴) $\frac{P}{4}$

سراسری ۸۲

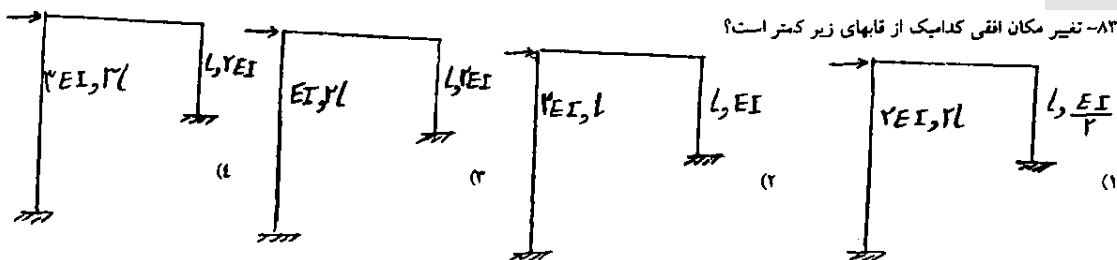
۵۶- لنگرهای انتهایی ستونها در سازه داده شده برابر است با:



- (۱) $M_A = M_B = M_C = 16 \text{ ton-m}$
- (۲) $M_A = 2M_B = 2M_C = 24 \text{ ton-m}$
- (۳) $M_A = 8 \text{ ton-m}, M_B = 3M_A, M_C = 2M_A$
- (۴) $M_A = M_C = 24 \text{ ton-m}, M_B = \text{صفر}$

آزاد ۸۵

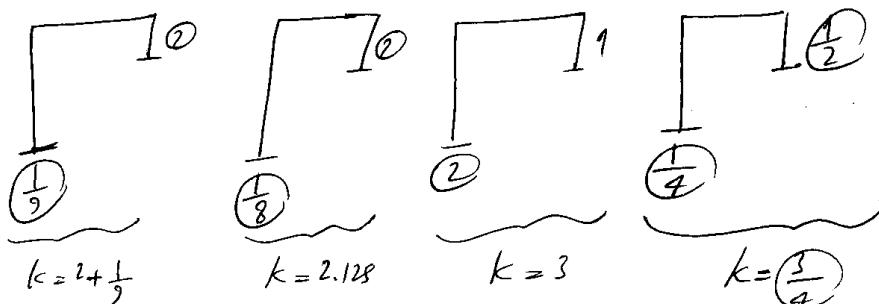
۸۲- تیر مکان افقی کدامیک از قابهای زیر کمتر است؟



اگر تیرها صلب باشند، سختی ستونها:

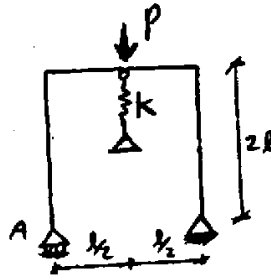
اگر تیرها شل باشند، سختی جانبی ستونها:

پس سازه ای که $\frac{EI}{L^3}$ ستونهای آن بیشتر باشد، سخت تر است و حرکت آن کمتر خواهد بود:



آزاد ۸۸

۷۸- تغییر مکان تکیه گاه A کدام است؟ (EI ثابت و $K = \frac{24EI}{l^3}$)

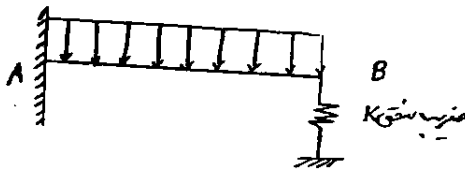


(۱) $\frac{Pl^3}{6EI}$ (۲) صفر

(۳) $\frac{Pl^3}{12EI}$ (۴) $\frac{Pl^3}{24EI}$

آزاد ۸۵

۸۲- با افزایش سختی فنر



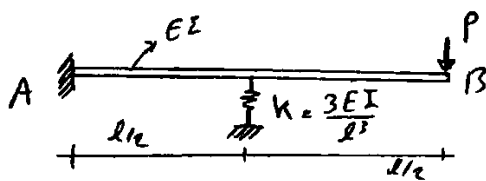
- (۱) لنگر تکیه گاه A افزایش می یابد.
 (۲) لنگر تکیه گاه A کاهش می یابد.
 (۳) لنگر تکیه گاه A تغییر نمی کند.
 (۴) ممکن است کاهش و یا افزایش یابد.

فرض $M = \frac{qL^2}{2}$

فرض $M = 1.5 \frac{qL^2}{12} = \frac{qL^2}{8}$

آزاد ۸۳

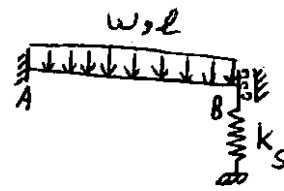
۲۸- نیروی داخلی فنر چقدر است؟



- (۱) $5P/18$
 (۲) $7P/18$
 (۳) $P/3$
 (۴) هیچکدام

آزاد ۸۳

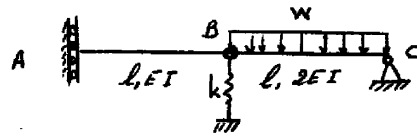
۲۸- در تیر زیر تغییر مکان B چقدر است؟ $(k_s = \frac{3EI}{l^3})$



- (۱) $\frac{wl^4}{20EI}$
- (۲) $\frac{wl^4}{30EI}$
- (۳) $\frac{wl^4}{35EI}$
- (۴) $\frac{wl^4}{25EI}$

سراسری ۹۱

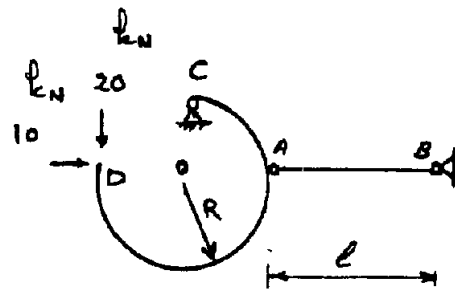
مقدار تغییر مکان نقطه A تحت بارگذاری نشان داده شده در سازه شکل زیر چقدر است؟ $(k^{-1} = \frac{I^3}{EI})$



- (۱) $\frac{2wl^4}{EI}$
- (۲) $\frac{wl^4}{EI}$
- (۳) $\frac{2}{2} \frac{wl^4}{EI}$
- (۴) $\frac{wl^4}{2EI}$

سراسری ۹۳

۶۳- اگر ابعاد مقطع مربعی شکل میله AB را ۵۰٪ کاهش و شعاع دایره را ۱۰۰٪ افزایش دهیم، طول میله را باید چند برابر کنیم تا جابجایی قائم نقطه D هشت برابر شود؟ از اثر نیروی محوری و برشی در قطعه خمشی صرفنظر کنید.

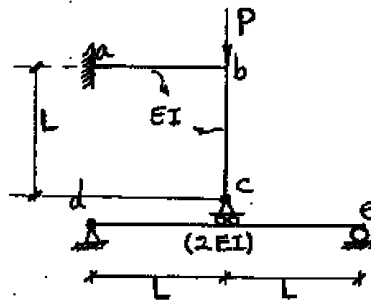


- (۱) ۲
- (۲) ۴
- (۳) ۸

(۴) بستگی به عوامل دیگر دارد و نمی توان گفت.

دکتری ۹۳

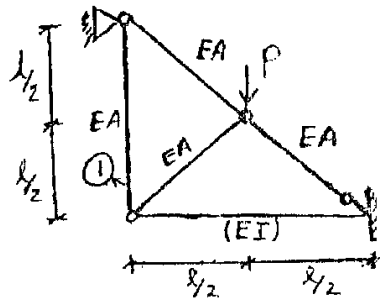
۱۱- در سازه شکل مقابل مقادیر نسبی صلبیت خمشی روی شکل مشخص شده و از تغییر شکل‌های محوری و برشی صرف نظر می‌گردد. نیرو در غلتک c کدام است؟



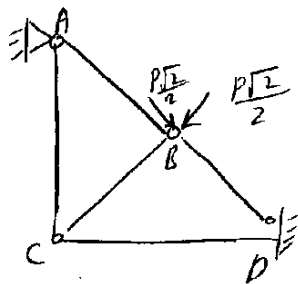
- (۱) $\frac{2P}{3}$
- (۲) P
- (۳) $-\frac{P}{6}$
- (۴) $\frac{2P}{5}$

آزاد ۹۰

۷۸- نیروی میله (۱) کدام است؟ ($EI = EA \cdot l^2$)

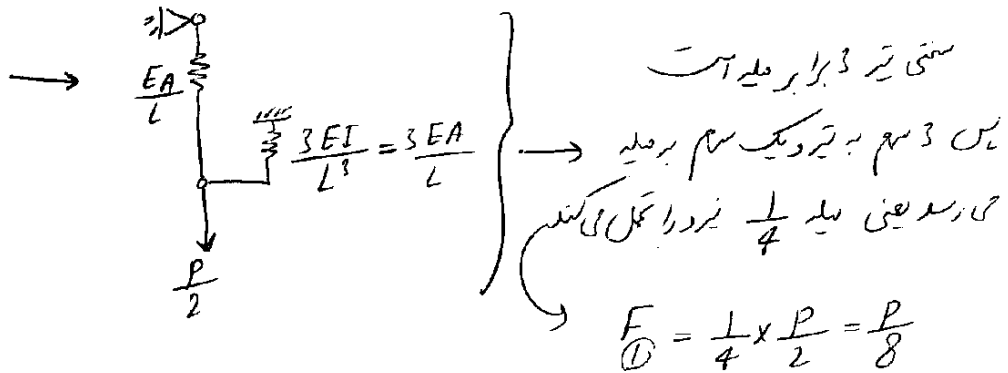


- (۱) $\frac{P}{6}$
- (۲) $\frac{P}{2}$
- (۳) $\frac{P}{4}$
- (۴) $\frac{P}{8}$

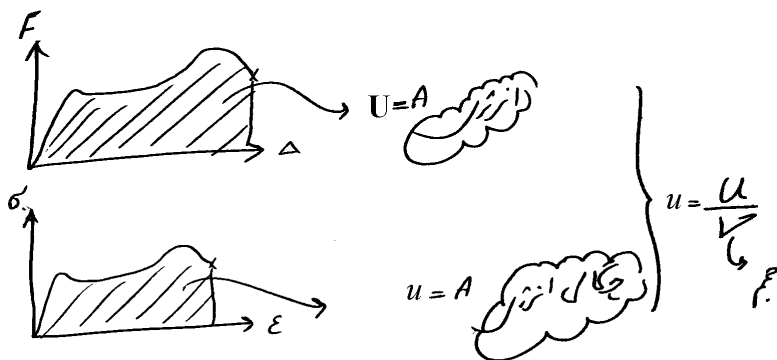


$f_{BC} = -\frac{P\sqrt{2}}{2} \leftarrow$ با توجه به گره B

این نیرو به نسبت منتهی بین تقو میله تقسیم می‌شود
 این نیرو مستقیماً توسط تیر عمل می‌شود چون میله‌های برش تحمل نمی‌کنند



۱۵- انرژی



حالت انحراف = انرژی در واحد حجم

انرژی ذخیره شده در عضو را به دو طریق می توان محاسبه کرد:

۱- کار انجام شده توسط نیروهای خارجی:

$$\Rightarrow U = \frac{P\Delta}{2} = \frac{P}{2} \left(\frac{PL^3}{3EI} \right) = \frac{P^2 L^3}{6EI}$$

$$\Rightarrow U = \frac{P\Delta}{2} = \frac{P}{2} \left(\frac{PL}{EA} \right) = \frac{P^2 L}{2EA}$$

$$\Rightarrow U = \left[\frac{P\Delta}{2} \right] + \left[\frac{PL\theta}{2} \right] = \left[\frac{P}{2} \left(\frac{PL^3}{3EI} + \frac{(PL)L^2}{2EI} \right) \right] + \left[\frac{PL}{2} \left(\frac{PL^2}{2EI} + \frac{(PL)L}{EI} \right) \right] = \frac{7P^2 L^3}{6EI}$$

$$\Rightarrow U = \left[\frac{P\Delta}{2} \right] + \left[\frac{PL\theta}{2} \right] = \left[\frac{P}{2} \left(\frac{PL^3}{3EI} - \frac{(PL)L^2}{2EI} \right) \right] + \left[\frac{PL}{2} \left(\frac{-PL^2}{2EI} + \frac{(PL)L}{EI} \right) \right] = \frac{PL^3}{6EI}$$

۲- کار انجام شده توسط نیروهای داخلی:

انرژی را در یک المان به طول dx و به سطح مقطع A محاسبه کرده و سپس انتگرال می گیریم:

$$dU_{\text{المان}} = \frac{P_{\text{المان}} \times \Delta_{\text{المان}}}{2} = \frac{P \times \frac{Pdx}{EA}}{2} = \frac{P^2}{2EA} dx$$

$$U = \int_0^L \frac{P^2}{2EA} dx = \frac{P^2 L}{2EA}$$

$$dU_{\text{المان}} = \frac{M_{\text{المان}} \times \theta_{\text{المان}}}{2} = \frac{-M \times \frac{-Mdx}{EI}}{2} = \frac{M^2}{2EI} dx$$

$$U = \int_0^L \frac{M^2}{2EI} dx = \frac{M^2 L}{2EI}$$

$$U = \int_0^L \frac{M^2}{2EI} dx = \int_0^L \frac{(-Px)^2}{2EI} dx = \frac{P^2 L^3}{6EI}$$

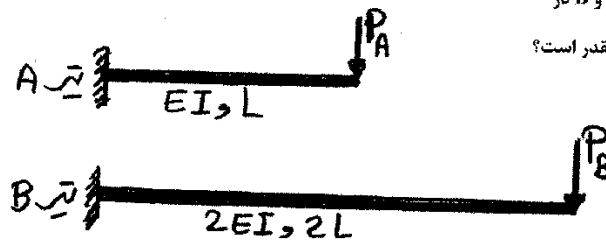
$$U = \int_0^L \frac{M^2}{2EI} dx = \int_0^L \frac{(-Px+PL)^2}{2EI} dx = \int_0^L \frac{(P^2 x^2 + P^2 L^2 - 2P^2 xL)}{2EI} dx = \frac{P^2 L^3}{6EI}$$

روش اول ساده تر و سریعتر می باشد و در مواردی که امکان پذیر است از روش اول برای محاسبه انرژی استفاده می شود.

نکته: در برخی از تیرهای فوق انرژی کرنشی ناشی از برش نیز داریم. مقدار انرژی کرنشی ناشی از برش در تیرها بسیار کمتر از انرژی کرنشی ناشی از خمش می باشد و معمولاً در محاسبه انرژی کرنشی از آن صرف نظر می شود. در تیرهایی که طول آنها کوتاه است، مقدار انرژی برشی نسبت به خمشی افزایش می یابد و باید در تیرهای کوتاه انرژی ناشی از برش را نیز منظور کرد.

سراسری ۸۹

۶۳- اگر انرژی ذخیره شده در تیرهای A و B در اثر خمش برابر باشد، نسبت $\frac{P_A}{P_B}$ چقدر است؟



- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۲ (۳)
- $\sqrt{2}$ (۴)

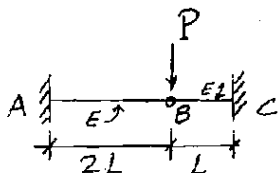
$$U_A = \frac{P_A \times \Delta_A}{2} = \frac{P_A \left(\frac{P_A L^3}{3EI} \right)}{2} = \frac{P_A^2 L^3}{6EI}$$

$$U_B = \frac{P_B \times \Delta_B}{2} = \frac{P_B \left(\frac{P_B (2L)^3}{3(2EI)} \right)}{2} = \frac{2 P_B^2 L^3}{3EI}$$

$$U_B = U_A \Rightarrow \frac{P_A^2}{6} = \frac{2 P_B^2}{3} \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = 2$$

سراسری ۸۴

۵۵- چنانچه مقطع تیر شکل مقابل مربع مستطیل با پهناهای ثابت باشد و انرژی ذخیره شده در قسمت AB برابر انرژی ذخیره شده در قسمت BC باشد، آنگاه ارتفاع مقطع در قسمت AB چند برابر قسمت BC می باشد؟



- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۴ (۳)
- ۸ (۴)

$U_{AB} = U_{BC} \Rightarrow \frac{P_1^2 (2L)^3}{6EI_1} = \frac{P_2^2 (L)^3}{6EI_2}$

$\rightarrow \frac{8P_1^2}{I_1} = \frac{P_2^2}{I_2}$

از طرفی P_1 و P_2 بر نسبت سختی تقسیم می شود

$\frac{P_1}{P_2} = \frac{k_1}{k_2} = \frac{EI_1/(2L)}{EI_2/L} = \frac{I_1}{8I_2}$

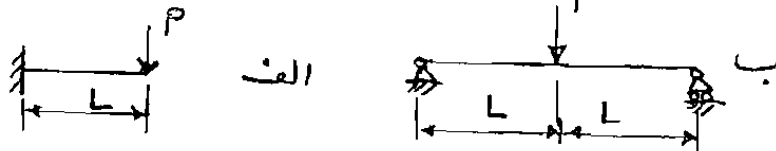
$$\left(\frac{P_1}{P_2} \right)^2 = \frac{I_1}{8I_2} \quad \frac{P_1}{P_2} = \frac{I_1}{8I_2} \rightarrow$$

$$\left(\frac{I_1}{8I_2} \right)^2 = \frac{I_1}{8I_2} \rightarrow \frac{I_1}{8I_2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = 2$$

سراسری ۸۲

۳۱- سطح مقطع و جنس تیرهای شکل های زیر یکی است. اگر انرژی کرنش (تنجش) ذخیره شده در شکل الف مساوی U باشد، انرژی کرنش شکل ب چقدر است؟



- U (۱)
- 2U (۲)
- U/2 (۳)
- 4U (۴)

$$U = \frac{PL^3}{6EI} \quad \text{الف}$$

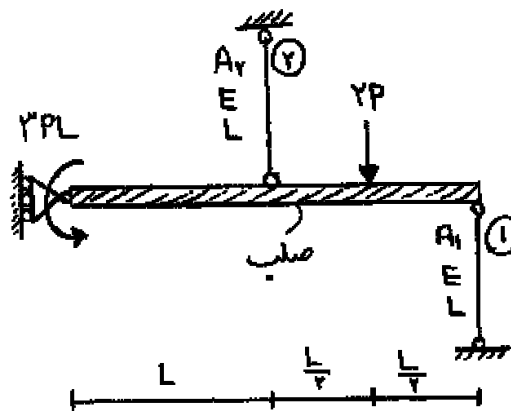
$$U = P \times \frac{P(2L)^3}{48EI} = \frac{P^2 L^3}{12EI} \quad \text{ب}$$

$$\rightarrow \frac{U}{\text{الف}} = \frac{U_{\text{ب}}}{2} = \frac{U}{2}$$

سراسری ۹۳- دکتری

۹- در شکل نشان داده شده، نسبت سطح مقطع میله ۱ به سطح مقطع میله ۲،

چقدر باشد تا انرژی کرنشی هر دو میله با هم برابر شود؟



- 1/2 (۱)
- 1/4 (۲)
- 1 (۳)
- 2 (۴)

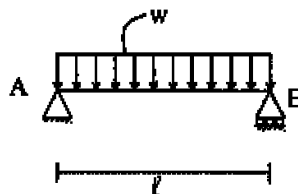
دکتری ۹۳

۱۹- تیر ساده به طول l مفروض است. صلبیت خمشی EI، صلبیت برشی آن

$\frac{GA}{l_s}$ ، ضریب پواسون $\nu = 0.25$ و مقطع تیر به شکل مستطیل است. اگر

انرژی تغییر شکل خمشی ده برابر انرژی تغییر شکل برشی باشد. نسبت $\frac{h}{l}$

چقدر است؟ h ارتفاع تیر است.

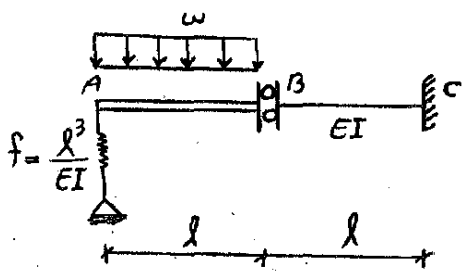


- 0.15 (۱)
- 0.2 (۲)
- 0.25 (۳)
- 0.1 (۴)

آزاد ۹۲

۷۱- انرژی سازه نشان داده شده کدام است؟ (قسمت AB صلب و

نرمی فنر $f = \frac{l^3}{EI}$ می باشد)



$\frac{3}{8} \frac{\omega^2 l^5}{EI}$ (۲)

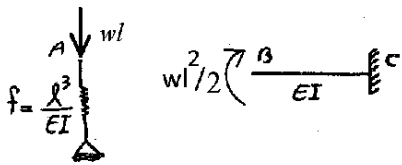
$\frac{2}{5} \frac{\omega^2 l^5}{EI}$ (۱)

$\frac{5}{8} \frac{\omega^2 l^5}{EI}$ (۴)

$\frac{5}{3} \frac{\omega^2 l^5}{EI}$ (۳)

گزینه ۴ - مفصل B برش منتقل نمی کند و نیروی فنر برابر wl خواهد بود. از طرفی به عضو BC در نقطه B لنگر $\frac{wl^2}{2}$ وارد می شود.

$$U = \frac{wl \left(\frac{wl^4}{EI} \right)}{2} + \frac{wl^2 \left(\frac{wl^2 l}{EI} \right)}{2} = \frac{5w^2 l^5}{8EI}$$



آزاد ۸۷

۵۹- انرژی کرنشی تیر زیر چقدر است؟ (طول تیر l و صلیبت حتمی آن EI است)



$\frac{M^2 l}{12EI}$ (۱)

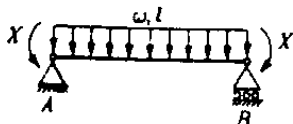
$\frac{M^2 l}{4EI}$ (۳)

$\frac{Ml^2}{3EI}$ (۲)

$\frac{M^2 l}{6EI}$ (۴)

آزاد ۸۷

۶۰- X چقدر باشد تا انرژی کرنشی تیر زیر مینیمم شود؟ (EI = Const)



$\frac{wl^2}{8}$ (۱)

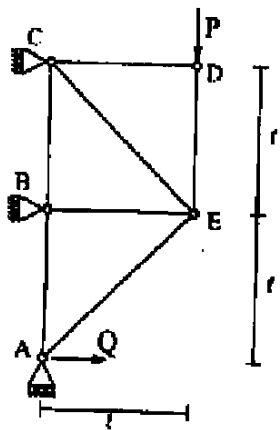
$\frac{wl^2}{12}$ (۳)

$\frac{wl^2}{4}$ (۲)

$\frac{wl^2}{2}$ (۴)

دکتری ۹۲

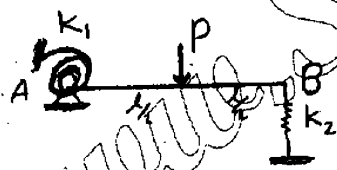
۱۸- در خرابی روبه‌رو، نیروی Q بر حسب P کدام است تا انرژی تغییر شکل سازه حداقل شود؟ صلبیت محوری اعضای AE و CE برابر $EA\sqrt{2}$ و صلبیت محوری سایر اعضا برابر EA می‌باشد.



- (۱) $\frac{5P}{7}$
- (۲) $\frac{4P}{7}$
- (۳) $\frac{6P}{7}$
- (۴) $\frac{7P}{7}$

آزاد ۹۱

۷۹- اگر در تیر نشان داده شده مقادیر سختی فنرها (k_1, k_2) به گونه‌ای در نظر گرفته شوند که انرژی سازه حداقل گردد آنگاه لنگر فنر پیچشی A کدام است؟



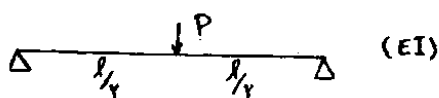
- (۱) $\frac{Pl}{16}$
- (۲) $\frac{Pl}{12}$
- (۳) $\frac{Pl}{8}$
- (۴) $\frac{3Pl}{16}$

گزینه ۴

برای حداقل شدن انرژی، سختی فنرها باید بینهایت بزرگ باشند که در این صورت سازه به یک تیر یک سرگیردار و یک سر مفصل تبدیل می‌شود. و بنابراین (با استفاده از شیب افت) لنگر در فنر برابر است با: $M_A = 1.5 \times \frac{Pl}{8}$

$$\frac{3pl}{16}$$

آزاد ۸۴

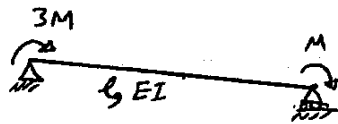


۳۶- انرژی پتانسیل نیروی P در تیر ساده زیر کدام است؟

- (۱) $\frac{P^2 l^3}{144 EI}$
- (۲) $\frac{P^2 l^3}{64 EI}$
- (۳) $\frac{P^2 l^3}{96 EI}$
- (۴) $\frac{P^2 l^3}{48 EI}$

آزاد ۸۵

۶۹- انرژی کرنشی تیر زیر چقدر است؟



$$\frac{8M^2 L}{3EI} \quad \frac{7M^2 L}{6EI} \quad \frac{7M^2 L}{3EI} \quad \frac{4M^2 L}{3EI} \quad (1)$$

$$3M = (4\theta_A + 2\theta_B) \frac{EI}{L} \quad (I)$$

$$M = (2\theta_A + 4\theta_B) \frac{EI}{L} \quad (II)$$

$$(I) - 2 \times (II) \rightarrow M = (0 - 6\theta_B) \frac{EI}{L} \rightarrow \theta_B = -\frac{ML}{6EI}$$

$$(II) \rightarrow M = \left(\frac{2\theta_A EI}{L}\right) - \frac{2M}{3} \rightarrow \theta_A = \frac{5ML}{6EI} \rightarrow U = \frac{1}{2} (3M \theta_A + M \theta_B) = \frac{L}{2EI} \left(\frac{15M^2}{6} - \frac{M^2}{6}\right) = \frac{7M^2 L}{6EI}$$

آزاد ۸۹

۵۹- در انتهای یک تیر طره با مقطع دایروی لنگر خمشی M اعمال می شود. اگر این لنگر بصورت پیچشی در انتهای تیر اعمال شود انرژی کرنشی ذخیره شده در تیر چند برابر می شود؟ ($\nu = 0.2$)

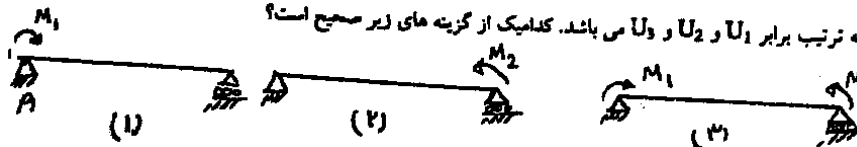
- ۱/۲ (۱)
- ۲/۱ (۲)
- ۲ (۳)

$$U_1 = \frac{M \left(\frac{ML}{EI}\right)}{2}, \quad U_2 = \frac{T \left(\frac{TL}{GJ}\right)}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} J = 2I \\ E = 2.4G \\ M = T \end{array} \right\} \rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{EI}{GJ} = \frac{2.4}{2} = 1.2$$

آزاد ۸۵

۷۹- انرژی کرنشی تیرهای ۱ و ۲ و ۳ در شکل زیر به ترتیب برابر U_1 و U_2 و U_3 می باشد. کدامیک از گزینه های زیر صحیح است؟ (طول تیرها ۱ و صلیب خمشی آنها EI است.)



- ۱) $U_3 = U_1 + U_2$
- ۲) $U_3 < U_1 + U_2$
- ۳) $U_3 > U_1 + U_2$
- ۴) هیچکدام

$$U_1 = \frac{1}{2} M_1 \left(\frac{M_1 L}{3EI}\right) = \frac{M_1^2 L}{6EI}$$

$$U_2 = \frac{M_2^2 L}{6EI}$$

ارتباط جدید کم θ_A کم θ_B افزایش می یابند
 نا بزرگ $U_3 > U_1 + U_2$

$$\left. \begin{array}{l} M_1 = 4\theta_1 + 2\theta_2 \\ -M_2 = 2\theta_1 + 4\theta_2 \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \theta_1 = \frac{M_1 L}{3EI} + \frac{M_2 L}{6EI} \\ \theta_2 = -\frac{M_2 L}{3EI} - \frac{M_1 L}{6EI} \end{array} \right.$$

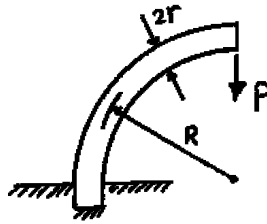
داخل ارتق
 یا سازه

$$\rightarrow U_3 = \frac{M_1 \theta_1 - M_2 \theta_2}{2} = \frac{M_1^2 L}{2EI} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right) + \frac{M_2^2 L}{2EI} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) + \frac{M_1 M_2 L}{2EI} \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right)$$

$$= \frac{M_1^2 L}{6EI} + \frac{M_2^2 L}{6EI} + \frac{M_1 M_2 L}{6EI}$$

سراسری ۹۳ - دکتری

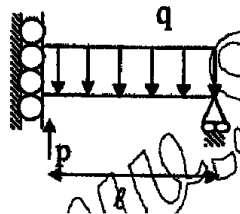
۴- یک میله الاستیک به شعاع r (مقطع دایره‌ای) به شکل یک ربع دایره به شعاع R مطابق شکل خم شده و تحت بار قائم P قرار می‌گیرد. نسبت تغییر مکان نقطه اثر بار (لبه آزاد جسم) ناشی از نیروی محوری ایجاد شده در میله به لنگر خمشی ایجاد شده در آن کدام است؟



- (۱) $\frac{2r^2}{R^2}$
- (۲) $\frac{r^2}{R^2}$
- (۳) $\frac{2r^2}{R^2}$
- (۴) $\frac{1}{4} \frac{r^2}{R^2}$

تمرین: آزاد ۹۳

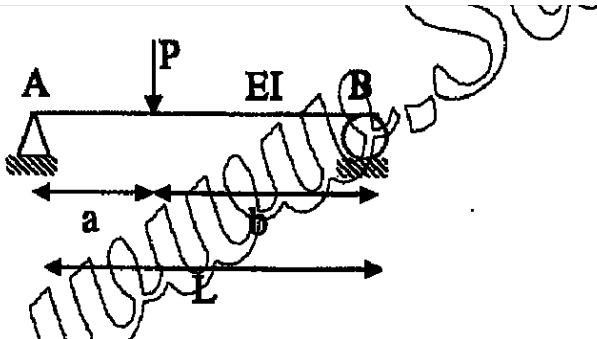
۶۸- نیروی P چقدر باشد تا انرژی داخلی سازه کمترین باشد؟



- (۱) $\frac{5ql}{384}$
- (۲) $\frac{3ql}{8}$
- (۳) $\frac{5ql}{8}$
- (۴) $\frac{3ql}{384}$

تمرین: آزاد ۹۳

۷۳- میزان انرژی خمشی در تیر مقابل کدام است؟



- (۱) $\frac{p^2 a^2 b^2}{16EI}$
- (۲) $\frac{p^2 a^2 b^2}{3EI}$
- (۳) $\frac{pa^2 b^2}{6EI}$
- (۴) $\frac{p^2 a^2 b^2}{6EI}$

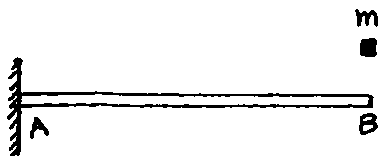
آزاد ۸۶

۵۸- در یک سازه تحت اثر وزن خود اگر همه ابعاد سازه α برابر شود چگالی انرژی کرنشی سازه چند برابر می شود؟

- (۱) α^2 برابر (۲) α^4 برابر (۳) α برابر (۴) چگالی انرژی کرنشی ثابت می ماند.

آزاد ۸۴

۲۸- ماکزیمم تغییر شکل تیر زیر اگر وزنه m به جرم 10 kg از فاصله 10 سانتی متری انتهای تیر سقوط کند چقدر است؟ ($l = 100 \text{ cm}$, $EI = 10^7 \text{ kg.cm}^2$)



- (۱) 0.33 cm
 (۲) 2.94 cm
 (۳) 1.72 cm
 (۴) 3.12 cm

$$mgh = \text{انرژی پتانسیل}$$

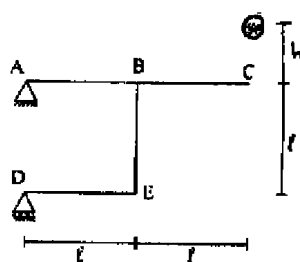
$$\frac{P \times \Delta}{2} = \frac{(k \Delta) \Delta}{2} = \text{انرژی تغییر شکل}$$

$$100 \times (10 + \Delta y) = k \times \frac{\Delta y^2}{2} \rightarrow 100 + 100\Delta y = 15\Delta y^2 \rightarrow \Delta y = \begin{cases} 2.94 \text{ cm} \\ -2.27 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\frac{3EI}{L^3} = 300 \text{ N/cm}$$

دکتری ۹۲

۱۱- وزنه‌ای به وزن 2 تن از ارتفاع $h = 1 \text{ m}$ رها شده و به نقطه C اصابت می کند «شکل زیر». حداکثر تغییر مکان قائم این نقطه چند سانتی متر است؟ (EI اعضا ثابت و برابر 10^4 t.m^2 و $l = 2 \text{ m}$ است).



- (۱) 7.3
 (۲) 9.3
 (۳) 8.3
 (۴) 10.3

آزاد ۸۸

۵۹- انرژی کرنشی سیمه استوانه ای زیر که تحت اثر وزن W و نیروی متمرکز P در انتهای آن قرار دارد چقدر است؟

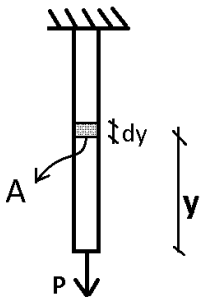


$$\frac{P^2 l}{2AE} + \frac{PWl}{6AE} + \frac{W^2 l}{6AE} \quad (۲)$$

$$\frac{P^2 l}{2AE} + \frac{PWl}{4AE} + \frac{W^2 l}{6AE} \quad (۱)$$

$$\frac{P^2 l}{2AE} + \frac{W^2 l}{6AE} \quad (۳)$$

$$\frac{P^2 l}{2AE} + \frac{PWl}{2AE} + \frac{W^2 l}{6AE} \quad (۴)$$

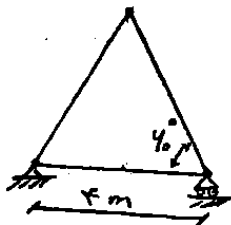


$$U = \int \frac{p^2 dy}{2EA} = \frac{1}{2EA} \int (P + W \frac{y}{L})^2 dy = \frac{1}{2EA} \int (P^2 + (\frac{W}{L})^2 y^2 + \frac{2PW}{L} y) dy$$

$$= (\frac{P^2 L}{2EA} + \frac{W^2 L}{6EA} + \frac{PW L}{2EA})$$

آزاد ۸۵

۸۹- در خرابی روبرو اگر دمای تمام اعضا از ۱۰ درجه به ۲۰ درجه افزایش یابد انرژی کرنشی آن چقدر تغییر می کند؟ سطح مقطع تمام اعضا ۱۰ سانتی متر مربع و $E = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ باشد.



(۱) بی نهایت افزایش می یابد.

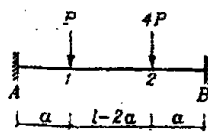
(۲) برابر می شود.

(۳) تغییر نمی کند چون ساوه معین است.

(۴) برابر می شود.

آزاد ۸۹

۶۰- در تیر زیر تغییر مکان نقاط ۱ و ۲ تحت بار قائم P در نقطه ۱ بترتیب برابر Δ و $\frac{\Delta}{4}$ منی باشد. اگر بارهای قائم P و $4P$ بطور همزمان در نقاط ۱ و ۲ وارد شوند انرژی کرنشی تیر چقدر می شود؟



$$7/5 P\Delta \quad (۲)$$

$$8/5 P\Delta \quad (۱)$$

$$7/5 P\Delta \quad (۴)$$

$$9/5 P\Delta \quad (۳)$$

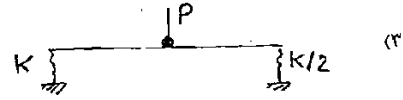
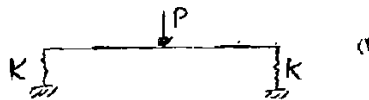
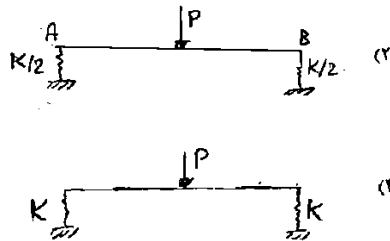
اگر هر دو بار همزمان وارد شوند، تغییر مکان نقطه ۱ و ۲ به ترتیب برابر 2Δ و $(\frac{1}{4} + 4)\Delta$ خواهد بود. بنابراین

انرژی کرنشی آن برابر است با:

$$U = \frac{P \times 2\Delta}{2} + \frac{4P \times \frac{17}{4}\Delta}{2} = 9.5\Delta P$$

سراسری ۸۵

در کدام یک از سازه‌های زیر انرژی بیشتری ذخیره می‌شود؟ (EI در کلیه تیرها یکسان است.) P در وسط قرار دارد.



$$U_1 = \frac{P \times \left(\Delta_{\bar{z}} + \frac{\Delta_{\text{نر}}}{2} \right)}{2} = \frac{P}{2} \left(\Delta_{\bar{z}} + \frac{F}{2k} \right)$$

$$U_2 = \frac{P}{2} \left(\Delta_{\bar{z}} + \Delta_{\text{نر}} \right) = \frac{P}{2} \left(\Delta_{\bar{z}} + \frac{F}{K/2} \right)$$

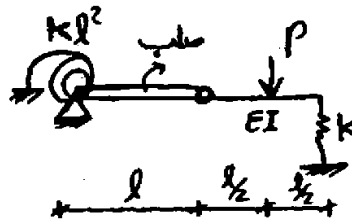
$$U_3 = \frac{P}{2} \left(\Delta_{\bar{z}} + \frac{\Delta_{\text{نر}} + \Delta_{\text{نر}}}{2} \right) = \frac{P}{2} \left(\Delta_{\bar{z}} + \frac{F/k + F/k/2}{2} \right)$$

$$U_4 = \frac{P}{2} \left(\Delta_{\bar{z}} + \Delta_{\text{نر}} \right) = \frac{P}{2} \left(\Delta_{\bar{z}} + \frac{F}{K} \right)$$

کار کمترین است

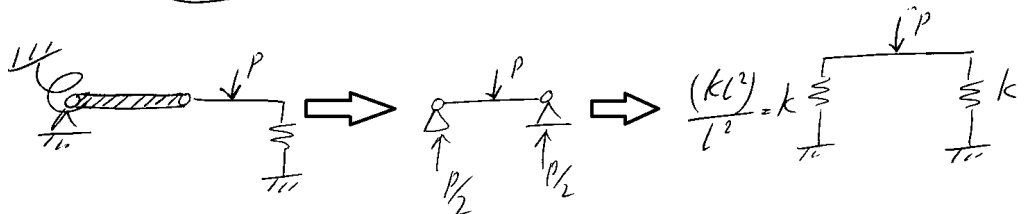
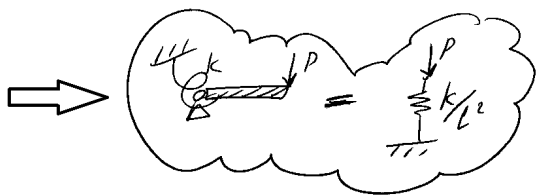
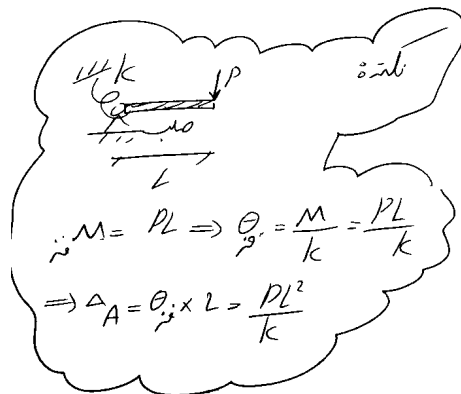
آزاد ۸۸

۷۲- انرژی کرنشی سازه نشان داده شده چقدر است؟



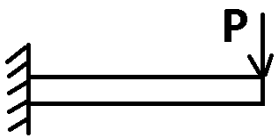
$\frac{P^2 l^3}{3EI} + \frac{P^2}{4K}$ (a) $\frac{P^2 l^3}{48EI} + \frac{P^2}{K}$ (b)

$\frac{P^2 l^3}{96EI} + \frac{P^2}{4K}$ (c) $\frac{P^2 l^3}{96EI} + \frac{P^2}{K}$ (d)



$$\Delta = \Delta_A + \frac{PL^3}{48EI} = \frac{P}{2k} + \frac{PL^3}{48EI} \Rightarrow U = \frac{P\Delta}{2} = \frac{P^2}{4k} + \frac{P^2 L^3}{96EI}$$

۱۵-۱- قضیه کاستلیانو



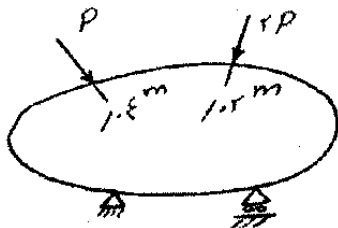
$$U = \frac{P^2 L^3}{6EI}$$

$$U = \frac{3\Delta^2 EI}{2L^3}$$

$$\frac{\partial U}{\partial P} = \frac{\partial \left(\frac{P^2 L^3}{6EI} \right)}{\partial P} = \frac{PL^3}{3EI}$$

سراسری ۸۹

۶۰- سازه‌ی الاستیک خطی مطابق شکل مفروض است. اگر انرژی تغییر شکل این سازه را بر حسب نیروهای وارده P بیان کنیم، کدام رابطه صحیح است؟ $U = U(p)$



$$\frac{\partial U}{\partial p} = 0,05m \quad (1)$$

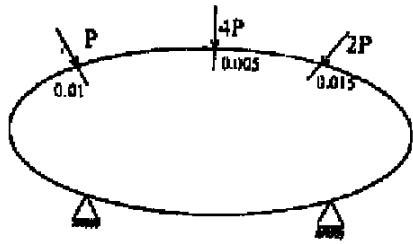
$$\frac{\partial U}{\partial p} = 0,04m \quad (2)$$

$$\frac{\partial U}{\partial p} = 0,06m \quad (3)$$

$$\frac{\partial U}{\partial p} = 0,08m \quad (4)$$

دکتری ۹۲

۱۳- جسمی مطابق شکل زیر، دارای رفتار خطی (رابطه نیرو - تغییر مکان در آن جسم خطی است) مفروض است. تغییر مکان در امتداد نیروی P ، $4P$ و $2P$ به ترتیب برابر 0.01 m ، 0.005 m و 0.015 m است. V را انرژی تغییر شکل جسم بر حسب



متغیر P فرض کنید. $\frac{\partial V}{\partial P}$ چند متر است؟

(۱) 0.01

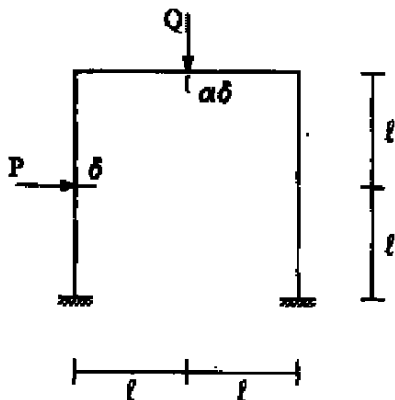
(۲) 0.0325

(۳) 0.01875

(۴) 0.06

دکتری ۹۱

۱۴- انرژی تغییر شکل در سازه مطابق شکل را U فرض می‌کنیم. $U = U(\delta)$ ، $\frac{\partial U}{\partial \delta}$ چقدر است؟



(۱) $P + \alpha Q$

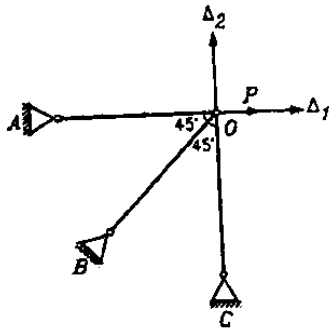
(۲) $\alpha P + Q$

(۳) $P + \frac{1}{\alpha} Q$

(۴) $\frac{1}{\alpha} P + Q$

آزاد ۸۶

۵۹- انرژی کرنشی خرابی زیر بصورت $V = \frac{AE}{4l}(3\Delta_1^2 + 3\Delta_2^2 + 2\Delta_1\Delta_2)$ می باشد که Δ_1 و Δ_2 به ترتیب تغییر مکان افقی و قائم مفصل O هستند. قدر مطلق نسبت $\frac{\Delta_1}{\Delta_2}$ برای بارگذاری داده شده چقدر است؟



۲/۵ (۱)

۳ (۲)

۲ (۳)

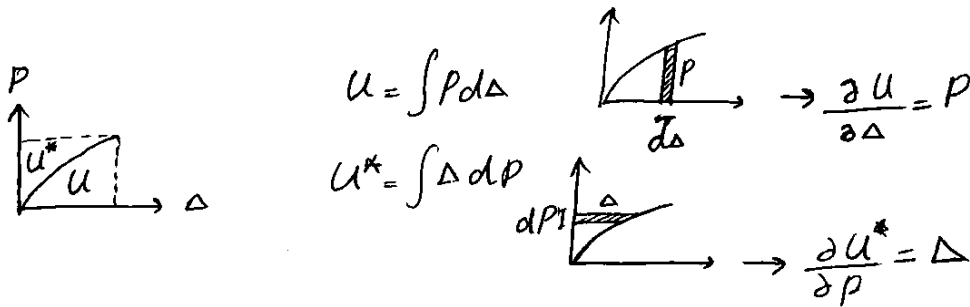
۳/۵ (۴)

آزاد ۸۴

۲۹- برای یک تیر الاستیک انرژی کرنشی تیر را با U و انرژی مکمل را با U^* نشان می دهیم. کدام عبارت زیر تغییر مکان در راستای نیروی P را نشان می دهد؟

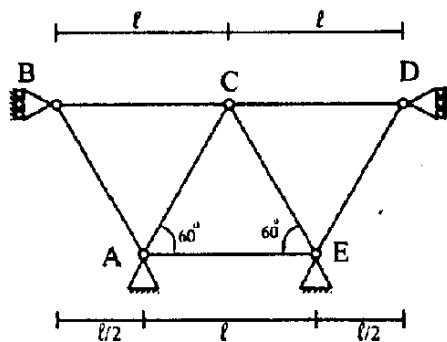
$\frac{\partial}{\partial P}(U+U^*)$ (۳) $\frac{\partial U^*}{\partial P}$ (۱)

$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial P}(U+U^*)$ (۴) $\frac{\partial U}{\partial P}$ (۲)



سراسری ۹۳

۵۸- در خرابی مطابق شکل صلبیت محوری و طول اعضا یکسان و به ترتیب برابر EA و l می باشد. اگر مفصل C به اندازه Δ بصورت افقی به سمت راست حرکت کند، انرژی تغییر شکل در خرابی برابر کدام است؟



$\frac{5\Delta^2 EA}{2l}$ (۱)

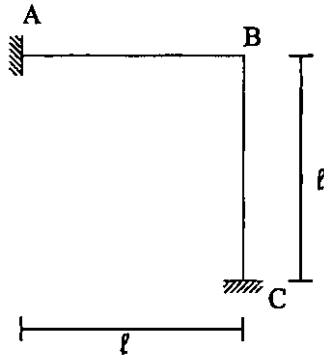
$\frac{7\Delta^2 EA}{4l}$ (۲)

$\frac{7\Delta^2 EA}{2l}$ (۳)

$\frac{5\Delta^2 EA}{4l}$ (۴)

سراسری ۹۲

- ۶۲- سازه زیر مفروض است. اگر نقطه B به اندازه 0.02ℓ به سمت بالا و به اندازه 0.01ℓ به سمت راست و به اندازه 0.01ℓ رادیان در جهت مثلاًتی دوران کند، انرژی ذخیره شده خمشی در سازه چقدر است؟ EI همه اعضا ثابت است.



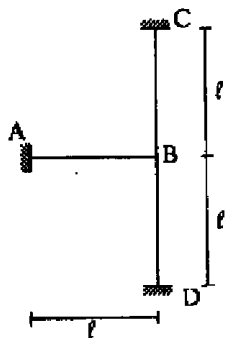
$$\begin{aligned} & 21 \times 10^{-4} \frac{EI}{\ell} \quad (1) \\ & 14 \times 10^{-4} \frac{EI}{\ell} \quad (2) \\ & 7 \times 10^{-4} \frac{EI}{\ell} \quad (3) \\ & 28 \times 10^{-4} \frac{EI}{\ell} \quad (4) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \sim M_{AB} &= \frac{2EI}{L} \times (-0.01) - \frac{6EI}{L^2} \times (-0.02L) \approx 0.1 \frac{EI}{L} \\ \sim M_{BA} &= \frac{4EI}{L} \times (-0.01) - \frac{6EI}{L^2} \times (-0.02L) \approx 0.08 \frac{EI}{L} \\ & \downarrow V_{AB} = 0.18 \frac{EI}{L^2} \\ & \uparrow V_{BA} = 0.18 \frac{EI}{L^2} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} U_{AB} &= \frac{-M_{BA} \times 0.01 + V_{BA} \times 0.02L}{2} \\ &= \left(\frac{-0.08 \times 0.01 + 0.18 \times 0.02}{2} \right) \frac{EI}{L} \\ U_{AB} &= 0.0014 \frac{EI}{L} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \sim M_{CB} &= \frac{2EI}{L} \times (-0.01) - \frac{6EI}{L^2} \times (+0.01L) \approx -0.08 \frac{EI}{L} \\ \sim M_{BC} &= \frac{4EI}{L} \times (-0.01) - \frac{6EI}{L^2} \times (+0.01L) \approx -0.1 \frac{EI}{L} \\ & \rightarrow V_{BC} = 0.18 \frac{EI}{L^2} \\ & \leftarrow V_{CB} = 0.18 \frac{EI}{L^2} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} U_{BC} &= \frac{-M_{BC} \times 0.01 + V_{BC} \times 0.01L}{2} \\ &= \left(\frac{0.1 \times 0.01 + 0.18 \times 0.01}{2} \right) \frac{EI}{L} \\ U_{BC} &= 0.0014 \frac{EI}{L} \end{aligned}$$

دکتری ۹۲

- ۲۰- در سازه روبه‌رو نقطه B به اندازه 0.1ℓ به سمت راست و به اندازه 0.2ℓ به سمت پایین و به اندازه 0.1 رادیان در جهت مثلاًتی دوران می‌کند. انرژی تغییر شکل خمشی ذخیره شده در سازه چقدر است؟ EI برای همه اعضا ثابت است؟



$$\begin{aligned} & 36 \times 10^{-4} \frac{EI}{\ell} \quad (1) \\ & 27 \times 10^{-4} \frac{EI}{\ell} \quad (2) \\ & 63 \times 10^{-4} \frac{EI}{\ell} \quad (3) \\ & 54 \times 10^{-4} \frac{EI}{\ell} \quad (4) \end{aligned}$$